

МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС ТЕПЛООВОЛОГОПЕРЕНОСЕННЯ У ПРОЦЕСАХ ЗБЕРІГАННЯ ЗЕРНА

Гапонюк І.І., к.т.н., доцент ОНАХТ, Остапчук М.В., д.т.н., професор ОНАХТ

Ключові слова: зерно, вологовміст, теплота, температура, тиск, конвективний масообмін, агрегатний стан, міжфазові взаємодія.

Анотація: виконано аналіз енергозатрат зневоднення зерна, приведено математичний опис масо- тепло перенесення, вказано параметри впливу на швидкість масо- теплообмінних процесів, відмічено закономірності розподілу температури та вологи в зернині, наведено фактори впливу на перебіг масообмінних процесів та дано математичне описання.

The keywords: grain, moisture content, heat, temperature, pressure, convective mass exchange, the state of aggregation, interphase interactions.

Annotation: is executed [analyz] the power consumption of the drying of grain, is given the mathematical description of mass- and heat-displacement, it is indicated the influencing parameters to the rate of the mass- of heat exchange processes, it is noted laws governing the distribution of the temperature and moisture in caryopsis, are given factors influencing the mass-exchange processes and the mathematical description of these processes is given.

Будь-яка оцінка досконалості технологічного процесу, в тому числі і технології зберігання зерна, залежать від численних показників якості зерна, характеристик навколишнього середовища, устаткування, приміщень тощо. Якщо взяти будь-який показник y , то його можна показати у вигляді математичної залежності від стану моделюемого об'єкта, який визначається показниками стану x_i , тобто

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

У зв'язку з труднощами визначення більшості характеристик зерна і робочих агентів використовують спрощені уявлення про перебіг окремих технологічних операцій.

Це дозволяє використати існуючі теоретичні уявлення про фізико-хімічні і біологічні процеси, які відбуваються при зберіганні зерна для установлення деяких математичних залежностей між вибраними показниками досконалості процесів зберігання зерна і первинними даними. До них можна віднести такі показники як затрати енергії, робочого агента та інших витрат на нагрівання (охолодження), зневоднення, переміщення зерна і робочого агента тощо, які є функціями первинних показників стану.

В більшості випадків ці фундаментальні теоретичні уявлення використовують опосередковано через систему інших показників, що дозволяє використати фундаментальні положення для розв'язання конкретних практичних задач на основі визначення різних форм математичного опису [2, 8, 9].

Найбільш узагальненою формою математичного опису процесів перенесення теплоти і вологи в процесі зберігання зерна вважають запропоновану А.В.Ликовим та Ю.А. Михайловим у такій формі [11], що встановлює зв'язок між швидкістю зміни основних показників шару зернового середовища, вологості, температури і тиску в часі $\left(\frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \frac{\partial P}{\partial \tau}\right)$ від значень цих параметрів в кожній точці середовища в декартових або інших системах координат:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \tau} &= k_{11} \nabla^2 u + k_{12} \nabla^2 \theta + k_{13} \nabla^2 P; \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} &= k_{21} \nabla^2 u + k_{22} \nabla^2 \theta + k_{23} \nabla^2 P; \\ \frac{\partial P}{\partial \tau} &= k_{31} \nabla^2 u + k_{32} \nabla^2 \theta + k_{33} \nabla^2 P, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де $k_{11}, \dots, k_{ij}, \dots, k_{33}$ — коефіцієнти, що визначаються сполученням термодинамічних і теплофізичних характеристик вологого тіла:

$$\begin{aligned} k_{11} &= a + a_m \delta \varepsilon r \frac{c_m}{c_{np}}, \text{ м}^2/\text{с}; & k_{12} &= \varepsilon r \frac{c_m}{c_{np}} a_m, \text{ м}^2\text{К}/(\text{с} \cdot \text{°М}); & k_{13} &= \varepsilon r \delta_p \frac{c_m}{c_{np}} a_m, \text{ м}^2\text{К}/(\text{с} \cdot \text{Па}); \\ k_{21} &= a_m \delta, \text{ м}^2 \cdot \text{°М}/(\text{с} \cdot \text{К}); & k_{22} &= a_m, \text{ м}^2/\text{с}; & k_{23} &= a_m \delta_p, \text{ м}^2 \cdot \text{°М}/(\text{с} \cdot \text{Па}); \\ k_{31} &= -\varepsilon \delta \frac{c_m}{c_{np}} a_m, \text{ м}^2 \cdot \text{Па}/(\text{с} \cdot \text{К}); & k_{32} &= -\varepsilon \frac{c_m}{c_{np}} a_m, \text{ м}^2 \cdot \text{Па}/(\text{с} \cdot \text{°М}); \\ k_{33} &= a_p - \frac{-\varepsilon a_m}{c_p} \delta_p, \text{ м}^2/\text{с}; \end{aligned}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{— оператор Лапласа; } a = \lambda/(c_p \rho) \quad \text{— коефіцієнт}$$

