

О растворимости сахарозы в воде

Д. Е. СИНАТ-РАДЧЕНКО
к.т.н.

Растворимость сахарозы в воде (H , кг сахара/кг воды) при различных температурах (t , °C, или $T = t + 273,15$ K) давно изучается многочисленными исследователями разных стран.

Таблица растворимости сахарозы, используемая в нашей стране, составлена более ⁵⁰40 лет назад И. Н. Кагановым на основе данных Герцфельда [1]. С той поры появилось много новых экспериментальных данных.

Нами графически, в крупном масштабе обобщены результаты различных исследований и построена номограмма для определения содержания сахарозы в массе ее насыщенного водного раствора (Cx , %) при разной температуре t (рис. 1). Точки на номограмме соответствуют следующим данным: 1 — Герцфельд [2]; 2 — Вавринец [3, 2]; 3 — Вашатко и др. [4]; 4 — Грут [2]; 5 — Чарльз [2]; 6 — Вайс [2]; 7 — Тейлор [2]; 8 — Гузри [5]; 9 — Бенрат [5]; 10 — Никольсон [2]; 11 — Пидоукс [6]; 12 — Матеева [2]; 13 — Монден-Монвал [2]; 14 — Лиль [2]; 15 — Келли [2], 16 — Хориба [2]; 17 — [7].

С целью увеличения масштаба шкал и повышения точности обобщения интервал температуры от -20 до 180°C разбит на 4 участка (они обозначены римскими цифрами): I — от -20 до 30 ; II — от 30 до 80 ; III — от 80 до 130 ; IV — от 130 до 180°C . Соответственно на 4 участка разделили кривую концентраций насыщенного раствора и диапазон значений Cx . Температуры нанесены на 4 горизонтальные шкалы (две снизу и две сверху), а значения Cx — на 4 вертикальные шкалы (две слева и две справа).

Кроме основной кривой концентрации насыщенного раствора на поле номограммы имеется 5 дополнительных вертикальных шкал (слева направо): коэффициент пересыщения P , масса сахарозы в 1 кг воды и содержание сахара в пересыщенном растворе H_{II} и Cx_{II} , далее H и Cx .

Приведем пример, как пользоваться номограммой. Пусть $t = 75^\circ\text{C}$. Прово-

дим вертикальную линию от нижней горизонтальной шкалы (II) при $t = 75^\circ\text{C}$ вверх до участка II кривой насыщения, а затем по горизонтали — влево, на левой вертикальной шкале II получим $Cx = 77,63\%$. Если при этой температуре $Cx_{II} = 80,6\%$, то, проведя прямую через $Cx = 77,63\%$ ($H = 3,47$) и $Cx_{II} = 80,6\%$ ($H = 4,15$), на правой и средней дополнительных шкалах, найдем на левой вертикальной дополнительной шкале номограммы $P = 1,2$.

Значения Cx_{II} и H связаны между собой: $Cx_{II} = 100 \text{ НП} / (\text{НП} + 1)$. В насыщенном растворе $P = 1$.

Данные, полученные в результате обобщения (см. табл. 1), близки к опубликованным в последнее время [8].

Точность описания данных таблицы эмпирической формулой можно оценить с помощью максимальных значений абсолютной и относительной погрешности для отдельных точек [9] и с помощью среднего квадратичного значения относительной погрешности аппроксимации рассматриваемого участка таблицы (например, соответственно ΔCx , δCx и SCx).

Для t от 30 до 130°C (рис. 1) зависимость $Cx = f(t)$ близка к прямолинейной и $Cx = 61,96 + 0,2084t$ при $\Delta Cx = 0,15\%$ и $\delta Cx = 0,22\%$.

Для t от -15 до 30°C зависимость $Cx = f(t)$ криволинейна, близка к степенной и приближенно ($Cx = 0,45\%$, $\delta Cx = 0,7\%$) $Cx = 4,904 T^{0,46}$.

