



ДИНАМИКА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ И СИНТЕЗ ПРИВОДОВ УПАКОВОЧНЫХ МАШИН

В.М. Криворотко, К.В. Васильковский
Национальный университет пищевых технологий

DYNAMICS OF TRANSIENTS AND SYNTHESIS DRIVES OF PACKING MACHINERY

V. M. Kryvorotko, K. V. Vasilkovskiy
National university of food technologies

Abstract

Article describes the main approaches for evaluation of systems energy parameters at designing of packaging machine lines. We reviewed dependence of the kinematic parameters from force parameters and their influence on the energy parameters and proposed decision for minimizing energy costs during creating of packaging machine lines.

Keywords: energy costs, dynamics, movement, laws of motion

Введение

Создание технологических машин в линиях упаковывания сопровождается требованиями точного синхронизованного исполнения заданных операций и одновременно минимизации энергетических, материальных и экономических затрат на их эксплуатацию. К наиболее распространенным в современном упаковочном оборудовании операциям относятся перемещение, позиционирование и перегрузка и т.д. отдельных грузов или комплексов из них (групповая упаковка), осуществляемых без отрыва указанных единиц от опорных плоскостей, что в свою очередь связано с преодолением сил трения и соответствующими энергетическими затратами.

Достижение грузами определенных скоростей и, соответственных кинетических энергий в процессах их разгона сопровождается работой против сил инерции.

Указанные составляющие энергетических затрат являются обязательными, однако при этом существует возможность ограничить суммарное количество их за весь цикл выполнения технологической операции благодаря полному использованию кинетической энергии тела, накопленной при разгоне последнего.

Реализация законов движения рабочих органов, используемых в подобных операциях, осуществляется различными механическими, пневмо-, гидромеханическими или электро-механическими средствами. Распространены кулачковые механизмы, которые нашли активное использование благодаря профилям кулачков, реализующим различные законы движения выходных звеньев (толкателей).

Материалы и методы

Рассмотрим пример, в котором толкатель и вместе с ним груз на участке 0–А (фиг. 1) имеет синусоидальный закон движения

$$\ddot{x} = \ddot{x}_{\max} \sin(\omega t). \quad (1)$$

Тогда при начальных условиях

$$t_{(n)} = 0; \quad \dot{x}_{(n)} = 0; \quad \ddot{x}_{(n)} = 0$$

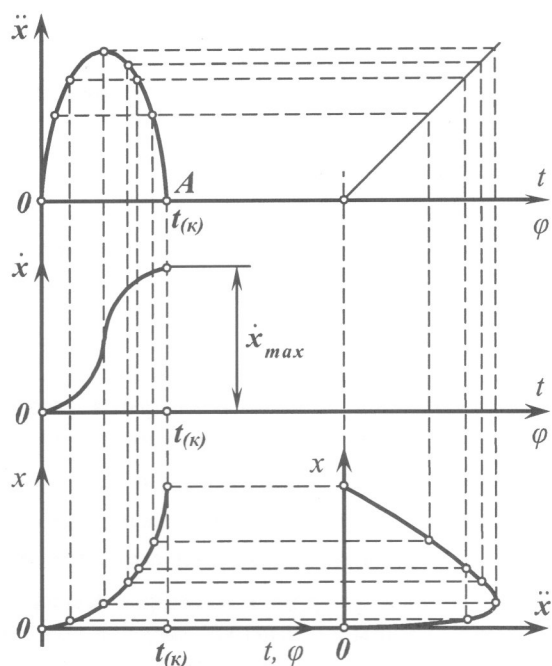
после интегрирования выражения (1) получим формулы для определения скорости

$$\dot{x} = \frac{\ddot{x}_{\max}}{\omega} \left(-\cos(\omega t) \right) \quad (2)$$

и перемещения:

$$x = \frac{\ddot{x}_{\max}}{\omega} t - \frac{\ddot{x}_{\max}}{\omega^2} \sin(\omega t). \quad (2)$$

Известно, что энергетические затраты, связанные с разгоном ведомой массы на элементарном перемещении определяются зависимостью



Фиг. 1. Диаграммы перемещения, скорости и ускорения толкателя и график $x = x(\ddot{x})$

$$dE = m\ddot{x}(x)dx. \quad (3)$$

В нашем случае и ускорение \ddot{x} , и перемещение x являются функциями времени, а потому графическим исключением параметра t (фиг. 1) можем получить график зависимости $\ddot{x} = \ddot{x}(x)$. Площадь, ограниченная кривой $\ddot{x} = \ddot{x}(x)$ и осью Ox , определяет разыскиваемый интеграл $\int_0^x \ddot{x}(x)dx$.

