

ОПТИМІЗАЦІЯ ПОРТФЕЛЯ ДЕРЖАВНИХ ЦІННИХ ПАПЕРІВ

Нині ринок цінних паперів (ЦП) України перебуває на стадії становлення. Йому значною мірою притаманні спекулятивність, невисока ліквідність, слабка прозорість тощо. Однак очевидні й зміни, які відбулися за кілька останніх років: кількісно і якісно розвинулася інфраструктура ринку, збільшилися кількість і різноманітність цінних паперів, значно зросли обсяги угод, ринок позбувається стихійності. На ринку ЦП збільшується кількість інвесторів, які бажають вибрати найкращий варіант для вкладання коштів. У зв'язку з цим стає потрібним застосування математичного моделювання портфеля цінних паперів, яке дає можливість вирішити питання оптимального розміщення інвестиційних коштів.

Застосування засобів економіко-математичного моделювання при вирішенні питання формування портфеля цінних паперів неможливе без використання сучасних комп'ютерних програм.

Зростання доходності та зменшення ризику – основна мета майже всіх інвесторів ринку цінних паперів.

Розглянемо задачу оптимізації інвестиційного портфеля, який складається з облігацій внутрішньої державної позики (ОВДП), взявши за критерій оптимальності максимізацію доходності.

По-перше, треба скласти список ОВДП, які можуть бути включені в портфель інвестора, використовуючи рейтингові оцінки їхньої привабливості. Розглянемо чотири види облігацій внутрішньої державної позики, а саме: облігації з терміном погашення 3 місяці, 6, 9 та 12 місяців.

По-друге, проведемо аналіз доходності цінних паперів, взявши за вихідні дані для її розрахунку котирування облігацій внутрішньої державної позики за певний період.

Нехай середньозважена ціна купівлі цінних паперів на сьогодні становить $P_{i,t}$, а номінальна вартість $P_{i,t-1}$, тоді доходність їх

$$R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} 100 \% \quad (1)$$

Якою буде майбутня доходність облігації внутрішньої державної позики, з певністю сказати неможливо, тому для кожного виду облігації вона вважається випадковою величиною і в моделі враховується її очікуване значення.

Використовуючи таблицю доходності облігацій (табл. 1), знаходимо її середнє значення для кожного виду державних ЦП.

Таблиця 1
Доходність ОВДП

Період	Вид облігацій			
	3-місячні	6-місячні	9-місячні	12-місячні
1	2	3	4	5
10.12.96	38,56	33,33	35,69	38,63
10.01.97	26,13	28,65	32,27	34,08
10.02.97	28,23	27,94	31,17	32,53
10.03.97	26,47	29,53	32,32	34,88
10.04.97	25,67	30,69	30,75	34,48
10.05.97	26,03	30,05	29,97	30,42
10.06.97	27,75	31,54	31,85	32,45
10.07.97	28,28	32,48	29,15	34,2

Закінчення табл. 1

1	2	3	4	5
10.07.97	28,28	32,48	29,15	34,2
10.08.97	31,4	31,56	31,75	35,85
10.09.97	32,28	34,42	32,23	37,44
10.10.97	35,74	38,09	40,01	39,75
10.11.97	35,64	36,09	45,23	40,27
10.12.97	41,11	43,04	43,84	45,89
10.01.98	48,41	42,22	44,54	46,28
10.02.98	50,89	44,02	45,11	46,35
10.03.98	48,91	48,96	49,21	49,3
Середнє значення	34,469	35,163	36,568	38,300

Портфельний інвестор може включити до моделі обмеження, які б врахували його побажання. Наприклад, визначити граничні частки деяких цінних паперів у портфелі, термін обертання своїх коштів або інше.

Припустимо, що портфель утворюється n видами ЦП. Позначимо через X_i частку загальної суми інвестицій, яка витрачається на придбання i -го цінного паперу, через R_i – середню доходність i -го паперу. Тоді економіко-математична модель інвестиційного портфеля цінних паперів матиме вигляд

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1, \quad (2)$$

де $X_i \geq 0$.

Доходність портфеля ЦП визначаємо за формулою

$$R_p = \sum_{i=1}^n X_i R_i. \quad (3)$$

Ризик цього інвестиційного портфеля, який складено з державних цінних паперів, дорівнює нулю, тому що ОВДП вважаються безризиковими.

Беручи до уваги, що кожен інвестор бажає отримати якнайбільший дохід при найменшому ризику, то нам залишається знайти оптимальний розв'язок, коли функція доходності прямує до максимуму:

$$R_p = \sum_{i=1}^n X_i R_i \Rightarrow \max.$$

Знайдемо оптимальну структуру інвестиційного портфеля за допомогою електронних таблиць Microsoft Excel. У нашому випадку це задача нелінійного програмування. Щоб знайти її розв'язок, використаємо програму "Поиск решения", в якій для розв'язання системи нелінійних рівнянь застосовано метод спряжених градієнтів.

У табл. 2 наведено вихідні дані для розв'язання задачі оптимізації портфеля ОВДП.

Припустимо, що у початковому варіанті інвестор вкладає кошти пропорційно в усі чотири види облігацій, тобто $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0,25$. Нам треба визначити оптимальний портфель з урахуванням переваг та цілей інвестора.

На основі розв'язання задачі нелінійного програмування отримуємо (табл. 3), що для оптимального портфеля цінних паперів, який складався б з чотирьох ОВДП, вигідно інвестувати кошти лише в облігації з терміном обертання 12 місяців ($x_4 = 1$).

Отже, бачимо, що в розрахунковому портфелі найбільш привабливими є лише 12-місячні ОВДП, якщо

Таблиця 2

Вихідні дані

	Змінні			
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
Значення змінних	0,25	0,25	0,25	0,25
Нижня межа	0	0	0	0
Значення функції мети	36,125	0,038406	940,601	
Обмеження змінних	1	1	1	1
Коваріаційна матриця				
	72,19471	48,32851	50,34081	45,68341
	48,32851	37,48556	36,97382	33,25609
	50,34081	36,97382	43,70164	34,99872
	45,68341	33,25609	34,99872	31,90265

мета інвестора – зростання дохідності та немає інших обмежень. На жаль, на українському ринку облігацій у потенційних інвесторів найбільшим попитом користуються так звані "короткі" державні цінні папери. Це насамперед пов'язано із спекулятивними діями деяких учасників ринку, бажанням прискорити терміни оборотання вільних коштів та свідчить про короткотерміновість намірів інвесторів.

Таблиця 3

Отримані результати

	Змінні			
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
Значення змінних	0	0	0	1
Нижня межа	0	0	0	0
Значення функції мети	38,3	0,040719	940,601	
Обмеження змінних	1	1	1	1
Коваріаційна матриця				
	72,19471	48,32851	50,34081	45,68341
	48,32851	37,48556	36,97382	33,25609
	50,34081	36,97382	43,70164	34,99872
	45,68341	33,25609	34,99872	31,90265

Висновок. Наведено процедуру моделювання портфеля цінних паперів на прикладі оптимізації портфеля облігацій внутрішньої державної позики. Моделювання портфеля ЦП розглядається, виходячи з принципів максимальної дохідності. Задача оптимізації розв'язується з використанням електронних таблиць Excel.

Надійшла до редколегії 29.06.1998 р.