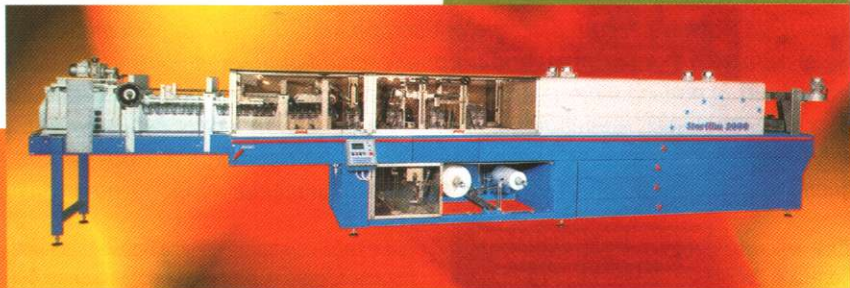


Енергетика механічних процесів пакування

В.С.Гуць, д.т.н.,
УДУХТ, м. Київ



В процесі пакування харчових продуктів широко застосовують обладнання, робочі органи якого під час контакту з продуктом і пакувальним матеріалом деформують останні. Перш за все це різні за конструкцією формувально-дозувальні машини, дозатори, транспортувальні пристрої тощо. Якщо врахувати широкий асортимент продукції, потребу в зміні продуктивності машини та регулювання відповідності продуктивності окремих елементів та одиниць обладнання продуктивності технологічної лінії, то значною технічною проблемою є визначення енергетичних характеристик реодинамічних процесів і відповідно потужності приводів машин. У разі, коли виникає виробнича потреба в збільшенні продуктивності машини на 10-15%, наприклад, у зв'язку з переходом на новий вид продукту, то вирішення цього питання шляхом звичайного збільшення швидкості руху робочих органів може привести до різкого (на порядок, а то і декілька) збільшення зусиль і відповідно напружень в елементах приводу (валах, муфтах, виконавчих механізмах). В цьому випадку потрібно змінювати кінематику приводів, що автоматично приводить до збільшення витрат енергії, перегрівання двигунів, збільшувати розміри робочих органів чи міцність матеріалу. Енергетика механічних процесів значною мірою залежать від структурно-механічних властивостей продукту. В'язко-пружно-пластичні властивості проявляються в момент деформування і визначаються реологічними характеристиками. Під час зміни останніх, а це має місце не тільки коли змінюється вологість чи склад продук-

ту, але й під час збільшення чи зменшення силових і швидкісних параметрів процесу, зміна енергетики може привести до таких небажаних явищ, як підвищення температури, подрібнення продукту, виділення його компонентів, особливо газової чи рідкої складової, та багатьох інших шкідливих з технологічної точки зору змін. Існує кілька методів розрахунку потужності приводу технологічного обладнання [1]. Але найбільш досконалим є розрахунок енергетики механічних процесів з урахуванням реології харчових дисперсних систем на основі сучасних комп'ютерних програм. Не зважаючи на те, що він пов'язаний з великою кількістю складних математичних викладок, дає можливість швидко отримати результат, коригувати його, змінюючи характерні вхідні параметри машини, і, за потреби, отримати оптимальні чи наближені до конкретних технологічних вимог дані. Найбільш цінними з точки зору аналізу процесу, його моделювання і інтенсифікації, є результати представлені в аналітичному вигляді. У світовій практиці наукових досліджень для розв'язання інженерних задач використовують найбільш поширені і потужні дві конкуруючі комп'ютерні програми аналітичних розрахунків. Вони ефективно працюють як в аналітичному напрямку, так і прикладному. Це програма Maple-6 канадського університету Waterloo та програма фірми Wolfram Research Inc. — Mathematica. Розглянемо послідовність розрахунку енергетики реодинамічних процесів і відповідно визначення потужності приводу технологічного обладнання. На рис. 1 наведено приклад такого обладнання.

