

Прикладна реологія в пакувальних процесах

В.С. Гуць, д.т.н., О. М. Гавва, д.т.н., УДУХТ, м.Київ

Сучасні процеси пакування тісно пов'язані із структурно-механічними властивостями як самого продукту, так і пакувального матеріалу. Проявлення таких властивостей під дією зовнішніх і внутрішніх навантажень слід розглядати як одну з основних характеристик якості пакувальних матеріалів, вдосконалення існуючих і розроблення багатьох нових технологій, створення ефективного пакувального обладнання, інтенсифікації і оптимізації операцій щодо формування, фасування, відрізування тощо.

Так, в залежності від наявності в упаковці вакууму, інертного газу, додаткової оболонки — термін зберігання ковбасних, молочних, кондитерських та багатьох інших виробів може збільшуватись в десятки разів і сягати кількох місяців а то і року.

В процесі виготовлення та пакування продукту робочі органи обладнання контактують з ним із різною силовою взаємодією. Встановленням взаємозв'язку між в'язкими — пружними — пластичними властивостями системи і режимами деформування займається одна з найбільш молодих і таких, що динамічно розвивається наука — реологія [1].

Під час пакування деформування системи відбувається під дією зовнішніх і внутрішніх зусиль, природа виникнення яких різна. Деформується як сам об'єкт пакування, так і пакувальні матеріали та елементи машини і, перш за все, її робочі органи.

Напруження діють і змінюються як в процесі оброблення, так і після виходу продукту із машини.

Реологія — це наука, в якій вивчається поведінка різних матеріалів при всіх видах деформування, природою виникнення яких є механічні, гідромеханічні, термічні та інші процеси, хімічні і мікробіологічні перетворення під дією яких змінюється внутрішня структура продукту.

Так під час термічної обробки біологічної системи денатурація білка приводить до змін в молекулярному ланцюгу і відповідно виникненню внутрішніх деформуючих систему зусиль.

Реологія, як наука, відрізняється від споріднених, таких як опір матеріалів, теоретична механіка, гідравліка тим, що в ній розглядаються не ідеальні системи підпорядковані лінійному закону деформування — Гука (ідеально пружна система), чи Ньютона (ідеально в'язка рідина), а складні, реальні, для яких є характерними нелінійні співвідношення між величинами деформацій, швидкостями і зусиллями.

Серед сировини, напівфабрикатів, готових виробів ідеальних систем не існує, не існує їх і серед сучасних пакувальних матеріалів. Цей факт створює складність під час дослідження систем органічного походження. А тому слід відокремити загальнотеоретичні питання фундаментальної реології, які під силу, та і то в дуже незначному обсязі, спеціалістам із спеціальною математичною підготовкою, та інженерну чи прикладну реологію, пристосовану для розв'язання практичних задач моделювання процесів і проектування обладнання. Якщо не доводити процес деформування до руйнування суцільності системи (розпадання на складові частини), то вона спочатку змінює свою внутрішню структуру, а потім поступово оновлює — стабілізується структура. Тобто, маємо безперервний процес часткового руйну-

вання та оновлення структури в новому вигляді. На рис. 1 показано можливі зміни структури в'язко-пружно-пластичних систем органічного походження під час їх деформування.

Найбільш поширені математичні моделі, що описують механізм деформування таких систем, умовно можна поділити на два основних класи. Це клас поступового та імпульсивного деформування.

В процесі поступового деформування на продукт діє сила, що має незначне прискорення, яким можна знехтувати під час проведення розрахунків. У цьому випадку характер зміни деформуючого зусилля, для більшості харчових продуктів, описується такими математичними моделями. Запишемо рівняння у вигляді придатному для його аналізу комп'ютерними методами символічної математики

$$d\sigma/dt = \mu \left(\frac{\partial}{\partial t} \gamma(t) \right) + c\gamma(t) = P(t), \quad (1)$$

де $P(t)$ — деформуюче напруження, Па; μ — характеристика в'язкості системи, Па·с; c — характеристика пружності системи, Па; $\gamma(t) = \frac{\Delta l}{l}$ — відносна деформація, яка мо-

же бути лінійною чи об'ємною, (безрозмірна величина).

