



2013

НАУКОВІ ПРАЦІ

НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

52

WWW.NUFT.EDU.UA

УДК 681.513.5

STUDY OF ALGORITHMIC AND SOFTWARE IMPLEMENTATION OF ROBUST BIOCHEMICAL REACTORS CONTROL

B. Goncharenko, O. Lobok, A. Povzyk
National University of Food Technologies

Key words:	ABSTRACT
Biochemical reactor Object of control Perturbations The dynamic mode The mathematical matrix model Optimal control Jacobian determinant Numerical experiment	Design, operating principles and basic characteristics of the components of multichannel automated system of temperature measurement MASIT have been reviewed. The system is intended for temperature field monitoring of metallic and insulating parts and the cooling fluid of turbo generator. The system uses the following standard elements: industrial computer, resistance thermometers, analog input modules, data convertor interface of the distribution systems of industrial automation. Computer software ensures functioning of the system: interrogation of primary temperature converters, receiving the results of measurements and making amendments, graphing the temperature change, documentation of data and forwarding them to other users. The error analysis of temperature measurements conducted by MASIT system is presented in the article.
Article history: Received 05.07.2013 Received in revised form 20.08.2013 Accepted 01.09.2013	
Corresponding author: B. Goncharenko E-mail: npnuht@ukr.net	

ДОСЛІДЖЕННЯ АЛГОРИТМІЧНО — ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ РОБАСТНОГО КЕРУВАННЯ БІОХІМІЧНИМ РЕАКТОРОМ

Б.М. Гончаренко, О.П. Лобок, А.О. Повзик
Національний університет харчових технологій

Проаналізований в якості об'єкта керування біохімічний реактор, запропонована структурно-параметрична схема математичної моделі динаміки змінювання концентрації субстрату, цільового продукту, кисню та температури у біохімічному реакторі. Наведені математична та матрична моделі динаміки реактора. Математична модель реактора представлена у просторі станів та у лінеаризованому вигляді. Вона є основою подальшого аналітичного конструювання оптимального керування, для пошуку якого запропоновано раціональний алгоритм. Здійснений аналіз перехідних процесів (ПП) біохімічного реактора, елементів оптимального керування та оптимального вектора стану, а також графіка найнесприятливіших зовнішніх збурень. Досліджені ПП оптимальних керувань $u(t)$ і відповідних їм оптимальних станів системи $x(t)$.

Ключові слова: біохімічний реактор, об'єкт керування, збурення, динамічний режим, математична матрична модель, оптимальне керування, якобіан, обчислювальний експеримент.

При відомому загальному підході до аналітичного конструювання оптимального керування динамічним об'єктом сам процес синтезу керування залишається творчою задачею. Вона вимагає складання оригінальної моделі об'єкта у вигляді диференціальних рівнянь, її лінеаризації, формулювання критерію оптимальності і врахування характеристик випадкових впливів. Необхідно знайти керування як функцію від вимірних значень вихідної змінної, яка задовільняє вибраний критерій. Експериментальне дослідження одержаних результатів полягає в сумісному розв'язанні рівнянь моделі об'єкта і знайденого робастного керування, яке мінімізує сформульований критерій оптимальності. Дослідження відносно просто здійснюється за допомогою математичного пакету Matlab.

Біохімічний реактор являє собою ємність, в якій відбувається перетворення поживної речовини субстрату, концентрація якого може позначатися як S , в цільовий продукт P — біомасу, концентрація якої позначена літерою X . Субстрат подається в реактор з вхідним потоком F . Концентрації субстрату, біомаси, розчиненого кисню у вхідному потоці — S_m, X_m, C_m . Температура рідини у вхідному потоці — T_m , а температура навколишнього середовища — T_{ext} . Реакція протікає в аеробних умовах і концентрація кисню, що надходить в реакційний об'єм, позначена C . Математична [1] модель, яка описує біореактор з однією популяцією мікроорганізмів має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = \mu_r \frac{XH}{c\rho} - \frac{kp(T - T_{ext})}{c\rho V} + Q_T, \\ \frac{dX}{dt} = \mu_r X = Q_X, \\ \frac{dS}{dt} = -\frac{\mu_r}{Y} \cdot X + Q_S, \\ \frac{dC}{dt} = K_L a(C^* - C) - q_{O_2} + Q_C, \end{cases} \quad (1)$$