Загальноприйняті рівняння для визначення потужності двигуна не враховують реологічні характеристики продукту і, як показує практика, є спрощеними і мало придатними для точних розрахунків приводів сучасних конструкцій пакувального обладнання. Їх можна застосовувати обмежено тільки у випадках, коли є потреба в отриманні наближених результатів [2]. В інших випадках потрібно врахувати структурно-механічні властивості продукту. Робота, що витрачається на здолання опору робочим органом, є функція часу t і дорівнює

$$A = P(t) \cdot y(t), \quad (1)$$

де A — питома робота, тобто віднесена до одиниці поверхні, Па;
 $P(t)$ — тиск, Па;
 $y(t)$ — відносна деформація (безрозмірна величина [2]).

Для в'язко-пружно-пластичних концентрованих харчових дисперсних систем таких як фарш напівкопчених і сирокопчених ковбас, хлібне тісто, шоколадна маса, маємо таке реологічне рівняння:

$$P(t) = \mu \frac{dy(t)}{dt} + cy(t), \quad (2)$$

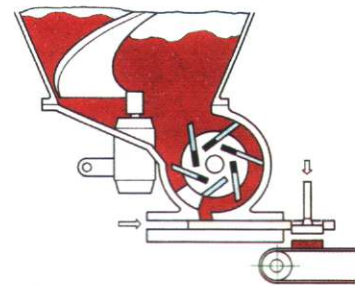


Рис. 1. Схема фасувально-дозувальної машини

де μ , $Pa \cdot s$ і C , Pa — коефіцієнти, які характеризують відповідно в'язкість і пружні властивості продукту.

Це рівняння та подальші будемо записувати у вигляді зручному для процедурного програмування в сучасній системі символічної математики Maple-6 [3].

Враховавши (2) рівняння (1) буде мати вигляд

$$A_1 = \mu y(t) \frac{dy(t)}{dt} + cy^2(t). \quad (3)$$

Для рідких харчових дисперсних систем, коли реологічні моделі мають вигляд

$$P(t) = P_0 + \mu \frac{dy(t)}{dt}, \quad (4)$$

де P_0 — граничне напруження зсуву, Pa і

$$P(t) = \mu \frac{dy(t)}{dt}, \quad (5)$$

відповідно, робота визначається за рівняннями

$$A_2 = P_0 y(t) + \mu y(t) \frac{dy(t)}{dt} \quad (6)$$

$$A_3 = \mu y(t) \frac{dy(t)}{dt}. \quad (7)$$

Продиференціювавши рівняння (3), (6), (7), маємо вирази для визначення потужності

$$N_1 = \frac{dA_1}{dt} = \mu \left[\left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^2 + y(t) \frac{d^2y(t)}{dt^2} \right] + 2c \frac{dy(t)}{dt}, \quad (8)$$

$$N_2 = \frac{dA_2}{dt} = P_0 \frac{dy(t)}{dt} + \mu \left[\left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^2 + y(t) \frac{d^2y(t)}{dt^2} \right], \quad (9)$$

$$N_3 = \frac{dA_3}{dt} = \mu \left[\left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^2 + y(t) \frac{d^2y(t)}{dt^2} \right]. \quad (10)$$

Рівняння (8-10) є диференційними рівняннями другого порядку і їх аналітичний розв'язок комп'ютерними методами символічної математики (п'ятий вищий рівень програмування) пов'язаний з використанням спеціальних наближених методів на основі розробки процедур Maple-6. Результати розрахунків отримують, як правило, в комп'ютерній формі запису (через спеціальні функції), які потребують спрощення, мало придатні для інженерних розрахунків і аналізу сучасними загально відомими математичними методами [3, 4].