температуропровідності; $a_m = \lambda_m/(c_m \rho_m)$ — коефіцієнт дифузії вологи; δ — відносний коефіцієнт термодифузії вологи; a_p — коефіцієнт молярного перенесення вологи; δ_p — термоградієнтний коефіцієнт; ε — критерій фазового перетворення; r — питома теплота фазового перетворення; k — коефіцієнт фільтраційного перенесення вологи; c — приведена питома теплоємність матеріалу; c_p — коефіцієнт ємності вологого повітря в шпаруватому тілі; x, y, z — координати; ρ — густина сухої частки скелета вологого тіла.

Зауважимо, що наведена система рівнянь описує системи із розосередженими параметрами по координатам x, y, z , а всі теплофізичні і термодинамічні характеристики $a_m, \delta, \lambda, \varepsilon, c, r$ є функціями температури і вологовмісту, тощо.

В цих наведених рівняннях іноді вологовміст замінюють потенціалом вологоперенесення $du = c\theta$, тоді термодинамічні і теплофізичні характеристики поділяють на величину масоємності.

Наведені диференціальні рівняння з частинними похідними пов'язують незалежні змінні, їхні функції та частинні похідні цих функцій. Розв'язати ці рівняння можна тільки тоді, коли шукану функцію перетворити в тотожність [1, 2, 8, 9].

Форми і властивості зерна як сипкого середовища визначаються формою апарата і станом шару зерна. Якщо розглянути перенесення маси і енергії в окремих зернинах, то їх треба представити однією із простих геометричних форм — нескінченим циліндром або сферою. У зв'язку з цим змінюються його первинні показники, теплофізичні і інші властивості шару зерна в процесі його обробки. Нарешті змінюються форми передачі теплоти і маси, молекулярний та конвективний тепло-масообмін, що значно ускладнюють розв'язання задачі, тобто перетворення функцій в тотожність.

Наведена система диференціальних рівнянь може бути розв'язана за таких умов:

— коефіцієнти перенесення і термодинамічні характеристики в процесах нагрівання і сушіння сталі;

— пара в шпарах і капілярах зернин знаходиться в стані термодинамічної рівноваги з рідиною, а температура вологи дорівнює температурі тіла;

— повинна бути врахована конвективна складова молярного перенесення теплоти течією вологи, викликана відповідною зміною тиску та градієнтом потенціалу перенесення;

— повинна бути визначена спрощена зовнішня форма зернини або зернового середовища (пластина, циліндр, шар).

Але всі ці умови майже неможливо здійснити. Крім цього, мають місце обмеження (температура нагрівання, швидкість зневоднення, тощо), які можуть призвести до зниження якості продукту. В інших випадках задачу вважають некоректною [7, 9, 10], тому що не існує єдиного і сталого методу розв'язання таких задач, які дозволяють одержати кількісну характеристику незалежних змінних у будь-якому простору.

Градієнт загального тиску виникає тільки при високотемпературному зневодненні, коли температура середини тіла перевищує температуру робочого агента. Таким чином, у рівнянні (1) величиною тиску P у більшості випадків можна нехтувати. Оператор Лапласа (вектор набла) (∇^2) для тривимірних задач дуже ускладнює задачу, яку у більшості випадків зводять до одновимірної (нескінченна пластина, циліндр, куля). Таким чином розв'язання конкретних задач можливе при багатьох спрощеннях, уявленнях і обмеженнях.

Всі спрощення у більшості зводять до рівнянь матеріального і енергетичного балансу, кінетики при певних граничних умовах, які можна звести до невизначених умов однозначності: геометричні умови неоднозначно визначають форму і розміри тіла і їх зводять до ідеальних; фізичні умови неоднозначні у зв'язку з неоднозначність характеристик зерна і робочого агента в просторі апарату і всередині зернини; граничні умови I, II, III і IV роду у більшості вибирають зазвичай довільно, оскільки важко вивести закон розподілу температури, теплової течії, умови теплообміну та рівності течії теплоти і вологи через поверхні дотику шару зерна чи зернини і робочого агента.

