

УДК 657.422.14.001.891.573

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ОСОБЛИВОСТЕЙ
КРЕДИТУВАННЯ НА ОПТИМАЛЬНИЙ ПЛАН ВИРОБНИЦТВА
(БІЗНЕС-ПЛАН)**

М.Г. МЕДВЕДЕВ, доктор технічних наук,

В.С. КИРИЛЮК, кандидат фізико-математичних наук,

С.І. МИХАЙЛОВ, кандидат економічних наук, С.В. ШИШОВ, асистент

У статті розглядається вплив особливостей отримання кредитів (математична модель) на побудову оптимального плану виробництва (бізнес-плану).

Досить актуальним було та залишається завдання, яке стоїть перед кожною фірмою, у виборі оптимального виробничого (комерційного) плану, що дозволяє збільшити прибутковість виробничої (комерційної) діяльності. Цілий ряд складних економічних та фінансових проблем, які виникають у результаті цієї діяльності, докладно висвітлені в монографіях відомих економістів (серед них два лауреати Нобелівських премій з економіки) [1,2,3,4]. Під час написання цієї статті автори намагались дотримуватись термінології та методології, використаних у вищезгаданих роботах.

Завдання, яке стоїть перед фірмою, полягає в тому, щоб визначити потік продуктів (товарів), що випускаються, які можуть бути вироблені на існуючому устаткуванні та забезпечать максимальний дисконтований прибуток. Позначимо через k назву товару, тоді запишемо через $x_{k0}, x_{k1}, \dots, x_{kv}$ кількість товарів цієї назви, яку планується продавати кожного наступного місяця. При цьому виробнича функція набуде вигляду:

$$f(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0}, x_{11}, x_{21}, \dots, x_{1v}, x_{2v}, \dots, x_{nv}) = 0 \quad (1)$$

(всього n найменувань товарів та v - кількість місяців).

Вираз для дисконтованого прибутку можна записати так:

$$W = \sum_{k=1}^n \sum_{t=1}^v (\beta_t)^t p_{kt} x_{kt}, \quad (2)$$

де $\beta_t = \frac{1}{1+i_t}$, i_t - місячна процентна ставка для позик за t -й місяць.

p_{kt} - ціна продукту k -го найменування, яка за оцінкою підприємця буде встановлена через t місяців.

Відзначимо, що як змінні у вирази (1) і (2) включені також витрати (факто-

ри, наприклад, компоненти, що закупаються). Їх ціна входить у вираз (2) із знаком "-", а ціна продуктів, що випускаються (продаються), є позитивна величина. Припустимо, що фірма знаходиться в умовах досконалої конкуренції, тоді задачу максимізації дисконтованого прибутку із врахуванням рівності (1) можна досліджувати шляхом введення множника Лагранжа та максимізації виразу $W-\mu f$.

Звідси одержуємо:

$$d(W-\mu f)=0, \quad d^2(W-\mu f)<0, \quad (3)$$

тобто, перший повний диференціал виразу $W-\mu f$ дорівнює нулю, а другий повний диференціал від цього виразу є від'ємною величиною. Тоді з першої формули умови (3) маємо:

$$(\beta_t)' p_{kt} = \mu \frac{\partial f}{\partial x_{kt}} \quad (k=1, \dots, n; t=0, 1, \dots, v). \quad (4)$$

Оскільки W - лінійна відносно x_{kt} , то $d^2W=0$, отже, друга умова умови (3) припускає, що $d^2f>0$. Крім того, необхідне виконання рівнянь (1) та (4).

Систему рівнянь (1) і (4) називають умовами рівноваги:

$$\begin{aligned} f(x_{10}x_{20}\dots x_{n0}x_{11}x_{21}\dots x_{n1}\dots x_{1v}x_{2v}\dots x_{nv})=0, \\ (\beta_t)' p_{kt} = \mu \frac{\partial f}{\partial x_{kt}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Виключаючи із системи (5), одержуємо $n(v+1)$ рівнянь.

Однак, щоб дисконтований прибуток був максимальний, одного розв'язку системи (5) недостатньо, треба ще задовольнити умови $d^2f>0$, які іноді називають умовами стабільності.

Розглянемо обмеження, накладені на систему (5) умовами стабільності $d^2f>0$, трохи пізніше. Спочатку з'ясуємо вплив особливостей кредитування на ставку дисконту. У постсоціалістичних країнах, зокрема в Україні, кредитування іноді має специфічні риси та може виходити за рамки звичайного класичного кредитування. Це пов'язано з обмеженістю доступу до кредитних ресурсів, бажанням банків зменшити свої ризики по кредитах, примушуючи позичальника розміщати частину кредитних ресурсів на депозиті (вимушений депозит), а також недостатнім розвитком банківської системи в цілому. Видача кредиту супроводжується іноді рядом додаткових умов, які можуть суттєво вплинути на "вартість" кредитних ресурсів. У роботі [5] авторами цієї статті запропоновано методику порівняння процентних ставок по класичних (звичайних) кредитах та кредитах з додатковими умовами. Використаємо цей підхід для визначення величини β_t у виразі (2) у випадку одержання таких кредитів.

Введемо такі позначення:

K - сума кредиту;

r - річний відсоток по кредиту;

d - частина суми кредиту, яку покладено на депозит за вимогою банку під нижчий відсоток;

V - витрати, які включають винагороду посереднику та страхування кредиту;

r' - річний відсоток на депозиті ($r' < r$);

N - кількість років, на які дається кредит;

m - частота (кількість) нарахувань відсотків за один рік.