Зауважимо, що c і μ в технічній літературі здебільшого, називають коефіцієнтами

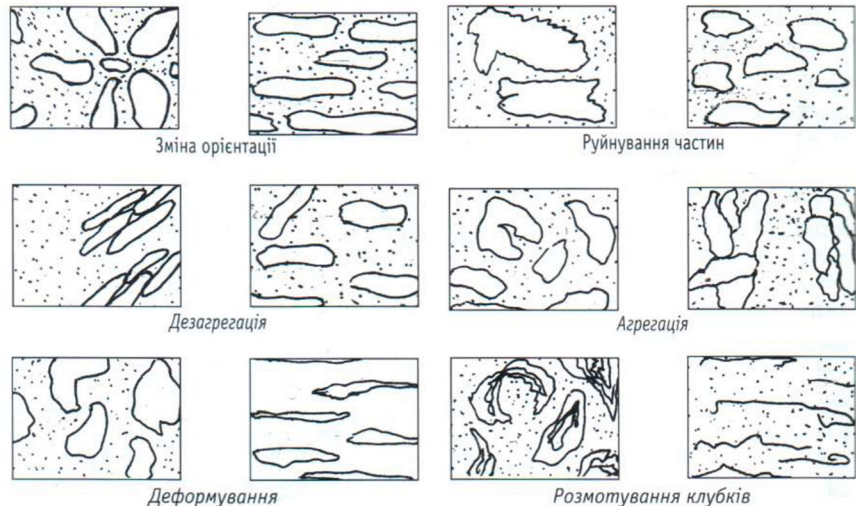


Рис. 1. Можливі зміни структури дисперсної системи органічного походження під час її деформування

пружності і в'язкості, чи просто пружність і в'язкість. Однак, з точки зору реології це не коректно, так як для одного і того ж продукту c і μ мають різні значення в залежності від режимів і умов деформування.

В залежності від конструктивних особливостей робочих органів обладнання $P(t)$, як функція часу, може мати різний вигляд. Так для поступового деформування продукції з постійним навантаженням маємо таку математичну модель

$$dif2: = \mu \left(\frac{\partial}{\partial t} y(t) \right) + c y(t) = P, \quad (2)$$

де P — постійна величина напруження.

Математична модель (2) може реалізуватися в обладнанні з пневматичним або гідравлічним приводом на усталеному режимі роботи, так, наприклад, поршневі дозатори для в'язких і пластичних продуктів тощо (рис. 2).

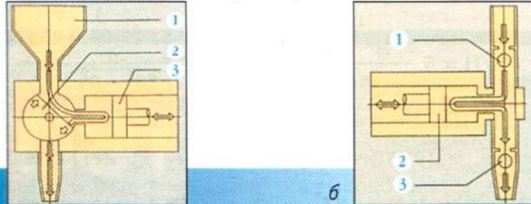


Рис. 2. Схеми поршневих дозаторів для в'язких харчових продуктів: а — кранова система: 1 - бункер; 2 - кран; 3 - поршень; б — клапанна система: 1 - клапан нагнітання продукції; 2 - поршень; 3 - клапан видачі продукції

У разі, коли напруження $P(t)$ змінюється за лінійним законом, то маємо таку модель

$$dif3: = \mu \left(\frac{\partial}{\partial t} y(t) \right) + c y(t) = a_0 + a_1 \cdot t, \quad (3)$$

якщо за нелінійним, наприклад, поліномом другого степеня, то

$$dif4: = \mu \left(\frac{\partial}{\partial t} y(t) \right) + c y(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2, \quad (4)$$

а за експоненціальним, то маємо

$$dif5: = \mu \left(\frac{\partial}{\partial t} y(t) \right) + c y(t) = a_0 \cdot e^{-at}, \quad (5)$$

тощо.

Математичні моделі (3...5) можна реалізувати в обладнанні з електромеханічними приводами різних видів. Так за наявності в пристрої виконавчих механізмів типу: кулачкових, важільних, мальтійських тощо, можна реалізувати практично різну або бажану зміну напруги $P(t)$.

У разі, коли робочий орган перестає діяти на продукт, тобто $P(t) = 0$, потрібно виконати моделювання релаксації напружень. Тоді маємо

$$dif6: = \mu \left(\frac{\partial}{\partial t} y(t) \right) + c y(t) = 0. \quad (6)$$

Релаксація — це такий режим, коли система прагне повернутись в початковий стан за рахунок накопиченої внутрішньої енергії. Характерними прикладами застосування релаксаційних процесів у пакуванні можуть бути: скріплення транспортних пакетів полімерною розтягувальною та термоусадковою плівками, а також групове пакування в термоусадкову та розтягувальну плівку тощо (рис. 3).



