

Іван Юрик .
Український держ. університет харч. технологій , Київ .
ПРО ДОДАТКОВУ СИМЕТРІЮ НЕЛІНІЙНОГО
РІВНЯННЯ ДАЛАМБЕРА .

Важливою задачею при дослідженні диференціальних рівнянь в частинних похідних є знаходження додаткових симетрій диференціального рівняння . Одним із шляхів розв'язання цієї задачі може бути вивчення умовної інваріантності диференціального рівняння , запропонованої в роботі [1] .

Нелінійне рівняння Даламбера в просторі $R_{1,n}$ має вигляд :

$$\square u + \lambda u^k = 0 , \quad (1)$$

де $\square u = u_{00} - u_{11} - \dots - u_{nn}$; $u_{\mu\nu} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_\mu \partial x_\nu}$, $\mu, \nu = 0, 1, \dots, n$.

Максимальною алгеброю інваріантності для рівняння (1) при $k \neq \frac{n+3}{n-1}$ є розширена алгебра Пуанкаре $A\tilde{P}(1,n)$:

$$P_0 = \partial_0 , \quad P_a = -\partial_a , \quad J_{\mu\nu} = x_\mu P_\nu - x_\nu P_\mu , \quad D = x^\nu P_\nu - \frac{2}{1-k} u .$$

Зміст умовної інваріантності для рівняння (1) полягає в тому , що це рівняння вивчається разом з деякими додатковими умовами :

$$L_1 = 0 , \quad \dots , \quad L_t = 0 , \quad (2)$$

які являють собою систему диференціальних рівнянь в частинних похідних . Умови (2) виділяють із всієї множини розв'язків рівняння (1) деяку підмножину S . При вдалому виборі умов (2) підмножина S може мати симетрію , яка не входить в алгебру $A\tilde{P}(1,n)$.

Якщо умови (2) мають вигляд :

$$\hat{X}_i u \equiv \xi_i^\alpha \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} - \eta = 0 , \quad (3)$$

де оператори $\hat{X}_i \equiv \xi_i^\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + \eta \frac{\partial}{\partial u}$, $i = 1, \dots, t$ утворюють базис

деякої підалгебри L алгебри $A\tilde{P}(1,n)$, то з допомогою умов (3) виділяється підмножина S розв'язків рівняння (1) , інваріантних відносно підалгебри L . Існують підалгебри L , для яких системи (1) і (3) мають нові симетрії . Нами проведена класифікація всіх таких підалгебр і досліджено алгебру інваріантності відповідну системі (1) , (3) .

Література .

[1] Fushchych W.I., How to extend symmetry of differential equations ? , in : Symmetry and Solutions of Nonlinear Mathematical Physics Equations , Inst. of Math. Acad. of Sci. Ukraine , Kiev , 1987 , 4-16 .