

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПІНИ

В.О.Бородін

Національний університет харчових технологій

Г.А.Циганкова

Національний університет харчових технологій

У побуті все більше розповсюдження одержують хлібопечі. Виробники хлібопічок пропонують багато рецептів виготовлення хліба. Для приготування хліба-бріюшь вказані такі інгредієнти: молоко 220 мл, яйця 2шт., розтоплене вершкове масло 140 гр., невідбілена житня мука 500 гр., сіль 1 ч. л. Інгредієнти засипають у форму у послідовності, в якій вони перераховуються, і вмикають хлібопіч.

В нашій практиці ми застосовуємо іншу технологію використання інгредієнтів для виготовлення хліба у хлібопічці, що приводить до покращення якості хліба. Всі інгредієнти традиційно ділимо на дві фракції – рідину і тверду фракцію. До рідини відносимо: молоко, яйця, розтоплене вершкове масло. Решту інгредієнтів відносимо до твердої фракції. Рідину переводимо у піну [2]. Далі діємо згідно інструкції з книги рецептів.

Побудована математична модель піни показує, що використання піни замість рідини збільшує площу контакту рідини і твердої фракції при вимішуванні у півтора рази. З цього випливає, що використання піни замість рідини інтенсифікує технологічний процес вимішування тіста. Перевід рідини у піну робимо за V-технологією збивання [1]. V-технологія збивання, при якій вісі вінчиків розміщені паралельно поверхні рідини, що збивається, у п'ять разів ефективніша ніж традиційна технологія збивання. Додатковий час на збивання рідини у піну по V-технології займає не більше однієї хвилини.

Для побудови математичної моделі будемо вважати, що контакт між рідиною і твердою фракцією відбувається циклічно у такий спосіб. Спочатку область D на площині покривається шаром рідини, потім мокра область D посипається твердою фракцією. Контакт між рідиною і твердою фракцією відбувся, суміш з рідини і твердої фракції утворилася. Суміш знімається з області D. Процес повторюється з утворенням нових порцій суміші. Тобто область D покривається новим шаром рідини, посипається твердою фракцією, утворюється суміш, яка знімається з області D. Поставимо питання: як збільшиться площа контакту рідини і твердої фракції за один цикл, якщо рідину замінити піною?

Для характеристики площі поверхні піни введемо поняття коефіцієнта купольності. *Коефіцієнтом купольності* поверхні назвемо відношення площі поверхні $S_{нов}$ до площі

основи $S_{осн}$, над якою знаходиться поверхня: $k = \frac{S_{нов}}{S_{осн}}$.

$$\text{Для півсфери } k = \frac{S_{\text{біч}}}{S_{\text{осн}}} = \frac{2\pi R^2}{\pi R^2} = 2.$$

Будемо вважати, що піна складається з сукупності сферичних сегментів сфери одного радіуса R різної висоти h , $0 < h \leq R$, які повністю покривають область D .

Сферичним (кульковим) сегментом називається частина кулі радіуса R , яка відтинається від неї будь-якою площиною. Основою сферичного сегмента є коло радіуса r . Висотою сферичного сегмента називається частина радіуса кулі, перпендикулярного до січної площини від площини до сфери. Довжина висоти h . Площа кривої поверхні (бічної поверхні) сферичного сегмента $S_{\text{біч}} = 2\pi R h = \pi(r^2 + h^2)$. Коефіцієнт купольності сферичного сегмента дорівнює $k = \frac{S_{\text{біч}}}{S_{\text{осн}}} = \frac{R h}{r^2} = 1 + \left(\frac{h}{r}\right)^2$, отже він є величиною змінною і залежить від двох параметрів: висоти сегмента h і радіуса основи r .

Коефіцієнт купольності піни є математичне сподівання коефіцієнтів купольності сферичних сегментів або середнє значення коефіцієнтів купольності сферичних сегментів.

Зробимо природне припущення, що сферичні сегменти висоти h , $0 \leq h \leq R$, рівноможливі. З цієї гіпотези випливає, що коефіцієнти купольності $k(h) = \frac{2R}{2R - h}$ розподілені з густиною

$$f(h) = \begin{cases} \frac{3}{2R^3} h(2R - h), & h \in [0, R] \\ 0 & , h \notin [0, R] \end{cases}$$

$$\text{В роботі доведено, що середній коефіцієнт купольності піни } k_{\text{cp}} = \int_{-\infty}^{\infty} f(h)k(h)dh = \frac{3}{2}$$

для піни, яка складається з сегментів сфер довільних радіусів, якщо розподіл сегментів по висоті є рівномірним для кожного R .

Література.

1. Бородін В.О. V-технологія збивання. Удосконалення процесів і обладнання – запорука інноваційного розвитку харчової промисловості. Матеріали міжнародної науково-практичної конференції, 10-11 квітня 2012 р., Матеріали доповідей, Київ, НУХТ, 2012 р., ст.146-147.
2. Гинзбург А.С. Основы теории и техники сушки пищевых продуктов., М., Пищ. пром., 1973, 526с.