Отримати більш прості математичні моделі можна іншим шляхом. Витрати енергії на деформування продукту знайдемо, виконавши диференціювання рівняння (1), з подальшою підстановкою в нього відповідної реологічної моделі (рівняння (2, 4, 5)).

$$N_1 = \frac{dA}{dt} = \frac{dP(t)}{dt} y(t) + \frac{dy(t)}{dt} P(t) \Rightarrow \frac{dP(t)}{dt} y(t) + P(t) \left[\frac{P(t)}{\mu} - \frac{c}{\mu} y(t) \right], \quad (11)$$

$$N_2 = \frac{dP(t)}{dt} y(t) + P(t) \left[\frac{P(t)}{\mu} - \frac{P_0}{\mu} \right], \quad (12)$$

$$N_3 = \frac{dP(t)}{dt} y(t) + \frac{P^2(t)}{\mu}. \quad (13)$$

Рівняння (11-13) за своїм фізичним змістом аналогічні рівнянням (8-10), але значно простіші перш за все з точки зору можливості застосування сучасних комп'ютерних символічних методів аналізу.

Використавши комп'ютерну систему Maple-6, виконаємо аналіз отриманих рівнянь. Розв'язки рівнянь (3), (6), (7) в загальному виді відносно деформації продукту як функції від часу деформування мають вигляд:

$$sol1: = y(t) = \sqrt{\frac{c \left(A1 + e^{\left(\frac{2ct}{\mu} \right)} C1c \right)}{c}}, \quad y(t) = -\sqrt{\frac{c \left(A1 + e^{\left(\frac{2ct}{\mu} \right)} C1c \right)}{c}}, \quad (14)$$

$$sol2: = y(t) = \frac{A2 \left(LambertW \left(\frac{e^{\left(-1 - \frac{P_0^2 t}{\mu A2} - \frac{P_0^2 - 0}{\mu A2} \right)}}{A2} \right) + 1 \right)}{P_0}, \quad (15)$$

$$sol3: = y(t) = \frac{\sqrt{\mu \left(2 A3 t + C1 \mu \right)}}{\mu}, \quad y(t) = -\frac{\sqrt{\mu \left(2 A3 t + C1 \mu \right)}}{\mu}. \quad (16)$$

Відповідно, враховавши початкові умови, коли на початку процесу $t=0$ дисперсна система (рівняння(2)) знаходилась в недеформованому стані $y(0)=0$ маємо:

$$sol11: = y(t) = -\sqrt{\frac{c \left(A1 - e^{\left(\frac{2ct}{\mu} \right)} A1 \right)}{c}}, \quad y(t) = \sqrt{\frac{c \left(A1 - e^{\left(\frac{2ct}{\mu} \right)} A1 \right)}{c}}. \quad (17)$$

За умови, коли є початкова деформація $y(0)=k$. Наприклад, продукт знаходиться у вакуумі чи під тиском.

$$sol12: = y(t) = \sqrt{\frac{c \left(A1 + e^{\left(\frac{2ct}{\mu} \right)} (-A1 + K^2 c) \right)}{c}}, \quad y(t) = -\sqrt{\frac{c \left(A1 + e^{\left(\frac{2ct}{\mu} \right)} (-A1 + K^2 c) \right)}{c}}. \quad (18)$$

Відповідно для реологічних рівнянь (4), (5) маємо

$$sol21: = y(t) = \frac{A2 \left(LambertW \left(\frac{e^{\left(-1 - \frac{P_0^2 t}{\mu A2} + 1 \ln(A2) \right)}}{A2} \right) + 1 \right)}{P_0}, \quad (19)$$

$$sol22: = y(t) = \frac{A2 \left(LambertW \left(\frac{e^{\left(\left(\frac{P_0^2}{\mu A2} + 1 \ln \left(-e^{\left(\frac{-A2 - KP_0}{A2} \right)} \frac{(-A2 - KP_0)}{A2 + e^{\left(\frac{-A2 - KP_0}{A2} \right)} \right)} \right)}}{A2} \right) + 1 \right)}{P_0}, \quad (20)$$

$$sol31: = y(t) = \frac{\sqrt{2} \sqrt{\mu} A3 t}{\mu}, \quad y(t) = -\frac{\sqrt{2} \sqrt{\mu} A3 t}{\mu}, \quad (21)$$

$$sol32: = y(t) = \frac{\sqrt{\mu \left(2 A3 t + K^2 \mu \right)}}{\mu}, \quad y(t) = -\frac{\sqrt{\mu \left(2 A3 t + K^2 \mu \right)}}{\mu}. \quad (22)$$

Рівняння (14-22) більш прості і придатні для аналізу енергетики механічних процесів пов'язаних з деформуванням більшості харчових дисперсних систем реологічними моделями яких є рівняння (2), (4), (5).