де

$$\begin{aligned} \mu_r &= \frac{\mu_m^* SC}{(S + K_S)(C + K_C)}, \quad q_{O_2} = X(\mu_r \beta + a), \quad Y(T) = 1.48 - 0.024 \cdot (T - 273.15), \\ \mu_m(T) &= a_1 \exp(-E_1 / RT) - a_2 \exp(-E_2 / RT), \quad Q_T = F(T_m - T) / V = D(T_m - T), \\ C^*(T) &= 14.44 - 0.35 \cdot T + 4.66 + 10^{-3} \cdot T^2 - 2.63 \cdot 10^{-5} \cdot T^3, \\ Q_X &= F(X_m - X) / V = D(X_m - X), \quad Q_S = F(S_m - S) / V = D(S_m - S), \\ Q_C &= F(C_m - C) / V = D(C_m - C). \end{aligned}$$

Ідентифікація параметрів даної математичної моделі була проведена на основі експериментальних даних, як і рівняння $Y(T)$ і C^* являють собою [2]

результат апроксимації емпіричних даних залежно від температури за методом найменших квадратів. У моделі використовували такі початкові умови: $T_0 = 32^\circ\text{C}$, $X_0 = 15$ г/л, $S_0 = 50$ г/л, $\mu_0 = 0$ ч⁻¹, $C_0 = 10.0$ мг/л, а концентрація біомаси та кисню у вхідному потоці біореактора: $X_{in} = 0$ г/л, $C_{in} = 0$ мг/л.

Лінеаризована форма математичної моделі біореактора приймає вигляд:

$$\frac{dx(t)}{dt} = (A + F\dot{\beta}(t))x(t) + (B_2 + G\dot{\zeta}(t))u(t) + B_1w(t) + B_3r(t); \quad (2)$$

де $x(t)$ — відхилення концентрації цільового продукту, $u(t)$ — вектор функції керування, $w(t)$ — невідомі зовнішні збурення, $r(t)$ — контрольовані відомі зовнішні збурення, A — якобіан функції $F(x, u)$ правої частини рівняння (2), B_2 — якобіан від функції $F(x, u)$, $\beta(t)$, $\zeta(t)$ — стандартні випадкові процеси з нормальним законом розподілу, які мають нульове математичне сподівання та одиничну дисперсію, що моделюють невизначеність при обчисленні або формуванні коефіцієнтів матриць лінеаризованої системи, B_1 та B_3 — відомі матриці зв'язку невідомих і контрольованих зовнішніх збурень з концентрацією цільового продукту за різними каналами об'єкта, F , G — відомі матриці, що дозволяють варіювати величину коефіцієнтів збурень в математичній моделі, $\dot{\beta}(t)$, $\dot{\zeta}(t)$ — похідні від випадкових процесів, які потребують строгого математичного визначення.

Відомо, що для лінеаризації використовується розклад правої частини $F(x, u)$ системи звичайних диференціальних рівнянь в ряд Тейлора до величин другого порядку малості. У відповідності до цього виникає необхідність обчислення якобіанів функції правих частин, тобто визначення матриць перших частинних похідних. За допомогою математичного пакету прикладних програм Matlab були одержані частинні похідні від правої частини $F(x, u)$.

Стохастичне рівняння (2) фактично слід розуміти у вигляді диференціалу

$$dx = (Adt + Fd\beta(t))x + (B_2dt + Gd\zeta(t))u + B_1wdt + B_3rdt; \quad (3)$$

який формально можна одержати з рівняння (2) шляхом множення лівої і правої його частини на dt . Рівняння (2) варто розуміти в інтегрованому сенсі як функцію відхилення керованої величини X , керування U та відомого збурення r .

Сформуємо контрольований вектор $z(t)$ у вигляді :

$$z(t) = C_1X + D_{12}U + D_{13}r; \quad (4)$$

де C_1 , D_{12} — задані відомі вагові матриці.