Ці складнощі збільшуються при математичному описі процесів у рухомому, зваженому, псевдозрідженому та інших шарах зерна. Розв'язання задач такого типу потребує значного спрощення математичного опису.

Основні суперечності у використанні системи рівнянь А.В. Ликова полягають у кількості та складності одержання довідкових та експериментальних даних (незалежні змінні) для розв'язання технічної задачі.

Практичне застосування цього виду опису в технології зберігання зерна зробили В.С.Сергунов і В.С.Уколов для визначення закономірностей розповсюдження температури в зерновому середовищі при самозигріванні в силосах, розглядаючи його як суцільне середовище.

Автори відмовились від методу розв'язання цього рівняння А.В. Ликовим і запропонували ще ряд спрощених уявлень, розглядаючи шари самозигрівуючого зерна як нескінчену пластину, нескінчений циліндр і кулю, що значно спрощує математичний опис, оскільки розв'язується одновимірна задача.

Наприклад, для зернового середовища в силосі у формі нескінченної пластини запропоновано рівняння для визначення розподілу температури зерна всередині джерела самозигрівання $\theta_1(x, \tau)$ в часі τ і відстані x

$$\theta_1(x, \tau) - \theta_0 \approx \frac{(q_n - q_0)\tau}{\rho_1 c_1} \left[1 - \frac{2}{1 + k_e} (1 + \theta_1) \right] + \frac{q_0 \tau}{\rho_2 c_2},$$

яке є функцією залежності зміни температури зернового середовища θ в часі τ і відстані x при відомій інтенсивності джерела теплоутворення q_n , q_0 температур в центрі джерела самозигрівання Θ_0 та околу Θ_1 зернового шару, що охоплює нагріваючий самозигрівуючий шар зерна [В.С.Сергунов і В.С.Уколов];

k_e — критерій теплосвоєння, який залежить від співвідношення характеристик гріючого та навколишнього середовища.

Дослідники розв'язали це рівняння за допомогою метода кінцевих різниць. За результатами обчислень побудували номограму, за якою визначили розповсюдження температури зерна у самозігріваючому і оточуємому шарах.

Результати обчислень показали, що досягнення припустимої температури зерна вологістю 20% до $\Theta = 35^\circ\text{C}$ складає 6...12 діб, і до максимально припустимої температури $\Theta_{\max} = 50^\circ\text{C}$ — через 30 діб. Це дозволило авторам рекомендувати відстань між датчиками для контролю температури в силосах (радіус чутливості) 0,915, 0,745 і 0,57 м. Виробнича перевірка показала, що для надійності достатня відстань між датчиками 1,5 м. Ці результати використовуються до цього часу при розробці систем контролю стану зерна в силосах.

Рівняння типу А.В.Ликова, що віддзеркалюють основи зберігання енергії, використано М.В.Остапчуком для визначення розподілу температур по довжині теплообмінника і в часі, замінивши рівняння в частинних похідних системою алгебраїчних рівнянь та зробивши декілька припущень, що дозволило розв'язати цю систему методом прямих тільки для одного випадку:

$$\begin{aligned}\frac{\partial t_{\Gamma}}{\partial \tau} + G_{\Gamma} \cdot \frac{\partial t_{\Gamma}}{\partial x} + a \cdot (t_{\Gamma} - t_{cm}) &= 0; \\ \frac{\partial t_x}{\partial \tau} + G_x \cdot \frac{\partial t_x}{\partial x} + b \cdot (t_{cm} - t_x) &= 0; \\ \frac{\partial t_{cm}}{\partial \tau} - c \cdot (t_{\Gamma} - t_{cm}) + d \cdot (t_{cm} - t_x) &= 0;\end{aligned}$$

$$\text{де } a = \frac{\pi \cdot D_{\Gamma} \cdot \alpha_1}{f_{\Gamma} \cdot \rho_{\Gamma} \cdot c_{\Gamma}}; \quad b = \frac{\alpha_2}{\delta \rho_{cm} \cdot c_{cm}}; \quad c = \frac{\alpha_1}{\delta \cdot \rho_{cm} \cdot c_{\Gamma}}; \quad d = \frac{\pi \cdot D_x \cdot \alpha_2}{f_x \cdot \rho_x \cdot c_x};$$

$D_{\Gamma}, D_x, f_x, f_{\Gamma}$ — діаметри і площі перетину труб гарячого і холодного теплоносіїв; α_1, α_2 — коефіцієнти теплообміну, Вт/(м²·К);

$C_{\Gamma}, \rho_{\Gamma}, C_x, \rho_x, G_x, G_{\Gamma}$ — теплоємності, витрати і густина гарячого і холодного теплоносіїв; x — координата по довжині теплообмінника.

