ОЦІНКИ МОНОТОННИХ НАБЛИЖЕНЬ ДВІЧІ ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ

В.В.Листопад

Нехай φ - функція типу k – го модуля неперервності, $k \in N; I := [-1;1]$. Позначимо через $B^r H_k^{\varphi}, (r+1) \in N,$ клас r разів неперервно – диференційованих на (-1;1) функцій $f \in C(I)$ таких, що

$\left\| (1+x)^{\frac{r}{2}} (1-x-kd)^{\frac{r}{2}} \Delta_d^k (f^{(r)}, x) \right\| \le \varphi(h)$, для всіх $x \in (-1;1), h > 0, [x; x+kd] \subset (-1;1),$ де

$d := d(x,h) := h\sqrt{1-x^2} + h^2, x \in I, \Delta_d^k (f^{(r)}, x)$ - k – та різниця функції $f^{(r)}$ в точці x з кроком d.

Позначимо Δ^1 - множину монотонних і неперервних на I функцій $E_n^{(1)}(f) := \inf\limits_{P \in P_n \cap \Delta^1} \|f - P\|$ - величину найкращого рівномірного наближення функцій $f \in \Delta^1$ алгебраїчними многочленами $P \in P_n \cap \Delta^1$.

Теорема 1. Якщо $f \in B^2 H_k^{\varphi}$, і $f`(x) \ge 0$ при $x \in (-1;1)$, то

$$E_n^{(1)}(f) \le \frac{c}{n^2} \int\limits_0^{\frac{1}{n}} \frac{\varphi(u)}{u} du, c = c(k), n > k. \qquad (1)$$

Зауваження. Зауважимо, що згідно з результатами К.А.Копотуна, Д.А.Левіатана та О.І.Шевчука інтеграл в правій частині (1), взагалі кажучи, не можна замінити на $\varphi\left(\frac{1}{n}\right)$. В той час для $r > 2$ теорема 1 тягне за собою теорему 2.

Теорема 2. Якщо функція не спадає на I і $f \in B^r H_k^{\varphi}$, то

$$E_n^{(1)}(f) \le \frac{c}{n^2} \varphi\left(\frac{1}{n}\right), c = c(k,r) = const, n \ge k + r - 1. \qquad (2)$$

Випадок $r = 0,1$ досліджено Д.Левіатаном. Оцінки типу (2) для кусково-монотонного наближення отримані Д.Левіатаном та І.О.Шевчуком.

В.В.Листопад

Академія праці і соціальних відносин

Економічний факультет

М.КиївБ вулю Велика Окружна дорога , 3.