Використовуючи $z(t)$, введемо в розгляд наступний критерій якості функціонування біореактора

$$J(u) = M \left\{ \int_0^T \|z(t)\|^2 dt + x^T(T)P_Tx(T) \right\}, \quad (5)$$

що є інтегральним квадратним критерієм для стохастичної системи

$$dx = (Ax + B_1w + B_2u + B_3r)dt + Fxd\beta(t) + Gud\zeta(t); \quad x(0) = x_0; \quad (6)$$

Тоді справедливим є і наступний функціонал

$$\frac{J(u)}{\left\{ \int_0^T \|w(t)\|^2 dt + x_0^T R^{-1} x_0 \right\}}. \quad (7)$$

Задача полягає в тому, щоб знайти найменше значення функціонала (7) при найбільш несприятливих збуреннях, що діють на об'єкт керування. Формально ця задача може бути записана таким чином

$$\inf_{u(t) \in L_2([0, T]; R^m)} \sup_{\substack{w(t) \in L_2([0, T]; R^p), \\ w(t) \neq 0, x_0 \neq 0}} \frac{J(u)}{\left\{ \int_0^T \|w(t)\|^2 dt + x_0^T R^{-1} x_0 \right\}} \quad (8)$$

Мета статті — пошук та аналіз розв'язків робастного керування біохімічним реактором і виклад результатів його експериментальних досліджень.

Задача (8) є досить складною, тому для її розв'язання можна знайти параметричне сімейство субоптимальних регуляторів, які задовольняють наступну нерівність:

$$\frac{J(u)}{\left\{ \int_0^T \|w(t)\|^2 dt + x_0^T R^{-1} x_0 \right\}} \leq \gamma^2; \quad \forall w, x_0; \quad (9)$$

де γ — деяке задане верхнє граничне значення.

Розв'язання цієї оптимізаційної задачі дає в результаті робастне H^∞ керування, зокрема для випадку повних та точних вимірювань оптимальне керування було одержано у вигляді

$$U^* = -\hat{R}^{-1} \left[(B_2^T Q + D_{12}^T C_1 + \alpha G^T QF) x + D_{12}^T D_{13}^T r(t) \right]; \quad (10)$$

де Q — розв'язок наступного матричного диференціального рівняння типу Ріккати

$$-\dot{Q} = QA + A^T Q + \gamma^{-2} QB_1 B_1^T Q + C_1^T C_1 - \bar{S}^T \hat{R}^{-1} \bar{S} + F^T QF; \quad Q(T) = P_T, \quad (11)$$

в якому: $\hat{R} = \tilde{R} + G^T QG$; $\bar{S} = B_2^T$.

Зауважимо, що величина γ повинна задовольняти наступну умову $Q(0) < \gamma^2 R^{-1}$. Приймаючи це до уваги, можна запропонувати алгоритм пошуку оптимального робастного керування шляхом монотонного зменшення значення γ до мінімально можливого, яке задовольняє $Q(0) < \gamma^2 R^{-1}$ і при якому матричне диференціальне рівняння (11) має обмежений розв'язок.

Для експериментальних досліджень наведених вище розв'язків в середовищі пакету прикладних програм Matlab було розроблене алгоритмічно-програмне забезпечення для випадку повного і точного вимірювання координат стану об'єкта. Лістинги основних програм для цього випадку і всіх допоміжних підпрограм тут не наведені.

Алгоритмічно — програмна реалізація оптимального робастного керування біохімічним реактором привела до алгоритмів побудови H^∞ - і H^2 -регуляторів на основі попередньо отриманих результатів. Блок-схеми алгоритмів синтезу центральних H^∞ - і H^2 -оптимальних регуляторів зображені на рис. 1 і 2, відповідно.

Як вказується в [3], H^2 -оптимальний регулятор може бути побудований за кінцеве число операцій. Але при цьому необхідно зробити застереження, що в реальній програмі при розв'язуванні алгебричного рівняння Ріккати використовуються ітераційні процедури.

На відміну від H^2 -випадку H^∞ -регулятор (як і H^∞ -норма) не може бути визначений кінцевим числом операцій [4] і вимагає ітераційної процедури. Алгоритм синтезу H^∞ -регулятора має розгалужену структуру, бо вимагає пошуку γ із заданою точністю ε . У даному алгоритмі реалізується введення γ на кожному кроці в режимі діалогу з користувачем, але можна реалізувати автоматичний вибір γ в залежності від результатів перевірки умов, тоді необхідно задавати верхню і нижню межі γ . Побудова регулятора здійснюється вже при обраному значенні γ й в відповідних йому матрицях X_∞ і Y_∞ . Видно, що синтез H^∞ -регулятора більш трудомісткий, ніж синтез H^2 -регулятора, ще й тому, що необхідно розв'язувати два рівняння Ріккати в кожному циклі вибору γ , а для H^2 -випадку ці рівняння розв'язуються тільки один раз, якщо розглядати процедуру розв'язування рівняння Ріккати як окрему операцію. Алгоритм синтезу H^2 -оптимального регулятора має лінійну структуру.