Розв'язання цієї спрощеної системи рівнянь при визначених уявних граничних умовах ($\tau_0 = 0, x = 0, x = l$) дозволило встановити закономірності розподілу температур по довжині і в часі.

Такий же спосіб використали В.І.Жидко і А.С.Бомко для визначення розподілу вологовмісту зерна кінцево-різницеvim методом по довжині сушильної камери при значних припущеннях, що не відповідають реальним умовам сушіння: стаціонарність режиму, довільно вибрані початкові умови неточне визначення системи координат, тощо. До цих же припущень віднесені сталі значення теплофізичних характеристик зерна, однакові зміни вологи в зернині і зерновому середовищі. Тобто автори свідомо вибрали ці припущення, які привели до того, що запропоновані рівняння не можна використовувати для аналізу просторового середовища. У зв'язку з невизначеністю багатьох характеристик належне розв'язання задач з такою формою опису неможливе або недоцільне.

Для визначення розповсюдження зміни температури Θ вологого зерна в процесі самозігрівання запропоновано більш просту форму опису

$$\left. \begin{aligned}c\rho \frac{\partial \Theta}{\partial t} &= \lambda \nabla^2 \Theta + \varepsilon r \frac{\partial U}{\partial \tau} + q(\Theta, U) \\ \frac{\partial U}{\partial t} &= a_m^2 + a_m \delta \nabla^2 \Theta + U(\Theta, U)\end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де $q(\Theta, U)$ і $U(\Theta, U)$ — джерела теплоутворення та вологозасвоєння.

Якщо ці джерела визначити кількісно, то можна йти мова про розв'язання задачі перенесення теплоти і вологи в зерновому середовищі.

Інші методи математичного опису засновані на використанні чисел (критеріїв) подібності, що відповідають формі початкових рівнянь та призначені для визначення температури і вологи у будь-якій точці простору

$$f(\text{Re}, \text{Nu}, \text{Pr}, \text{Fo}, \text{Ko}, \text{Gu}, \text{St}, \text{Pe}, \text{Bi}, \text{Lu}, \text{H}_0, d/h_{\text{ш}}, \varepsilon_{\text{ф}}, \lambda_3/\lambda_{\text{ш}}) = 0, \quad (3)$$

де числа Рейнольдса $\text{Re} = vl / \lambda$; Нусельта $\text{Nu} = al / \lambda$; Прандтля $\text{Pr} = \nu/a$; Фур'є $\text{Fo} = a\tau / l_e^2$; Косовича $\text{Ko} = r\Delta u / (c\Delta\theta)$; Гухмана $\text{Gu} = (T_c - T_m) / T_c$; Стентона $\text{St} = a/c\rho\nu$; Пекле $\text{Pe} = vl/a$; Біо $\text{Bi} = al_{cm} / \lambda_{cm}$; Ликова $\text{Lu} = a_m/a$; гомохронності $\text{H}_0 = \nu\tau / e$; $d/h_{\text{ш}}$ — критерій геометричної подібності; фазового перетворення $\varepsilon_{\text{ф}} = du_{\text{ф}}/du$; $\lambda_3/\lambda_{\text{ш}}$ — відношення теплопровідності окремої зернини і шару зерна.

Ці безрозмірні числа характеризують певні співвідношення між теплофізичними характеристиками $r, t, a, c, \nu, \lambda, d_e, d_{\text{ш}}, h$ та швидкістю зміни температурного поля τ , інтенсивність тепловіддачі a і теплопровідності λ , потенційні можливості сушильного агенту тощо.

Використовують і інші сполучення чисел подібності. Для процесів тепло-масообміну А.В.Нестеренко запропонував більш конкретну форму опису яка наведена в багатьох джерелах [1, 11]

$$\text{Nu}_m = A \text{Re}^n \text{Pr}^{0,33} \text{Gu}^{0,175} (T/T_0)^2,$$

яка, на думку автора, відтворює процес тепломасообміну в значних межах зміни числа $\text{Re} = 10^2 \dots 10^5$ та сталих $A = 0,27 \dots 1,07$; $n = 0,48 \dots 0,90$, які визначено експериментально. $\text{Nu} = 0,083 \text{Re}$ — ще одна спрощена форма подібної залежності.

