

11. «Проблема чотирьох фарб»

Максим Бондаренко, Вікторія Романенко

Національний університет харчових технологій

Вступ. Серед великих математичних гіпотез не доведених і не спростованих донині - є знаменита топологічна проблема чотирьох фарб. Виникла вона при створенні географічних карт. У 1852 році Френсіс Гетри, складаючи карту графств Англії, звернув увагу, що для того, щоб розфарбувати карту так, щоб два графства, що мають загальну частину межі (не лише загальну точку), були забарвлені по-різному цілком вистачає чотирьох фарб. Його брат, Фредерік, повідомив про це спостереження відомого математика Августа де Моргана, а той - математичній громадськості. Широку популярність проблема чотирьох фарб набула після того, як в 1878 році видатний математик Артур Келі повідомив, що він розмірковував над цією задачею, але так і не зумів її вирішити.

Результати. Завдання розфарбовування карти на площині еквівалентне завданню на сфері. Для простих карт досить і трьох кольорів, а четвертий колір починає вимагатися, наприклад, тоді, коли є одна область, оточена непарним числом інших, які стикаються один з одним, утворюючи цикл. Теорема про п'ять фарб, що стверджує, що досить п'яти кольорів, мала короткий нескладний доказ і була доведена у кінці XIX століття, але доведення теореми для випадку чотирьох кольорів зіткнулося зі значними труднощами. Теорема про чотири фарби була доведена в 1976 році Кеннетом Аппелем (англ.) і Вольфгангом Хакеном (англ.) з університету Іллінойса. Це була перша велика математична теорема, доведена за допомогою комп'ютера. Першим кроком доказу була демонстрація того, що існує певний набір з 1936 карт, жодна з яких не може містити карту меншого розміру, яка спростовувала б теорему. Аппель і Хакен використали спеціальну комп'ютерну програму, щоб довести цю властивість для кожної з 1936 карт. Доказ цього факту зайняв сотні сторінок. Після цього Аппель і Хакен дійшли висновку, що не існує найменшого контрприкладу до теореми, тому що інакше він повинен би містити, хоча не містить, яку-небудь з цих 1936 карт. Це протиріччя говорить про те, що взагалі не існує контрприкладу. Спочатку доказ не був прийнятий усіма математиками, оскільки його неможливо було перевірити вручну. Надалі воно отримало ширше визнання, хоча у деяких довгий час залишалися сумніви. Щоб розвіяти сумніви, що залишилися, в 1997 році Робертсон, Сандерс, Сеймур і Томас опублікували простіший доказ, що використовує аналогічні ідеї, але як і раніше виконане за допомогою комп'ютера. Крім того, в 2005 році доказ був виконаний Джорджом Гонтиром з використанням спеціалізованого програмного забезпечення, проте комп'ютерна частина все ще залишається швидше предметом віри. Адже навіть перевірка роздруків усіх програм і усіх вхідних даних не може гарантувати від випадкових збоїв або навіть від прихованих вад електроніки.

Висновок. Проблема чотирьох фарб здається на перший погляд ізольованим завданням, мало пов'язаним з іншими розділами математики і практичними завданнями. Насправді це не так. Відомо більше 20 її переформулювань, які зв'язують цю проблему із завданнями алгебри, статистичної механіки і завданнями планування. І це теж характерно для математики: рішення задачі, що вивчається з чистої цікавості, виявляється корисним в описі реальних і абсолютно різних за своєю природою об'єктів і процесів.

Література

1. Емеличев В.А. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев., О.И. Мельников., В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич - М.: «Наука», гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. — 384 с.
2. Харари Ф. Лекции по теории графов / пер. с англ. В.В.Козырев, ред. Г.П. Гаврилов. - М.: «Мир», 1973. — 304 с.
3. Самохин А.В. Проблема 4-х красок: неоконченная история доказательства // Соросовский образовательный журнал, №7, 2000 г., с. 91-96.