

28. Визначення маси кристалів, що відходять з міжкристальним розчином в процесі центрифугування

Валерій Мирончук, Віталій Підгорний

Національний університет харчових технологій

Борис Кузьменко

Інститут енерговугільних технологій НАН України

Вступ. В процесі центрифугування цукрових утфелів відбувається відділення кристалів цукру від міжкристального розчину шляхом проходження останнього через сита центрифуг з отворами розміром яких становить d мм. Лінійний розмір цих кристалів змінюється від 0 до деякої максимальної величини, внаслідок чого, кристали з лінійним розміром від 0 до величини d мм проходять через отвори сита центрифуги разом з міжкристальним розчином. Ця обставина призводить до збільшення вмісту сахарози у відтоку утфеля I – II кристалізації, та в мелясі. Для оцінки таких втрат необхідна максимально точна оцінка маси кристалів цукру в діапазоні лінійних розмірів 0 - d мм.

Методи досліджень. Прямі методи визначення маси кристалів цукру вищезазначеної фракції в цукровому утфелі громіздкі і неточні. Кількісну оцінку цих кристалів можна достатньо точно визначити шляхом аналізу їх фракційного складу, та диференціальної функції розподілу кристалів за їх розмірними характеристиками, [1]. До них відноситься лінійний розмір r_i , поверхня F_i , маса G_i i – го кристала, $i = N$, де N – загальна кількість кристалів в масі утфелю, чи в їх репрезентативній вибірці.

Одним із способів визначення маси кристалів, що проходять через сито центрифуги є їх мікрофотографування у відборі проби утфелю-міжкристалевого розчину за ситом, з обробкою даних мікрофотографії на предмет оцінки лінійно-масових характеристик.

Результати. Вважається, що трьох вказаних розмірних характеристик r_i , F_i , G_i існують наступні залежності:

$$(1) \quad F_i = b_{Fr} r_i^2, \quad G_i = b_{Gr} r_i^3, \quad F_i = b_{FG} G_i^{\frac{2}{3}},$$

де b_{Fr} , b_{Gr} , b_{FG} - постійні величини, причому для кристалів цукру $b_{Fr}=2.1$,
 $b_{Gr} = 0.35$, $b_{FG}=4.12$

Сукупність співвідношень (1) складає сутність математичної моделі Кухаренка І.А гоніометрії промислових кристалів у її детермінованому варіанті [2].

У відповідності з цим розрізняють три типи диференціальних функцій розподілу: $f_{Nr}(r)$ - диференціальна функція лічильного розподілу кристалів цукру за їх лінійними розмірами; $f_{NG}(G)$ – диференціальна функція лічильного розподілу кристалів цукру за їх масою; $f_{Gr}(r)$ – диференціальна функція розподілу лінійного розміру кристалів цукру за їх масою, яка знаходиться за результатами ситового аналізу кристалів цукру. В рамках детермінованої математичної моделі гоніометрії промислових кристалів цукру між $f_{Nr}(r)$, $f_{NG}(G)$, $f_{Gr}(r)$ існують функціональні залежності [3]. В основному використовується останній тип розподілу, геометрично це – асиметрична крива, яку аналітично можна описати функцією гама-розподілу [1]:

$$(2) \quad f_{Gr}(r) = \frac{1}{k_{Gr}^2 \bar{r}_G \Gamma\left(\frac{1}{k_{Gr}}\right)} \left(\frac{r}{k_{Gr} \bar{r}_G}\right)^{\frac{1}{k_{Gr}}-1} e^{-\frac{r}{k_{Gr} \bar{r}_G}},$$

де: $\bar{r}_G$ - середньозважений лінійний розмір кристалів цукру,
 $\bar{r}_G = \int_0^\infty r f_{Gr}(r) dr \approx \frac{\sum_{i=1}^N r_i G_i}{\sum_{i=1}^N G_i}$, k_{Gr} – коефіцієнт лінійно-масової
 нерівномірності кристалів,

$$k_{Gr} = \frac{\sqrt{\int_0^\infty r^2 f_{Gr}(r) dr - \left[\int_0^\infty r f_{Gr}(r) dr\right]^2}}{\int_0^\infty r f_{Gr}(r) dr} \approx \frac{\sqrt{N \sum_{i=1}^N r_i^2 G_i - \left[\sum_{i=1}^N r_i G_i\right]^2}}{\sum_{i=1}^N r_i G_i}.$$

Величини $\bar{r}_G$, k_{Gr} визначаються шляхом обробки результатів ситового аналізу кристалів цукру. Частка кристалів цукру Δd з лінійним розміром від 0 до d визначається за формулою:

$$\Delta d = \int_0^d f_{Gr}(r) dr = \int_0^d \frac{1}{k_{Gr}^2 r_G \Gamma(\frac{1}{k_{Gr}^2})} \left(\frac{r}{k_{Gr}^2 r_G}\right)^{\frac{1}{k_{Gr}^2}-1} e^{-\left(\frac{r}{k_{Gr}^2 r_m d r}\right)} \quad (3)$$

Величину Δd можна визначити з використанням ПЕОМ та програми

$$\Delta d = \text{Gamma}\left(d \cdot \frac{r}{k_{Gr}^2 r_m}\right) \quad (4)$$

або програми `gammainc` $\left(d \cdot \frac{r}{k_{Gr}^2 r_m}\right)$ в системі MATLAB

$$\Delta d = \text{gammainc}\left(d \cdot \frac{r}{k_{Gr}^2 r_m}\right), \quad (5)$$

де $\text{Gamma}\left(d, \frac{r}{k_{Gr}^2 r_m}\right)$ - неповна гама-функція порядку d , значення якої визначається за спеціальними таблицями, [4], або з використанням ПЕОМ та програм Mathcad, [4], а $\text{gammainc}\left(d, \frac{r}{k_{Gr}^2 r_m}\right)$ те ж саме, але для MATLAB, [6].

Слід мати на увазі, що величини d , r , $\overline{r_m}$ повинні мати однакову розмірність довжини, причому величина d , лінійний розмір отворів в ситі центрифуги, становить 0.2 мм, або 0.00002 м. Величина Δd становить частку маси кристалів цукру, що проходять через сито центрифуги при центрифугуванні цукрового утфелю. У відсотках ця величина становить $100 \Delta d$.

Висновок. Масу кристалів цукру, що відходять з відтоком під час центрифугування утфелю з високою точністю можна визначити запропонованими залежностями на основі результатів обробки даних мікрофотографування.

Література

1. Кузьменко Б.В. Математичне моделювання процесів росту і розчинення кристалів цукру в промислових умовах. Автореф. дис. д-ра техн наук, К., УДУХТ, 1995 р. – 40 с.
2. Кузьменко Б.В., Гулий І.С. Математичне моделювання процесів зародження, масового росту та розчинення кристалів. – Доповіді Національної академії наук України, 1995, №2, серія – фізика, с. 86-87.
3. Штангеев В.О., Кузьменко Б.В. Принципы стохастической кинетики роста и растворения кристаллов. // Материалы Всесоюзного семинара по теории и практике кристаллизации Научного Совета АН СССР по проблеме «Теоретические основы химической технологии», Брянск, 1990. – с. 30-35.
4. Пагурова В.И. Таблицы неполной гамма-функции. – М.: ВЦ АН СССР, 1963.- 152 с.
5. Дьяконов Д.В. Mathcad 14. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 704 с.
6. Дьяконов В.П. MATLAB 7 /R2006/R2007: Самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 768 с.