Результати обчислювальних експериментів отримані у вигляді графіків. На основі математичної моделі і представленого попередньо методу розв'язання оптимізаційної робастної задачі була розроблена програма в середовищі математичного пакету Matlab, результати виконання якої представлені на відповідних графіках.

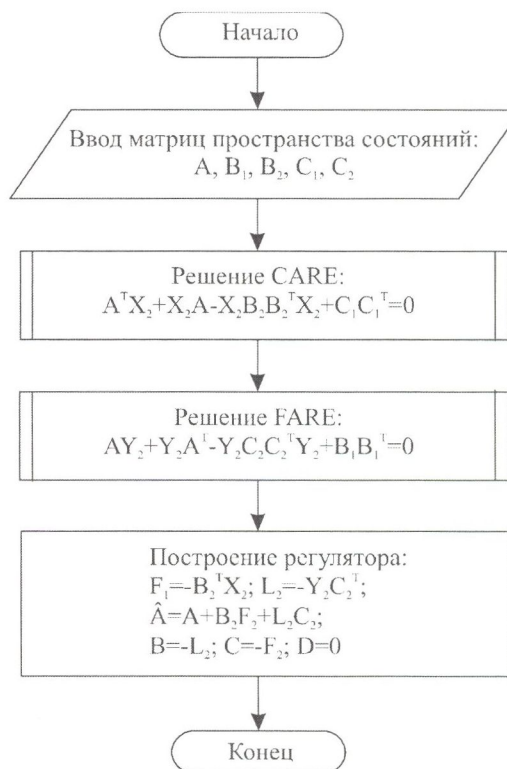


Рис. 1. Блок-схема алгоритму синтезу центрального H^2 -оптимального регулятора

АВТОМАТИЗАЦІЯ

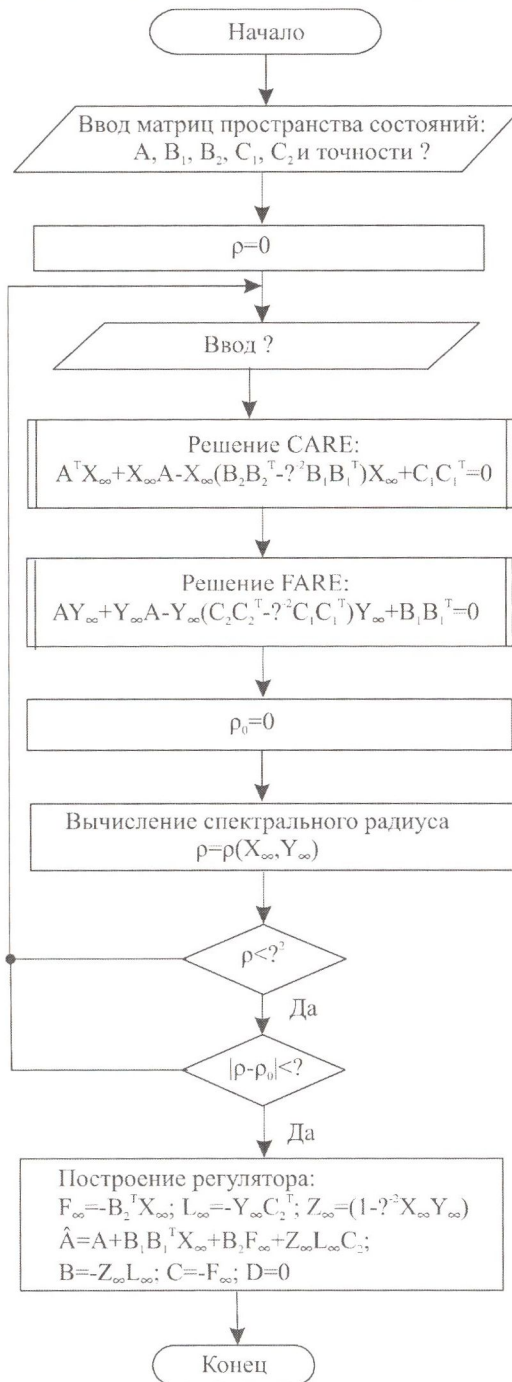


Рис. 2. Блок-схема алгоритму синтезу центрального H^∞ -оптимального регулятора

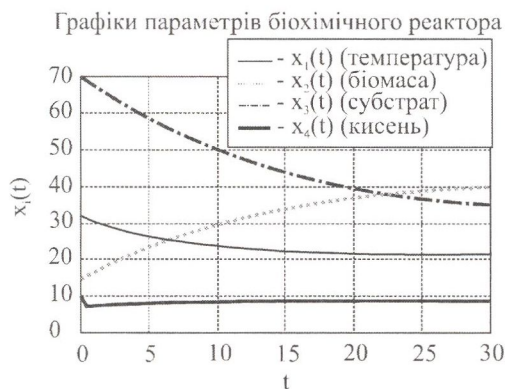


Рис. 3. Графік параметрів біохімічного реактора

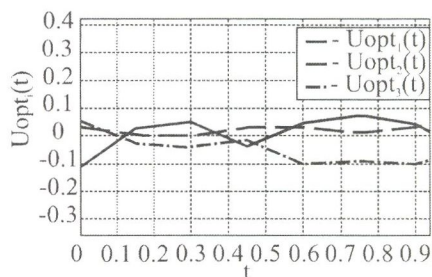


Рис. 4. Графік елементів оптимального керування

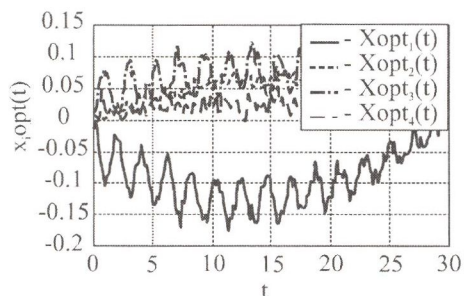


Рис. 5. Графік елементів оптимального вектора стану

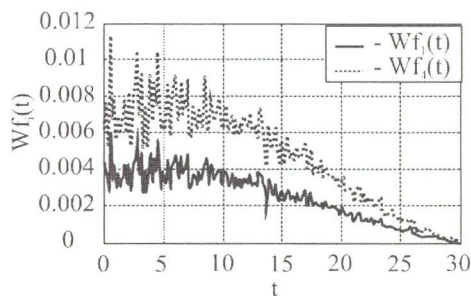


Рис. 6. Графік найнесприятливіших зовнішніх збурень

Висновки

Здійснений аналіз перехідних процесів (ПП) біохімічного реактора, елементів матриці Q , елементів вектора $Teta$, елементів оптимального керування та оптимального вектора стану, а також графіка найнесприятливіших зовнішніх збурень. Досліджені ПП оптимальних керувань $u(t)$ і відповідних їм оптимальних станів системи $x(t)$, а також супутніх матриць та векторів.

Література

1. Кафаров В.В. Моделирование биохимических реакторов [Текст] / В.В. Кафаров, А.Ю. Винаров, Л.С. Гордеев. — М.: Лесная пром-ть, 1979. — 344 с.
2. Арзамасцев А.А. Моделирование саморегулирования температуры в биореакторе [Текст] / А.А. Арзамасцев, Е.Н. Альбицкая // Математическое моделирование, т. 22, № 10, 2010, с. 93 — 108.