Припускаємо, що нарахування відсотків по основному кредиту та по депозиту відбувається одночасно, а відсотки виплачуються разом з поверненням позикових коштів у кінці строку кредитування. Для знаходження ставки відсотка "еквівалентного" кредиту (з тією ж самою частотою нарахування відсотків) запишемо баланс грошових потоків на кінець строку кредитування.

Одержуємо:

$$K(1+r/m)^{mN} - d(1+r'/m)^{mN} = [K - (V+d)] (1+r'/m)^{mN}, \quad (6)$$

де $K - V - d$ - сума грошей, які фірма одержує у своє розпорядження для обороту.

Далі маємо:

$$\ln \left[\frac{K(1+r/m)^{mN} - d(1+r'/m)^{mN}}{K - V - d} \right] = mN \ln(1+r'/m). \quad (7)$$

Звідси випливає:

$$r^* = m \left[e^{\frac{\ln \frac{K(1+r/m)^{mN} - d(1+r'/m)^{mN}}{K - V - d}}{mN}} - 1 \right]. \quad (8)$$

Таким чином, ми обчислили "еквівалентний" річний відсоток по позикових коштах, які одержуються при додаткових витратах, пов'язаних з винагородою посереднику, страхуванням (страховим внеском), а також вимушеним депозитом.

З одержаних виразів величина місячної ставки дисконтування визначається таким чином:

$$\beta_t = \beta_s = \frac{1}{1 + r^*/12}. \quad (9)$$

Тоді формула (2) записується у вигляді:

$$W = \sum_{k=1}^n \sum_{t=0}^v (\beta_s)^t p_{kt} x_{kt}, \quad (10)$$

тобто, у подальшому ми припускаємо, що на весь період часу діє постійна ставка дисконтування, яка визначається виразами (8) і (9).

Отже, на першому етапі розгляду особливостей кредитування визначаємо ставку дисконтування β_* і записуємо вираз дисконтованого прибутку у вигляді (10). Тепер, маючи співвідношення (10), можна переходити до рівнянь рівноваги (5) та умов стабільності.

Перепозначимо змінні, вводячи наскрізну нумерацію:

$$x_{10}=x_1, x_{20}=x_2, \dots, x_{n1}=x_n,$$

де $N=n(v+1)$. Запишемо другий повний диференціал від функції f у вигляді:

$$d^2 f = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N f_{rs} dx_r dx_s, \quad (11)$$

де $f_{rs} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_r \partial x_s}$. З умов стабільності $d^2 f > 0$ для виразу (11)

та достатньо складних математичних перетворень, аналогічних проведенням у [4], одержуємо набір обмежень (правил) на розв'язок системи рівнянь (5), яку в нових змінних запишемо так: $f(x_1, \dots, x_N) = 0$;

$$P_k = \mu \frac{\partial f}{\partial x_k}, \quad (12)$$

де

$$x_1=x_{10}, x_2=x_{20}, \dots, x_n=x_{n0}, x_{n+1}=x_{11}, \dots, x_N=x_{n(v+1)}; \\ P_1=P_{10}, P_2=P_{20}, \dots, P_n=P_{n0}, P_{n+1}=\beta_*, P_{11}, \dots, P_N=\beta_*^v P_{n^v}, N=n(v+1). \quad (13)$$

Ці обмеження (правила) з урахуванням позначення $\frac{\partial x_s}{\partial P_r} = X_{rs}$, можна записати у вигляді:

$$(A) X_{rs} = X_{sr}; (B) X_{rr} < 0; \\ (C) \sum_{s=1}^N P_s X_{rs} = 0; (D) \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^m P_r P_s X_{rs} < 0; (m < N); \quad (14) \\ (E) \sum_{s \neq r} P_s X_{rs} > 0; (F) \sum_{r=1}^m \sum_{s=m+1}^N P_r P_s X_{rs} > 0.$$

Таким чином, одержуємо рівняння рівноваги (12) при обмеженнях (A)-(F). Вибираючи конкретні вирази виробничих функцій f і задаючи значення передбачуваних цін P_k для товарів x_1, \dots, x_n у відповідні періоди часу та умови кредитування, одержуємо конкретні рівновагомі моделі для знаходження оптимального виробничого плану (бізнес-плану). Відзначимо, що у вказану математичну схему природним чином включається не тільки виробнича діяльність, а також і комерційна. Так, наприклад, товари, що закупаються, за запропонованою схемою мають від'ємну вартість (як витрати), а ті, що продаються - додатню. При-

чому в цьому випадку одна й та ж сама назва товару при закупівлі і продажу враховується як два різні види товарів зі своїми від'ємними та додатними цінами.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ейсан Нікбахт, Анжеліко Гроппелі. Фінанси.- К.: Вік, Глобус, 1992. - 382с.
2. П.Самуельсон. Економіка: В 2 т. - НПО "Алгон", ВНИИСИ. - Т.1. - 332с. Т.2. - 414с.
3. Кэмпбелл Р. Макконнелл, Стенли Л.Брю. Економіка: В 2 т.- М.: Республика, 1993. - Т.1. - 399 с. - Т.2. - 400 с.
4. Дж.Р.Хикс. Стоимость и капитал. - М.: Прогресс, 1993.- 488 с.
5. В.С. Кирилюк, М.Г. Медведєв. Економіко-математичний аналіз ефективності отримання кредитів. Удосконалення управління соціально-економічним розвитком АПК//Зб. наук. праць НАУ. - К.,1996. - С.133-139.

Одержано 20.12.97