Рис. 3. Скріплення вантажів термоусадковою полімерною плівкою; а - транспортного пакета; б - групову упаковку

До другого класу відносяться системи, деформування яких здійснюється в імпульсному режимі. Таке деформування має місце, коли робочі органи контактують з продукцією у режимі удару. В цьому випадку потрібно враховувати силу інерції Ньютона. Типовими можуть бути такі приклади операцій пакування: коли пластичний продукт падає в споживчу чи транспортну тару; коли сформований шар вантажів укладається на піддон чи раніше укладений шар; виконуються перевантажувальні операції за рахунок сил гравітації тощо (рис. 4).

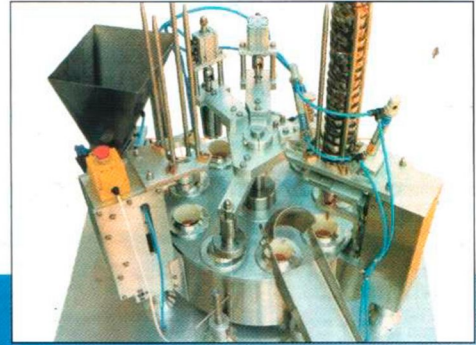


Рис. 4. Фасування пластичної продукції в споживчу тару

Математична модель такого процесу деформування продукції буде мати вигляд

$$de1: = m \left(\frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial}{\partial t} y(t) \right) + c y(t) = 0, \quad (7)$$

де m — маса продукції або пакувального матеріалу;

$\left(\frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} \right)$ — прискорення відносної деформації.

Використавши сучасні комп'ютерні програми символічної математики Maple 6, отримаємо розв'язок рівнянь (1...7) в загальному вигляді

> sol [001]: = dsolve(dif001, y(t));

$$sol001: = y(t) = \left(\int \frac{P(t) e^{\frac{ct}{\mu}}}{\mu} dt + C1 \right) e^{-\left(\frac{ct}{\mu}\right)} \quad (8)$$

Рівняння (8) для свого розв'язку потребує встановлення виду залежності $P(t)$

> sol [2]: = dsolve (dif2, y(t)); sol[3]: = dsolve (dif3, y(t)) sol[4]: = dsolve (dif4, y(t)); sol [5]: = dsolve (dif5, y(t));

$$sol1: = y(t) = \frac{P}{c} + e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)} C1; \quad (9)$$

$$sol2: = y(t) = e^{-\left(\frac{ct}{\mu}\right)} C1; \quad (10)$$

$$sol3: = y(t) = \frac{a_0}{c} + \frac{a_1 t}{c} - \frac{a_1 \mu}{c^2} + e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)} C1; \quad (11)$$

$$sol4: = y(t) = \frac{a_0}{c} + \frac{a_1 t}{c} - \frac{a_1 \mu}{c^2} + \frac{a_2 t^2}{c} - \frac{2 a_2 \mu t}{c^2} + \frac{2 a_2 \mu^2}{c^3} + e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)} C1; \quad (12)$$

$$sol5: = y(t) = \left(\frac{a_0 e^{\left(\frac{t(\lambda\mu+c)}{\mu}\right)} + C1 \right) e^{-\left(\frac{ct}{\mu}\right)}. \quad (13)$$

За умови, коли початкова деформація $y(0) = 0$, маємо розв'язок задачі Коші для рівняння (2)

> sol [11]: = dsolve({dif1, y(0) 0}, y(t));

$$sol11: = y(t) = \frac{P}{c} - \frac{e^{-\left(\frac{ct}{\mu}\right)} P}{c}. \quad (14)$$

Коли процес відбувається під час наявності початкової деформації Коші — при $y(0) = A$

$$\text{sol}[12] := \text{dsolve}(\{\text{dif1}, y(0) = A\}, y(t)); \quad (15)$$

$$\text{sol}_{12} := y(t) = \frac{P}{c} + \frac{e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)}(-P+Ac)}{c}.$$

Відповідно для рівняння релаксації (6) маємо також розв'язок задачі Коші при $y(0) = 0$;

$$\text{sol}_{21} := y(t) = 0, \quad (16)$$

а для початкової умови $y(0) = A$

$$\text{sol}_{22} := y(t) = e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)} A. \quad (17)$$