Наведені числа (критерії) подібності, як і сталі коефіцієнти в рівняннях А.В.Ликова уявляють собою певні співвідношення теплофізичних характеристик зерна і робочого агенту, початкового та кінцевого стану взаємодіючих речовин, масштабних співвідношень та інших характеристик апаратів і транспортних пристроїв і їх можна записати безпосередньо як співвідношення незалежних змінних

$$\alpha, \beta, \lambda, \lambda_m, a, a_m, r, \nu, \varepsilon, c, c_m, t, \theta, g, l, d, p, D,$$

де α — коефіцієнт теплообміну, $\text{Вт}/\text{м}^2 \cdot \text{К}$;

α_m (β) — коефіцієнт масообміну (вологообміну), $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{Па})$;

λ — коефіцієнт теплопровідності, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$;

λ_m — коефіцієнт вологопровідності, $(\text{кг вологи})/(\text{кг сух. реч.} \cdot \text{°М})$;

ε — коефіцієнт шпаруватості;

r — коефіцієнт теплоти паротворення, $\text{Дж}/\text{кг}$;

$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$ — коефіцієнт температуропровідності, $\text{м}^2/\text{с}$;

$a_m = \frac{\lambda}{c_m \cdot \rho}$ — коефіцієнт тепломасопровідності (потенціалопровідності, дифузії

вологи, $\text{м}^2/\text{с}$);

ν — коефіцієнт кінематичної в'язкості, $\text{м}^2/\text{с}$;

c — теплоємність, $\text{Дж}/\text{кг} \cdot \text{К}$;

c_m — масоємність, $(\text{кг вологи})/(\text{кг сух. реч.} \cdot \text{°М})$;

ρ — густина, $\text{кг}/\text{м}^3$;

t, θ — температура робочого агенту і зерна, $^{\circ}\text{С}$ ($T - ^{\circ}\text{К}$);

ν — швидкість робочого агенту, $\text{м}/\text{с}$;

σ — коефіцієнт поверхневого натягу, $\text{Н}/\text{м}$;

p — тиск, Па ;

d, l — визначальні геометричні розміри, м ;

$\frac{\lambda_p}{\lambda_m} = \delta_p$ — термоградієнтний коефіцієнт молярної течії вологи (пари);

D — коефіцієнт дифузії, $\text{м}^2/\text{с}$.

Таким чином наведене критеріальне рівняння у первинному вигляді (3) можна записати так:

$$f + \left(\frac{vl}{v}; \frac{\alpha l}{\lambda}; \frac{a\tau}{l^2}; \frac{v}{a}; \frac{r\Delta u}{c\Delta\Theta}; \frac{T_C - T_M}{T_C}; \frac{\alpha}{c\rho v}; \frac{vl}{a}; \frac{\alpha l_{cm}}{\lambda_{cm}}; \frac{v\tau}{e}; \frac{a_m}{a}; \frac{d}{n_u}; \frac{\lambda_3}{\lambda_u} \right) = 0, \quad (4)$$

Зауважимо, що пари чисел $\left(\text{Re} = \frac{vl}{v} \quad i \quad \text{Pr} = \frac{vl}{a} \right)$ відповідають пари $\left(\text{Re} = \frac{vl}{v} \quad i \quad \text{Pr} = \frac{c\mu}{\lambda} \right)$ або $\left(\text{Pe} = \frac{vl}{a} \quad i \quad \text{Pr} = \frac{c\mu}{\lambda} \right)$; пари чисел $\left(\text{Ho} = \frac{v\tau}{l} \quad i \quad \text{Fo} = \frac{a\tau}{l^2} \right)$ відповідають пари $\left(\text{Ho} = \frac{v\tau}{l} \quad i \quad \text{Pr} = \frac{c\mu}{\lambda} \right)$ або $\left(\text{Fo} = \frac{a\tau}{l^2} \quad i \quad \text{Pr} = \frac{c\mu}{\lambda} \right)$ і т.д. Число $Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$ або число Стентона $St = \frac{\alpha}{c\rho v}$ між якими

існує зв'язок $Nu = St \cdot \text{Re}$ відповідають граничним умовам при контакті двох середовищ.

Так, деякі величини в числах подібності повторюються в рівнянні (4) двічі, тричі і більше, що значно ускладнює уявлення про фізичний зміст, а також розв'язання задачі. Числа подібності дають певне якісне уявлення про процеси. Наприклад, число Косовича Ko показує, що з його збільшенням процес сушіння більш економічний, оскільки збільшується співвідношення між затратами енергії на випарювання та нагрівання. Число Ликова Lu показує співвідношення між швидкістю нагрівання і швидкістю випарювання майже в 10^4 разів і т.д.