Температура эвтектической точки, при которой замерзает насыщенный сахарный раствор, около -14°C . Значение -15°C соответствует переохлажденному раствору и взято нами для единообразия шага таблицы по температуре.

В общем случае вид зависимости $Cx = f(t)$ сложный. Более плавный характер носит график $\ln H = f(T)$.

В наиболее важном интервале температур от минус 5 до 125°C для грубых прикидок ($\Delta Cx = 1,0\%$, $\delta Cx = 1,2\%$) можно использовать формулу $\ln H = 1 / (1001,412/T - 2,03961)$.

Такие же погрешности дает более

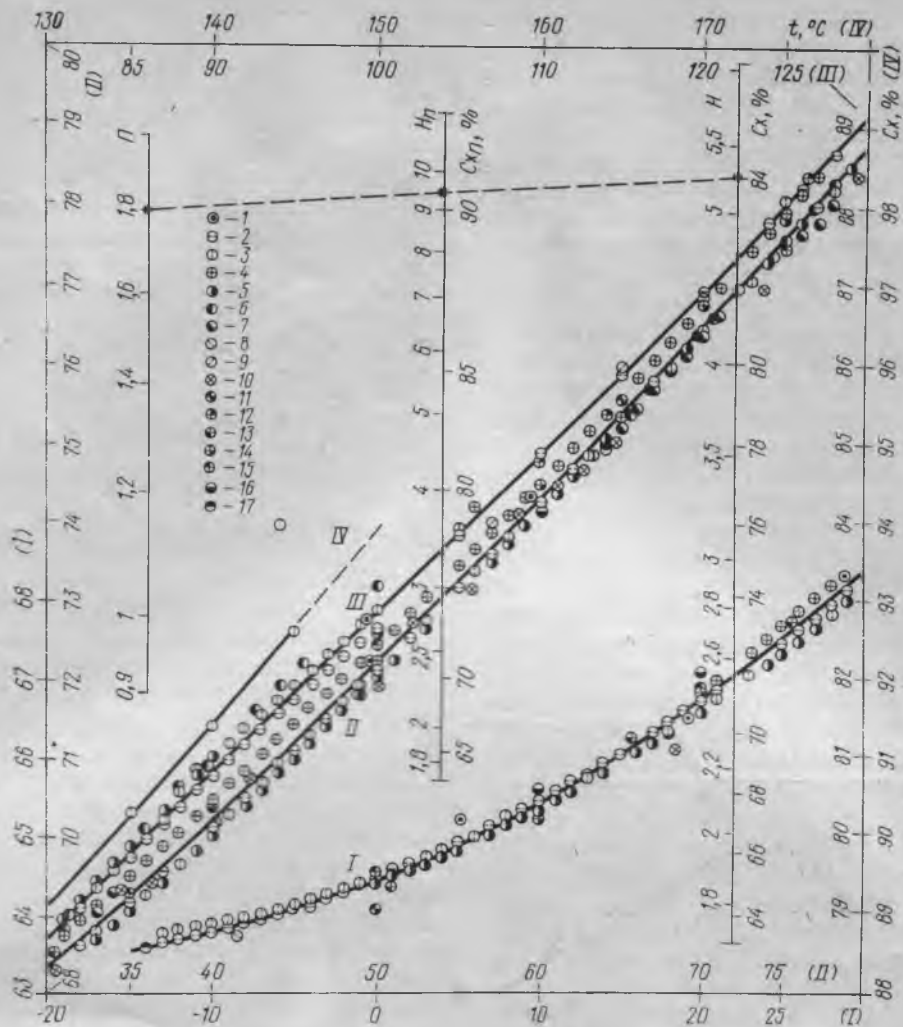


Рис. 1. Содержание сахаразы в процентах к массе ее насыщенного водного раствора при разных температурах