Як приклад розглянемо послідовність такого аналізу, для концентрованої харчової дисперсної системи (рівняння (2)). Зауважимо, що аналіз процесу для інших дисперсних систем виконується в тій же послідовності і є простою задачею суть якої полягає в копіюванні комп'ютерних програм і підстановці відповідних реологічних коефіцієнтів різних для кожного конкретного продукту і умов деформування.

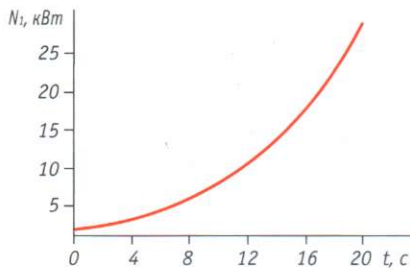


Рис. 2. Залежність потужності N_i від часу t стискування зразка з швидкістю $V_1=0,5c^{-1}$

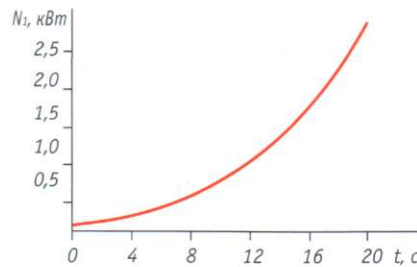


Рис. 3. Залежність потужності N_i від часу t стискування зразка з швидкістю $V_1=0,05c^{-1}$

Виконавши диференціювання рівняння (17) знайдемо швидкість

$$V = \frac{\partial}{\partial t} y(t) = \frac{c e^{\left(\frac{-2ct}{\mu}\right)} A l}{\sqrt{c \left(A l - e^{\left(\frac{-2ct}{\mu}\right)} A l \right) \mu}} \quad (23)$$

і відповідно з рівняння (23) роботу A_i .

$$A_i = - \frac{V l^2 \mu^2 \left(-1 + e^{\left(\frac{-2ct}{\mu}\right)} \right)}{c \left(e^{\left(\frac{-2ct}{\mu}\right)} \right)^2} \quad (24)$$

Після диференціювання рівняння (24) знайдемо потужність N_i

$$N_i = \frac{\partial}{\partial t} \left(- \frac{V l^2 \mu^2 \left(-1 + e^{\left(\frac{-2ct}{\mu}\right)} \right)}{c \left(e^{\left(\frac{-2ct}{\mu}\right)} \right)^2} \right) = 2 \frac{V l^2 \mu}{e^{\left(\frac{-2ct}{\mu}\right)}} - \frac{V l^2 \mu \left(-1 + e^{\left(\frac{-2ct}{\mu}\right)} \right)}{\left(e^{\left(\frac{-2ct}{\mu}\right)} \right)^2} \quad (25)$$

Рівняння (25) слід розглядати як математичну модель, що забезпечує зв'язок між енергетикою деформування та реологічними характеристиками продукту.