Всі перелічені незалежні характеристики змінюються у зв'язку зі зміною температур зерна θ і робочого агенту t , станом зернового середовища і розмірами окремих зернин, швидкістю робочого агенту тощо.

Наприклад, шпаруватість зернового середовища в залежності від стану змінюється в межах $\varepsilon = 0,25 \dots 1,0$, коефіцієнт в'язкості повітря $(13,28 \dots 40,3) \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$, густина $\rho = 1,293 \dots 0,095 \text{ кг}/\text{м}^3$ в межах зміни температури $t = (0 \dots 300) \text{ }^\circ\text{C}$; в'язкість води — $\nu = (1,79 \dots 0,295) \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, поверхневий натяг $\sigma = (756 \dots 588) \cdot 10^{-4} \text{ Н}/\text{м}$, число Прандтля $\text{Pr} = 13,67 \dots 1,75$, та інші характеристики в межах зміни температури $t = (0 \dots 100) \text{ }^\circ\text{C}$. Швидкість пронизування зернового середовища повітрям при різних станах зернового середовища змінюється в межах $\nu = 0,1 \dots 6,0 \text{ м}/\text{с}$, а активна поверхня зернини в залежності від стану шару зерна складає $0,01 \dots 1,0$ від загальної об'ємної площі зернини [1, 3, 4, 12].

Незалежні змінні теплопровідність λ , теплоємність c , температуро-провідність a , масопровідність λ_m , масоємність c_m , тепловологопровідність a_m змінюються в процесі зневоднення і нагрівання, отже повинні змінитися і їх функції. За літературними даними коефіцієнти тепловіддачі змінюється в межах $\alpha = 10 \dots 110 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, про обдуванні вологого зерна повітрям коефіцієнт температуропровідності має екстремальний характер в межах $20 \dots 30 \%$ вологості зерна [6].

Коефіцієнт дифузії вологи в залежності від вологовмісту і температури зерна змінюється в межах $(0,3 \dots 0,467) \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ при взаємодії вологе зерно із робочим агентом. Коефіцієнт масообміну $\alpha_m = (1,0 \dots 2,99) \cdot 10^{-2} \text{ кг}/\text{м}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C}$ [1, 9].

Ці зміни характеристик призводять до зміни самих чисел подібності в процесі тепловологообміну між зерновим середовищем і робочим агентом та не можуть однозначно характеризувати процеси зневоднення і нагрівання зерна.

Специфіка процесів зберігання зерна полягає у неоднозначності їх початкових характеристик та зовнішнього впливу при виконанні технологічних операцій. У зв'язку з невизначеністю початкових характеристик застосовують цілий ряд спрощених уявлень про процес зберігання зерна, встановлюють якісні зв'язки за допомогою відомих законів зберігання маси, енергії, кількості руху, тощо в узагальненому вигляді.

Наприклад, в процесі взаємодії зерна з робочим агентом властивості обох компонентів змінюються в значних межах шпаруватості зерна $\varepsilon = 0,25 \dots 0,672$, гідравлічний радіус шпар $r_2 = 0,37 \dots 0,51$ мм, теплопровідність зерна $\lambda = 0,026 \dots 0,034$ Вт/(м·К), теплоємність $1,5 \dots 3,0$ Дж/(кг·К). Ширина просвіту між зернинами приблизно дорівнює межі зміни гідравлічного радіусу.

Змінюються також властивості робочого агента: ентальпія насиченої водяної пари $2500 \dots 2675$ кДж/кг ($0 \dots 100$ °С), густина $1,2 \dots 0,9$ кг/м³; вологовміст $d = 8 \dots 50$ г/кг; відносна вологість — $5 \dots 100$ %, в'язкість $\nu = (15 \dots 26) \cdot 10^{-6}$ м²/с [7].

Значні розбіжності цих показників призводять і до невизначеності узагальнених показників. Покажемо ці розбіжності та розглянемо можливості уникнення розбіжностей при процесі тепловологообміну при обробці зерна.

Для визначення числа Re треба знати значення l , ν , v . Значення геометричного розміру l відповідає еквівалентному діаметру шпар зернового середовища, яке можна визначити за формулою $d_e = 1,24 \sqrt[3]{V_3}$, а об'єм зернин V_3 за формулою на основі виміру геометричних розмірів зернин a , b , l . $V_3 = Kabl = (0,5 \dots 0,55) \times 7,2 \times 2,7 \times 2,4 = 18,6 \dots 25,6$ мм³.