Таблица 1

$t, ^\circ\text{C}$	H	$C_x, \%$	$t, ^\circ\text{C}$	H	$C_x, \%$
-15	1,744	63,56	70	3,257	76,51
-10	1,762	63,80	75	3,470	77,63
-5	1,785	64,09	80	3,704	78,74
0	1,812	64,44	85	3,955	79,82
5	1,847	64,87	90	4,225	80,86
10	1,890	65,40	95	4,519	81,88
15	1,944	66,03	100	4,844	82,89
20	2,007	66,74	105	5,207	83,89
25	2,079	67,52	110	5,618	84,89
30	2,161	68,36	115	6,097	85,91
35	2,253	69,26	120	6,669	86,96
40	2,358	70,22	125	7,361	88,04
45	2,475	71,22	130	8,217	89,15
50	2,602	72,24	135	9,299	90,29
55	2,741	73,27	140	10,71	91,46
60	2,894	74,32	145	12,62	92,66
65	3,065	75,40			

сложная формула вида $\ln H = a_0 + a_1 T^{-1} + a_2 \ln T$.

Формула квадратичной функции $\ln H = a_0 + a_1 T + a_2 T^2$ дает $\Delta C_x = 0,66\%$ и $\delta C_x = 0,53\%$.

Погрешности $\delta C_x = 0,16\%$ и $SC_x = 0,08\%$ обеспечивает полином 4-й степени.

$$\ln H = 51,05806 - 0,6024057T + 2,658701 \cdot 10^{-3}T^2 - 5,186378 \times 10^{-6}T^3 + 3,846632 \cdot 10^{-9}T^4.$$

Сокращение интервала температур снижает погрешности (для t от 15 до 130°C $\delta C_x = 0,13$ и $SC_x = 0,07\%$), а увеличение — повышает их величину (для t от -10 до 140°C $\delta C_x = 0,36$ и $SC_x = 0,15$, для t от -15 до 145°C $\delta C_x = 0,57$ и $SC_x = 0,21\%$).

Чтобы обеспечить хорошее приближение расчетных данных к усреднен-

ным экспериментальным данным ($\delta Cx < 0,05\%$), температурный диапазон разбит на три интервала (табл. 2). Методом наименьших квадратов с помощью ЭВМ ЕС-1022 определены коэффициенты и оценены погрешности аппроксимирующих уравнений вида $\ln H = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4$.

Для расчета растворимости сахарозы по формулам табл. 2 (например, при 75°C) записывается формула полинома 4-й степени относительной абсолютной температуры ($T = 348,15\text{ K}$) с коэффициентами $a_0 \dots a_4$ уравнения, отвечающего нужному температурному интервалу (t от 20 до 110°C). В данном примере вычисления дают $H = 3,4685$ и $Cx = 77,621\%$, т. е. значения, близкие к приведенным в табл. 1 для этой температуры.

Уравнения с несколькими коэффициентами, обеспечивающие высокую точность, нужны для составления подробных таблиц и для вариантных расчетов на ЭВМ. При шаге таблицы 5 K весьма небольшие погрешности $\Delta Cx = 0,013\%$ и $\delta Cx = 0,02\%$ обеспечивает линейная интерполяция. Наибольший изгиб кривой $Cx = f(t)$ приходится на t от 5 до 10°C . Для $t = 7^\circ\text{C}$ на основе линейной интерполяции (по значениям Cx для 5 и 10°C) $Cx = 65,082\%$, а на основе вычисления с помощью полинома 4-й степени $Cx = 65,074\%$.