3. Kojima A. Ishijima J. H_x control with preview compensation [text] // Proceedings of the American Control Conference, Albuquerque, NM, 4-6 June 1997; 1692 – 1697.

4. Cohen A, Shaked U. Robust discrete-time H_∞ -optimal control tracking with preview [text] / *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 1998; 8:29–37.

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМИЧЕСКО — ПРОГРАМНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ БИОХИМИЧЕСКИМ РЕАКТОРОМ

Б.Н. Гончаренко, А.П. Лобок, А.А. Повзык

Национальный университет пищевых технологий

Проанализирован в качестве объекта управления биохимический реактор, предложена структурно — параметрическая схема математической модели динамики изменения концентрации субстрата, целевого продукта, кислорода и температуры в биохимическом реакторе. Приведены математическая и матричная модели динамики реактора. Математическая модель реактора представлен в пространстве состояний и в линеаризованном виде. Она является основой дальнейшего аналитического конструирования оптимального управления, для поиска которого предложено рациональный алгоритм. Проведен анализ переходных процессов (ПП) биохимического реактора, элементов оптимального управления и оптимального вектора состояния, а также графика наиболее неблагоприятных внешних возмущений. Исследованы ПП оптимальных управлений $u(t)$ и соответствующих им оптимальных состояний системы $x(t)$.

Ключевые слова: биохимический реактор, объект управления, возмущения, динамический режим, математическая матричная модель, оптимальное управление, якобиан, вычислительный эксперимент.