Для рівняння (3)

$$\text{sol}_{31} := y(t) = \frac{a0}{c} + \frac{a1 t}{c} - \frac{a1 \mu}{c^2} + \frac{e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)}(-a0 c + a1 \mu)}{c^2}; \quad (18)$$

$$\text{sol}_{32} := y(t) = \frac{a0}{c} + \frac{a1 t}{c} - \frac{a1 \mu}{c^2} + \frac{e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)}(-a0 c + a1 \mu + Ac^2)}{c^2}. \quad (19)$$

Для рівняння (4)

$$\text{sol}_{41} := y(t) = \frac{a0}{c} + \frac{a1 t}{c} - \frac{a1 \mu}{c^2} + \frac{a2 t^2}{c} - \frac{2 a2 \mu t}{c^2} + \frac{2 a2 \mu^2}{c^3} + \frac{e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)}(-a0 c^2 - 2 a2 \mu^2 + a1 \mu c)}{c^3}; \quad (20)$$

$$\text{sol}_{42} := y(t) = \frac{a0}{c} + \frac{a1 t}{c} - \frac{a1 \mu}{c^2} + \frac{a2 t^2}{c} - \frac{2 a2 \mu t}{c^2} + \frac{2 a2 \mu^2}{c^3} + \frac{e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)}(a0 c^2 + 2 a2 \mu^2 - a1 \mu c - Ac^3)}{c^3}. \quad (21)$$

Для рівняння (5)

$$\text{sol}_{51} := y(t) = \left(\frac{a0 e^{\left(\frac{t(\lambda\mu+c)}{\mu}\right)}}{\lambda\mu+c} - \frac{a0}{\lambda\mu+c} \right) e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)}; \quad (22)$$

$$\text{sol}_{52} := y(t) = \left(\frac{a0 e^{\left(\frac{t(\lambda\mu+c)}{\mu}\right)}}{\lambda\mu+c} - \frac{-a0 + A\lambda\mu + Ac}{\lambda\mu+c} \right) e^{\left(\frac{ct}{\mu}\right)}. \quad (23)$$

Виконаємо аналіз математичної моделі імпульсного деформування системи.

Представимо рівняння (7) у вигляді

$$\text{de}_1 := \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} x(t) \right) + 2n \left(\frac{\partial}{\partial t} x(t) \right) + p^2 x(t) = 0, \quad (24)$$

де n — приведений коефіцієнт, що характеризує в'язкі властивості системи; p — приведений коефіцієнт, що характеризує пружні властивості системи.

Запишемо розв'язки рівняння (24):

у загальному вигляді (25);

у вигляді полінома n 'ятого степеня (комп'ютерний варіант запису — останній член $0(t^6)$ є нульовим) (26); задачі Коші (27), то за початкових умов мають вигляд

$$\text{sol}_1 := \text{dsolve}(\{\text{de}[1], x(t)\}, x(t)); \text{sol}[2] := \text{dsolve}(\{\text{de}[1], x(t), \text{type} = \text{series}\}); \text{sol}[3] := \text{dsolve}(\{\text{de}[1], x(0) = 0, D(x)(0) = 10\}, x(t));$$

$$\text{sol}_1 := x(t) = _C1 e^{\frac{(-n + \sqrt{(n-p)(n+p)})t}{\mu}} + _C2 e^{\frac{-(n + \sqrt{(n-p)(n+p)})t}{\mu}}; \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \text{sol}_2 := x(t) = & x(0) + D(x)(0) t + \left(-n D(x)(0) - \frac{1}{2} p^2 x(0) \right) t^2 + \\ & + \left(\frac{2}{3} n^2 D(x)(0) + \frac{1}{3} n p^2 x(0) - \frac{1}{6} p^2 D(x)(0) \right) t^3 + \\ & + \left(\frac{1}{6} p^2 n D(x)(0) + \frac{1}{24} p^4 x(0) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{3} n^3 D(x)(0) - \frac{1}{6} n^2 p^2 x(0) \right) t^4 + \\ & + \left(-\frac{1}{10} p^2 n^2 D(x)(0) + \frac{1}{15} n^3 p^2 x(0) - \frac{1}{30} n p^4 x(0) + \right. \\ & \left. + \frac{2}{15} n^4 D(x)(0) + \frac{1}{120} p^4 D(x)(0) \right) t^5 + O(t^6); \end{aligned} \quad (26)$$

$$\text{sol}_3 := x(t) = 5 \frac{e^{\frac{(-n + \sqrt{(n-p)(n+p)})t}{\mu}}}{\sqrt{n^2 - p^2}} - \frac{5e^{\frac{-(n + \sqrt{(n-p)(n+p)})t}{\mu}}}{\sqrt{n^2 - p^2}}. \quad (27)$$

Наведені математичні моделі (9-23, 25-27) охоплюють більшість систем органічного походження, дають можливість дослідити процес деформування за заданим $P(t)$ або визначити оптимальні режими руху робочих органів обладнання за заданим режимом деформування.