Значения $Cx_{\text{п}}$ и $H_{\text{п}}$ пересыщенных водных растворов сахарозы при t от -15 до 145°C и $P = 0,9$ до $2,0$ просто определить с помощью другой номограммы (рис. 2). Например, при 75°C и $P = 1,2$, проведя вертикальную линию от $t = 75^\circ\text{C}$ (верхняя горизонтальная часть шкалы температур) до точки пересечения с линией постоянного пересыщения $P = 1,2$ (верхний пучок линий постоянного пересыще-

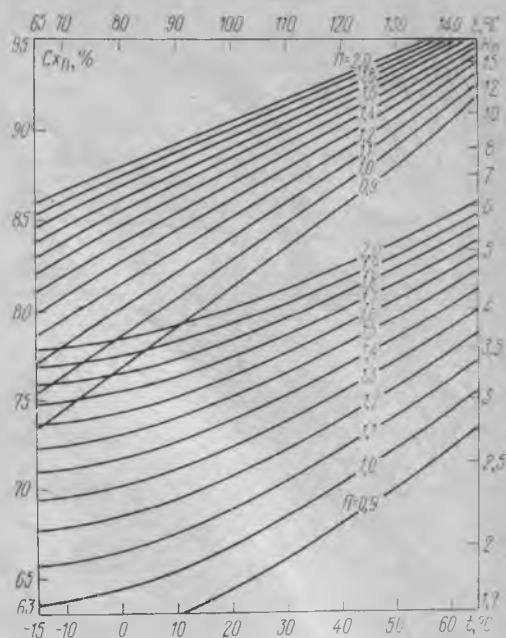


Рис. 2. Влияние коэффициента пересыщения и температуры на содержание сахара в пересыщенном растворе и массу сахарозы в 1 кг воды раствора

ния) а затем горизонтальную — через эту точку, получим на левой вертикальной шкале значение $Cx_{\text{п}} = 80,6\%$, а на правой вертикальной шкале $H_{\text{п}} = 4,15$.

Таким образом, приведенные таблицы, формулы и номограммы помогут находить значения растворимости сахарозы в воде, концентрации насыщенных и пересыщенных растворов сахарозы при разных температурах с необходимой для конкретных условий точностью.

Список использованной литературы

1. Силлин П. М. Технология сахара.— М.: Пищевая промышленность, 1967.— 614 с.

Таблица 2

Обозначение	t, °C		
	от -15 до 30	от 20 до 110	от 110 до 145
$a_0 \cdot 10^0$	-137,4453548	18,54196973	1380,384055
$a_1 \cdot 10^1$	19,88070810	-1,919437675	-142,5811331
$a_2 \cdot 10^2$	-106,9566702	7,269489413	553,2414746
$a_3 \cdot 10^6$	25,42348117	-1,168748891	-95,56299679
$a_4 \cdot 10^{10}$	-224,7579927	7,306501929	620,7284894
$\delta H, \%$	0,016	0,201	0,020
$\delta H, \%$	0,012	0,123	0,011
$\delta Cx, \%$	0,005	0,045	0,002
$\delta Cx, \%$	0,004	0,027	0,001

2. Die Löslichkeit der Saccharose/[A. Smelik, J. Vašátko, J. Matejová, A. Dandar].—Zucker, 1970. № 5, с. 133—137.
3. Vavrinecz G. Siedepunktserhöhung und übersättigung von zuckerlösungen.—Zeitschrift für die Zuckerindustrie, 1973, 23, N 1, с. 10—17.
4. Die Löslichkeit der Saccharose/[J. Vašátko, A. Smelik, J. Matejová, A. Dandar].—Zucker, 1970, 23, N 20, с. 591—599.
5. Принципы технологии сахара/под ред. П. Хонига: Перевод с англ.—М.: Пищепромиздат, 1961, с. 28.
6. Pidoux G. Remarques sur la solubilité du saccharose dans l'eau—Industries Alimentaires et Agricoles, 1962, N 2, с. 93—97.
7. Solubilities of inorganic and organic compounds.—New York: The American chemical society, 1952, p. 741.
8. Сапронов А. Р., Жушман А. И., Лосева В. А. Общая технология сахара и сахаристых веществ.—М.: Пищевая промышленность, 1979, с. 22.
9. Зажигалев Л. С., Кишьян А. А., Романиков Ю. И. Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента.—М.: Атомиздат, 1978, с. 12.