Тоді $d_e = 1,24 \sqrt[3]{18,6 \dots 25,6} = 3,4 \dots 3,6$ мм. Площу поверхні зернин $F_3 = 4\pi R(l+3R) = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,465(7,2+3 \cdot 0,465) = 50,2$ мм², де $R = (5a+5b)/60$, гідравлічний радіус $r = V_3/F_3 = (18,6 \dots 25,63)/50,2 = 0,37 \dots 0,51$ мм [25, 27].

Таким чином канал, по якому переміщується робочий агент, має гідравлічний радіус $0,37 \dots 0,51$ мм, або еквівалентний діаметр шпар $d_{eu} = 4r_e = 1,48 \dots 2,04$ мм = $0,00148 \dots 0,00204$ м.

Швидкість пронизування повітрям зернового середовища в щільному рухомому шарі складає $0,2 \dots 0,5$ м/с, псевдозрідженому — $2 \dots 4$ м/с, в іншому стані швидкість може бути $5 \dots 6$ м/с [5, 10].

В'язкість повітря збільшується зі зміною температури в межах $t_{cu} = (20 \dots 120)$ °С від $15 \cdot 10^{-6}$ до $26 \cdot 10^{-6}$ м²/с, теплопровідність $\lambda = (2,59 \dots 3,34) \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К).

Тоді тільки число Re може змінюватись в межах:

$$Re = \frac{(0,2 \dots 0,5)(0,00148 \dots 0,00204)}{15 \cdot 10^{-6} \dots 26 \cdot 10^{-6}} = 1 \dots 40 \text{ для щільного нерухомого шару};$$

$$Re = \frac{(2 \dots 4)(0,00148 \dots 0,00204)}{15 \cdot 10^{-6} \dots 26 \cdot 10^{-6}} = 10 \dots 350 \text{ для щільного рухомого шару}.$$

При пронизуванні шару зерна робочим агентом дійсна швидкість в шпарах шару зерна $u = v/\varepsilon$ менше умовної швидкості v на величину шпаруватості ε , а геометричний розмір l визначається еквівалентним діаметром шпар, який, в свою чергу, можна визначити за формулою

$$d_e = \frac{4 \cdot \varepsilon \cdot d}{6 \cdot (1 - \varepsilon)}.$$

Якщо взяти значення шпаруватості $\varepsilon = 0,5$, а середній діаметр зернин $d_e = 2,2$ мм = $0,0022$ м, то $d_e = \frac{4 \cdot 0,5 \cdot 2,2}{6 \cdot (1 - 0,5)} = \frac{4,4}{3} = 1,45 = 0,00145$ м.

Як відомо гідравлічний радіус визначається відношенням площі вільного перетину каналу до його змоченої поверхні (для круглого перетину $r_f = d/4$).

Тоді число Рейнольдса в цьому випадку складає при умовній швидкості $0,2$ м/с в шпарах в нерухомому шарі зерна:

$$Re = \frac{0,2 \cdot 0,00145}{15 \cdot 10^{-6}} = \frac{0,01}{15} \leq 1;$$

$$\text{У рухомих шарах} \quad Re = \frac{0,2 \cdot 0,00145}{15 \cdot 10^{-6}} = 19,3;$$

$$\text{У віброкиплячому шарі } Re = \frac{0,4 \cdot 2,2}{15 \cdot 10^{-6}} = \frac{3,3 \cdot 10^6}{15} = 38,6;$$

У псевдозрідженому шарі Re взагалі важко визначити, оскільки шпаруватість значно збільшується і стає близьким до одиниці $\varepsilon \approx 1$. В цьому разі окремо відрізняють число Re для повітряної течії та для суміші Re_c для початку псевдозрідження. Число псевдозрідження визначають за формулою

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{кр}} = \left(\frac{v}{v_{кр}} \right)^{0,42}.$$

За даними А.В.Ликова число Re в шпаруватому середовище визначене за еквівалентним діаметром лежить в межах $1 \dots 0,75$.

Для інших видів шару зерна у зв'язку зі збільшенням шпаруватості та швидкості числа Re може сягати значно більшого значення, тобто діапазон зміни числа Re дуже значний.

Для визначення Re в інших шарах треба визначитися не тільки із швидкістю робочого агента $2 \dots 6$ м/с, а із шпаруватістю, яка визначається псевдозріджених і завислих шарах за іншими ознаками. В таких шарах джерельне середовище набуває властивості більш характерні для рідини.