У випадку повільного одностороннього стискування в циліндричній формі ($h = 0,1$ м, $s = 0,1$ м²) продукції для якої коефіцієнт, що характеризує в'язкі властивості $\mu = 3,5 \cdot 10^6$ Па·с, і пружні $c = 10^5$ Па, із швидкістю відносного деформування $\left(V_1 = \frac{d}{dt} \cdot \frac{\Delta h}{h} \right)$, маємо таку залежність потужності від часу (рис. 2)

$$N_i = .175000000010^7 \frac{1}{e^{(-.05714285714t)}} - \frac{.350000000010^7 \left(-1 + e^{(-.05714285714t)} \right)}{\left(e^{(-.05714285714t)} \right)^2}$$

Якщо змінити швидкість чи реологічні характеристики продукту, наприклад, взяти інший продукт, чи змінити режими деформування, то і зміниться енергетична складова процесу — потужність необхідна для роботи машини (рис. 3).

$$c = 10^5 \text{ Па}, \mu = 3,5 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot \text{с}, V_1 = 0,05 \text{ с}^{-1},$$

$$N_{i2} = .175000000010^9 \frac{1}{e^{(-.05714285714t)}} - \frac{.350000000010^9 \left(-1 + e^{(-.05714285714t)} \right)}{\left(e^{(-.05714285714t)} \right)^2}$$

Для більшої наочності побудуємо просторову залежність $N_i = N_i(V_1, t)$ рис. 4.

Слід зауважити, що на графіках (рис. 4) приведені значення N_i , для площі зразка $S=0,01$ м². В іншому випадку, наприклад, для одиничної площі $S=1$ м² отримаємо великий порядок значень N_i . Тому в кожному конкретному випадку під час отримання числових результатів слід на це зважати. Аналіз виду отриманої поверхні свідчить, що залежність $N_i = N_i(V_1, t)$ носить нелінійний характер. Зі збільшенням часу і швидкості деформування до критичної величини, різної для різних за своїми реологічними властивостями продуктів, це зростання різко збільшується. Для розглянутого прикладу ($N_i > 20$ кВт) критичні значення швидкості і часу відповідно дорівнюють $V_1 = 2 \text{ с}^{-1}$, $t = 5$ с.

Під час проектування і експлуатації пакувального обладнання треба обережно ставитись до великих швидкостей деформування продукту і, коли виникає потреба збільшення продуктивності за рахунок збільшення швидкості робочих органів машини, зважати на можливе різке збільшення витрат енергії і зростання напруги в робочих органах, що може привести до виходу машини з ладу.

Запропонована методика реодинамічних розрахунків енергетики механічних процесів в пакувальному обладнанні з використанням сучасних комп'ютерних систем є ефективним, науково обгрутованим засобом вдосконалення обладнання спрямованим на економію енергетичних ресурсів. Ці розрахунки дають змогу на сучасному науковому рівні здійснювати проектування нових функціональних видів обладнання і виконувати інтенсифікацію механічних і інших процесів, пов'язаних з деформуванням харчових дисперсних систем з різними структурно-механічними властивостями. Наведена послідовність розрахунків є складовою теорії математичного моделювання механічних процесів переміщення і формування харчових продуктів у пакувальному обладнанні.

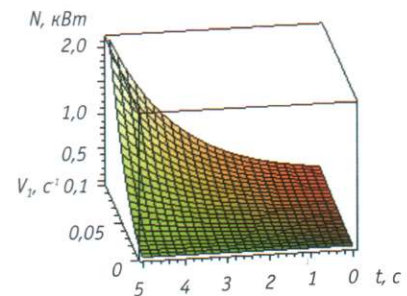


Рис. 4. Залежність потужності N_i від часу t і швидкості V_1 стискування зразка

Література

1. Пелеев А.И. Технологическое оборудование предприятий мясной промышленности. М.: Пищевая промышленность. 1971. С. 519.
2. Гуць В.С. Прикладная реология и интенсификация процессов пищевых производств. Киев. 1999. Автореф. док. дисс.
3. Гуць В.С., Прип'ік О.С., Коваль О.А. Комп'ютерні програми аналітичних розрахунків процесів харчових виробництв. Наукові праці УДУХТ №10 (Ч. 2). Київ. 2001. С. 135.
4. Дьяконов В.П. Maple 6. Учебный курс, Питер, Санкт-Петербург, 2001-608 с.