Розглянемо можливості практичного використання отриманих моделей. Графіки залежності величини деформування $y(t)$ від часу при постійному навантаженні $P(t) = 10^5$ Па. (рис. 5).

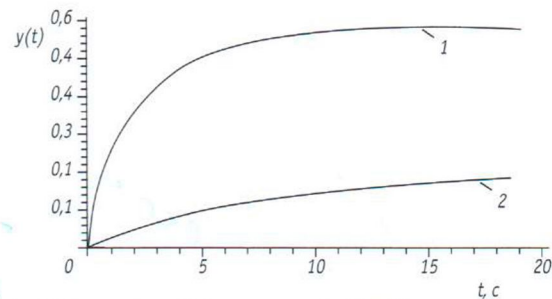


Рис. 5. Кінетичні криві деформування продукції під дією поступового навантаження: 1 - $\mu = 350 \cdot 10^4$ Па·с; $c = 5 \cdot 10^5$ Па; 2 - $\mu = 350 \cdot 10^4$ Па·с; $c = 15,8 \cdot 10^5$ Па

Аналіз кривих свідчить, що під час збільшення пружності системи величина і швидкість деформування для заданого напруження зменшуються. Для першого типу продукту практично за 5 с досягається максимальна деформація, а для другого вона продовжується і після 20 с дії деформуючих зусиль.

Для ротарійно-лопатевого нагнітача-дозатора в'язко-пружно-пластичної дисперсної системи, в цьому випадку м'ясного фаршу (рис. 6), за характером кривої 1 (функції $y(t)$) розраховують величину ексцентриситета, кількість лопатей, швидкість обертання для різних видів ковбас.

Так для фаршу варених ковбас із додаванням 10% текстротейну (тиск $3 \cdot 10^5$ Па, і зовнішній діаметр ротора 200 мм) під час отримання стограмових порцій, за максимальної продуктивності 250 порцій за хвилину, забезпечується допустима стандартом

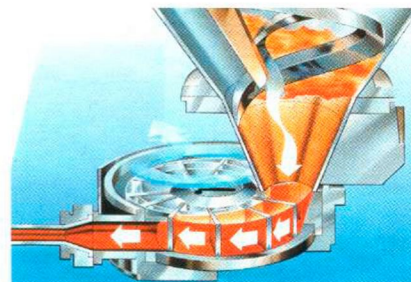


Рис. 6. Схема ротарійно-лопатевого нагнітача-дозатора

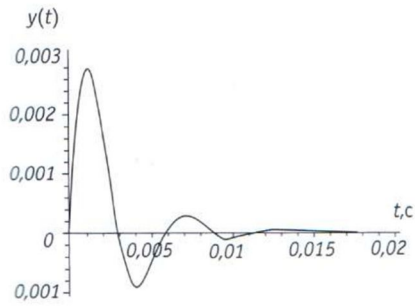


Рис. 7. Кінетична крива деформування продукції під дією імпульсного навантаження

похибка дозування.

Розрахунками, проведеними за методикою [2], встановлено потрібну потужність електродвигуна, дозатора, вона дорівнює 5 кВт.

У випадку імпульсного деформування другого типу продукції маємо таку кінетичну криву (рис. 7).

Сплеск функцій $y(t)$ і її коливальний характер свідчать про відмінність від попереднього випадку характеру поведінки системи. Маємо імпульс, який може зруйнувати цілісність продукту. Наприклад, плівка може розірватися.

Отримані реологічні моделі характеризують поведінку реальних дисперсних систем органічного походження під дією зовнішнього і внутрішнього напруження, і дають змогу оптимізувати механічні процеси, визначити режими руху робочих органів обладнання, зусилля яких діють під час їх контакту з продуктом.

Література

1. Азаров Б. М. Арет В. А. Инженерная реология пищевых производств. Москва, МТИМПП. 1978. С. 113.
2. Гуць В. С. Энергетика механічних процесів пакування. Упаковка. № 6. 2001. С. 20-22.