ПРО ОДНУ УМОВУ ЛІПШІЦА

В.М. Сафонов

Український державний університет харчових технологій

Теорія аналітичних функцій - відома галузь математики, яка має різні й важливі застосування в науці і техніці, як-от в електродинаміці, теорії надійності, матема- ичному моделюванні, гідродинаміці тощо. В цій галузі значне місце належить напряму, пов'язаному з дослід- женням проблем усунення різних особливих множин.

Питання про стирання особливостей цікавили багатьох математиків ще з часів відомих теорем Пенлеве про аналітичне продовження через спрямлювану дугу. Але лише в 1950 р. і тільки для заданих класів аналітичних функцій Альфорс і Берлінг запропонували загальну методику розв'язання проблем про стирання особливих множин.

Далі у цьому напрямі досліджень було отримано важливі результати в теорії квазіконформних відображень; одержано нетривіальні приклади і результати щодо аналітичних функцій з досконалими особливими множинами, а також внутрішніх відображень; розв'язано ряд питань про усунення при додаткових обмежених, зв'язаних з локальною поведінкою відображень поблизу точок можливої особливої множини.

Нарешті виникло питання: наскільки гладкою може бути функція на множині своїх особливих точок. Тут дослідження пов'язані з існуванням ліпшіцевих аналітичних відображень з особливостями. І взагалі вивчення ліпшіцевих функцій та їх застосування до розв'язання проблем про аналітичне продовження виявилися важливими і корисними.

Наведемо такий нетривіальний результат щодо умови Ліпшіца.

Нехай в прямокутнику $Q \subset C$ зі сторонами, пара- лельними осям координат, задані неперервна функція f(z) і досконала нульвимірна множина P. Тоді, якщо

1) f- локально-ліпшіцева поза множини P з однією і тією самою константою Ліпшіца;

2) у кожній точці $z \in P$ існує обмежена час- тинна похідна $\frac{\partial f}{\partial y}$, то знайдеться прямокутник $Q \subset C$, що містить точки P всередині, в якому f задовольняє умову Ліпшіца скрізь.