Критичне значення числа Рейнольдса для круглих труб, при якому ламінарний рух перетворюється у турбулентний. $Re_{кр} = 2320$, і якщо визначити Re за гідравлічним радіусом, то $Re_{кр} = 580$, а для труб зі значною шпаруватістю ще менше значення, що не дозволяє однозначно визначити перехід від ламінарної до турбулентної течії та, як висновок, і коефіцієнт теплообміну α .

Число Нуссельта $Nu = \alpha l / \lambda$ в умовах нагрівання та охолодження зерна в різних шарах зерна за умови зміни коефіцієнту теплообміну α в межах $\alpha = 10 \dots 105$ Вт/м²·К, та температуропровідності $\lambda = (2,6 \dots 3,35) \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К), еквівалентному діаметру шпар $(1,5 \dots 2,0) \cdot 10^3$ м може змінюватись в межах

$$Nu = \frac{(10 \dots 105)(1,5 \dots 2,0) \cdot 10^{-3}}{(2,6 \dots 3,35) \cdot 10^{-2}} = 1 \dots 7.$$

Значення числа Nu зазвичай наводять як функцію чисел Re і Pr у вигляді

$$Nu = (0,166 \dots 0,725) Re^{(0,47 \dots 0,725)} Pr^{(1/3 \dots 1/2)}$$

при зміні чисел $Re = (1 \dots 350)$ та числа $Pr = (0,601 \dots 0,703)$ за цією формулою буде змінюватись в межах $Nu = (100 \dots 700)$. Оскільки залежність $Nu = f(Re, Pr)$ призначена для визначення коефіцієнтів тепло- і масообміну, то похибка тут дуже значна.

Інші числа подібності не варто розглядати, оскільки аналіз рівнянь з числами подібності більш трьох недоцільні, а самі числа схожі за фізичним змістом є комбінацією інших чисел подібності. Визначення початкових характеристик не менш складне, ніж постановка прямих дослідів, а результати мають значну розбіжність.

Наприклад числа $Lu = \frac{a_m}{a_g} \approx 10^{-3}$, Косовича $Ko = \frac{r \cdot \Delta U}{c \Delta \Theta}$ та Ребіндера

$Rb = \frac{c}{r} \cdot b$ або $B = Rb \cdot Ko$ показують в різній формі співвідношення між теплою нагріванням зерна та теплою випарювання вологи температурний коефіцієнт B встановлює зв'язок між температурою тіла і його вологовмістом. Крім того, число

Косовича є формою числа фазового перетворення $\frac{dU_\phi}{dU}$, тобто відношення

вологовмісту за рахунок фазового перетворення до загальної зміни вологовмісту. Тобто, складнощі математичного опису рівняннями із розосередженими параметрами

не призводять до зменшення похибок або збільшення точності при розв'язанні задач, але задачу значно ускладнюють

Література:

1. Аэров М.Э. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным кипящим зерновым слоем / М.Э. Аэров, О.М.Тодес – Л.: Химия, 1968. – 512 с.
2. Вища математика: [Підручник] у 2-х кн., 2-е видання, перероб. і доп. Кн. I за ред. Г.Л. Кулініна. – К.: Либідь, 2003.
3. Вобликов Е.М. Зернохранилища и технологии элеваторной промышленности: Уч. пособие. – СПб.: Лань, 2005. – 208 с.
4. Гинзбург А.С. Теплофизические свойства зерна, муки и крупы / А.С. Гинзбург, М.Н. Громов – М.: Колос, 1984. – 304 с.
5. ДСТУ 2481-94. Системи оброблення інформації. Інтелектуальні інформаційні технології. Терміни та визначення. – К.: Держстандарт України, 1994. – 72 с.
6. Егоров Г.А. Влияние тепла и влаги на процессы переработки и хранения зерна. – М.: Колос, 1973. – 264 с.
7. Константинов Ю.М. Гидравлика. – К.: Вища школа, 1991. – 350 с.
8. Корн Г. Справочник по математике для научных работников / Г.Корн, Т.Корн – М.: Наука, 1973. – 720 с.
9. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. В 10-ти томах. Т.1. Механика. 4-е изд., испр. и доп. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц – М.: Наука, 1987. – 248 с.
10. Левин Б.Е. Ядерная физика и ядерные реакторы. – М.: Атомиздат. 1969. – 280 с.
11. Лыков А.В. Теплообмен (Справочник). – М.: Энергия. 1987. – 500 с.
12. Тихонов А.Н. Уравнение математической физики / А.Н. Тихонов, А.Л. Самарский. Изд. 5-е. – М.: Наука, 1977. – 736 с.