

57  
Q.79

**В. П. Дубовик, І. І. Юрик**

# **ВИЩА МАТЕМАТИКА**

## **У ТРЬОХ ЧАСТИНАХ**

### **III**

#### **ЧАСТИНА**

**2-ге видання**

**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

**Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
як навчальний посібник для студентів вищих  
навчальних закладів**

Національний університет  
карбових технологій  
НАУКОВО-ТЕХНІЧНА БІБЛІОТЕКА  
Інв. № 732117

Харків  
"Веста"  
2008

ЗМІСТ

ЧАСТИНА ТРЕТЯ . . . . .	3
<b>Глава 8. Звичайні диференціальні рівняння.</b> . . . . .	3
§ 1. Диференціальні рівняння першого порядку . . . . .	3
1.1. Загальні поняття та означення. Задача Коші. Геометричний зміст диференціального рівняння . . . . .	3
1.2. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними . . . . .	9
1.3. Однорідні диференціальні рівняння . . . . .	12
1.4. Лінійні диференціальні рівняння . . . . .	15
1.5. Рівняння, які зводяться до лінійних. Рівняння Бернуллі та Ріккати . . . . .	17
1.6. Рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник . . . . .	20
1.7. Диференціальні рівняння, нерозв'язувані відносно похідної. Рівняння Лагранжа і Клеро . . . . .	23
1.8. Наближене розв'язування диференціальних рівнянь методом Ейлера . . . . .	27
1.9. Деякі застосування диференціальних рівнянь першого порядку . . . . .	28
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	32
§ 2. Диференціальні рівняння вищих порядків . . . . .	33
2.1. Основні поняття і означення. Задача Коші . . . . .	33
2.2. Диференціальні рівняння $n$ -го порядку, які інтегруються в квадратах . . . . .	35
2.3. Диференціальні рівняння, які допускають пониження порядку . . . . .	37
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	42
§ 3. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків . . . . .	42
3.1. Основні означення і поняття . . . . .	42
3.2. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку . . . . .	43
3.3. Лінійні неоднорідні рівняння другого порядку . . . . .	48
3.4. Метод варіації довільних сталих . . . . .	49
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	51
§ 4. Лінійні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами. . . . .	52
4.1. Лінійні однорідні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами . . . . .	52
4.2. Неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку із сталими коефіцієнтами. Рівняння із спеціальною правою частиною . . . . .	55
4.3. Лінійні диференціальні рівняння $n$ -го порядку . . . . .	60
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	64
§ 5. Диференціальні рівняння коливань . . . . .	65
5.1. Вільні гармонічні коливання . . . . .	65
5.2. Вимушені коливання. Резонанс . . . . .	67

<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	68
§ 6. Системи диференціальних рівнянь . . . . .	69
6.1. Нормальні системи рівнянь . . . . .	70
6.2. Системи лінійних диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами . . . . .	73
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	75
<b>Глава 9. Ряди</b> . . . . .	75
§ 1. Числові ряди . . . . .	76
1.1. Основні поняття та означення. Геометрична прогресія. Гармонічний ряд . . . . .	76
1.2. Найпростіші властивості числових рядів . . . . .	78
1.3. Знакододатні ряди. Достатні ознаки збіжності . . . . .	80
1.4. Ряди, в яких знаки членів строго чергуються. Ознака Лейбніца . . . . .	87
1.5. Знакозмінні ряди. Абсолютна і умовна збіжності . . . . .	89
1.6. Поняття про числові ряди з комплексними членами . . . . .	91
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	92
§ 2. Степеневі ряди . . . . .	94
2.1. Функціональні ряди. Поняття рівномірної збіжності. Ознака Вейерштрасса . . . . .	94
2.2. Поняття степеневого ряду. Теорема Абеля. Інтервал та радіус збіжності степеневого ряду . . . . .	98
2.3. Властивості степеневих рядів . . . . .	101
2.4. Ряд Тейлора . . . . .	103
2.5. Розкладання елементарних функцій в ряд Маклорена . . . . .	106
2.6. Наближені обчислення за допомогою степеневих рядів . . . . .	109
2.7. Рівняння і функції Бесселя . . . . .	113
2.8. Поняття про степеневі ряди в комплексній області. Формули Ейлера . . . . .	116
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	118
§ 3. Ряди Фур'є . . . . .	120
3.1. Гармонічні коливання . . . . .	120
3.2. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є . . . . .	122
3.3. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій . . . . .	127
3.4. Ряд Фур'є для $2l$ -періодичної функції . . . . .	129
3.5. Ряди Фур'є для функцій, заданих на відрізку $[0; l]$ або на відрізку $[a; b]$ . . . . .	131
3.6. Комплексна форма ряду Фур'є . . . . .	133
3.7. Ряд Фур'є за ортогональною системою функцій . . . . .	135
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	138
§ 4. Інтеграл та перетворення Фур'є . . . . .	139
4.1. Інтеграл Фур'є . . . . .	139
4.2. Інтеграл Фур'є для парних і непарних функцій . . . . .	142

4.3. Інтеграл Фур'є в комплексній формі. Перетворення Фур'є . . . . .	144
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	146
<b>Глава 10. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли</b> . . . . .	<b>146</b>
§ 1. Подвійний інтеграл . . . . .	146
1.1. Задачі, що приводять до поняття подвійного інтеграла . . . . .	146
1.2. Поняття подвійного інтеграла. Умови його існування та властивості . . . . .	148
1.3. Обчислення подвійного інтеграла . . . . .	151
1.4. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Подвійний інтеграл у полярних координатах . . . . .	156
1.5. Застосування подвійних інтегралів до задач геометрії . . . . .	159
1.6. Застосування подвійного інтеграла до задач механіки . . . . .	163
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	165
§ 2. Потрійний інтеграл . . . . .	167
2.1. Поняття потрійного інтеграла. Умови його існування та властивості . . . . .	167
2.2. Обчислення потрійного інтеграла . . . . .	169
2.3. Заміна змінної в потрійному інтегралі . . . . .	171
2.4. Деякі застосування потрійного інтеграла . . . . .	174
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	176
§ 3. Криволінійні інтеграли . . . . .	177
3.1. Поняття криволінійного інтеграла першого роду (по довжині дуги) . . . . .	177
3.2. Обчислення криволінійних інтегралів першого роду . . . . .	180
3.3. Застосування криволінійного інтеграла першого роду . . . . .	181
3.4. Поняття криволінійного інтеграла другого роду (по координатах). Фізичний зміст . . . . .	182
3.5. Обчислення та застосування криволінійного інтеграла другого роду . . . . .	185
3.6. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду . . . . .	189
3.7. Формула Гріна . . . . .	190
3.8. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування . . . . .	192
3.9. Інтегрування повних диференціалів. Первісна функція . . . . .	196
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	199
§ 4. Поверхневі інтеграли . . . . .	200
4.1. Поверхневі інтеграли першого роду . . . . .	200
4.2. Поверхневі інтеграли другого роду . . . . .	203
4.3. Формула Остроградського — Гаусса . . . . .	208
4.4. Формула Стокса . . . . .	210
<i>Завдання для самоконтролю</i> . . . . .	213
<i>Список рекомендованої і використаної літератури.</i> . . . . .	214
<i>Іменний покажчик</i> . . . . .	216