Одновременно с этим, накопленную на конечное время $t_{(к)}$ кинетическую энергию определяем как

$$W_{\text{кин}} = \frac{m}{2} \left(\frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega} \right)^2 = \frac{m}{2} \left(\frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega} \right)^2. \quad (5)$$

Однако, существует и аналитическая возможность оценки уровня кинетической энергии через функцию перемещения и ускорения. Чтобы получить ее из формулы $\ddot{x} = \ddot{x}_{\text{max}} \sin \omega t$, определяем время

$$t = \frac{\arcsin \frac{\ddot{x}}{\ddot{x}_{\text{max}}}}{\omega}. \quad (6)$$

Тогда подстановкой (6) в уравнение (3) получим

$$x = \frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega^2} \arcsin \frac{\ddot{x}}{\ddot{x}_{\text{max}}} - \frac{\ddot{x}}{\omega^2} \sin \arcsin \frac{\ddot{x}}{\ddot{x}_{\text{max}}}. \quad (7)$$

В результате подстановок и преобразований получаем зависимость для определения энергозатрат на преодоление сил инерции

$$E = \frac{m\ddot{x}_{\text{max}}^2}{2\omega^2} - \frac{m\ddot{x}_{\text{max}}^2}{\omega^2} \cos(\omega t) + \frac{m\ddot{x}_{\text{max}}^2}{2\omega^2} \cos^2(\omega t) \quad (8)$$

Одновременно, кинетическую энергию тела можно определить как функцию времени по формуле

$$W_{\text{кин}} = \left(\frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega} \right)^2 \left(-\cos^2(\omega t) \right) \frac{m}{2}. \quad (9)$$

Для дальнейшего анализа выберем конечное время перемещения $t_{(к)} = \pi/\omega$, тогда конечная кинетическая энергия

$$W_{\text{кин}(к)} = \left(\frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega} \right)^2 \left(-\cos \pi \right) \frac{m}{2} = m \left(\frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega} \right)^2. \quad (10)$$

Перемещение груза при $t = t_{(к)}$

$$x_{(к)} = \frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega} \cdot \frac{\pi}{\omega} - \frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega^2} \sin \pi = \frac{\ddot{x}_{\text{max}} \pi}{\omega^2}. \quad (11)$$

Энергетические затраты, связанные с преодолением сил трения, на этом этапе определяются

$$E_{F_r} = fmgx = fmg \frac{\ddot{x}_{\text{max}} \pi}{\omega^2}. \quad (12)$$

Тогда общие энергозатраты на этом этапе можно определить как:

$$E_{\text{общ}} = W_{\text{кин}(к)} + E_{F_r} = m \left(\frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega} \right)^2 + fmg \frac{\ddot{x}_{\text{max}} \pi}{\omega^2}. \quad (13)$$

При минимизации энергозатрат на этапе разгона дополнительно уточним конечные условия. Очевидно, что целесообразным является использование накопленной кинетической энергии до начала второго этапа, который рассматривается как этап выбега. При этом начальный уровень кинетической энергии тела на втором этапе $W_{\text{кин}(н)}^{\text{II}}$ определяется конечным ее значением на первом этапе, то есть

$$W_{\text{кин}(н)}^{\text{II}} = W_{\text{кин}(к)}^{\text{I}} = m \left(\frac{\ddot{x}_{\text{max}}}{\omega} \right)^2. \quad (14)$$

Считая, что кинетическая энергия расходуется на выполнение работы против сил трения, записываем



$$m \left(\frac{\ddot{x}_{\max}}{\omega} \right)^2 = fmg x_{(k)}^{\text{II}}, \quad (15)$$

откуда, конечное перемещение:

$$x_{(k)}^{\text{II}} = \frac{\ddot{x}_{\max}^2}{f \omega^2 g}. \quad (16)$$

Тогда за два этапа общее перемещение составит

$$x_{\text{общ}} = \frac{\pi \ddot{x}_{\max}}{\omega^2} + \frac{\ddot{x}_{\max}^2}{f \omega^2 g}. \quad (17)$$

Из последней формулы видно, что к параметрам, которыми можно воздействовать на результат, относятся максимальное значение ускорения \ddot{x}_{\max} и угловая скорость кулачка кулачкового механизма. Одних и тех же значений $x_{\text{общ}}$ можно достичь разными парами значений \ddot{x}_{\max} и ω . Однако вернемся к вопросу выбора параметров, при которых достигается минимизация энергозатрат на перемещение груза, и выполним дифференцирование зависимости (13) по \ddot{x}_{\max} . Тогда

$$\frac{dE_{\text{общ}}}{d\ddot{x}_{\max}} = \frac{2m}{\omega^2} \ddot{x}_{\max} + \frac{\pi fmg}{\omega^2}. \quad (18)$$

Приравняв к нулю правую часть последней формулы, получаем ускорение \ddot{x}_{\max} , что соответствует экстремуму функции

$$E_{\text{общ}} = E_{\max} \left(\ddot{x}_{\max} \right):$$

$$\ddot{x}_{\max} = \pi fg / 2. \quad (19)$$

Воспользовавшись соотношением (18), запишем выражения для определения конечных перемещений на двух этапах:

$$x_{(k)}^{\text{I}} = \frac{\ddot{x}_{\max} \pi}{\omega^2} = \frac{\pi^2 fg}{2\omega^2}; \quad x_{(k)}^{\text{II}} = \frac{\ddot{x}_{\max}^2}{f \omega^2 g} = \frac{\pi fg}{4\omega^2}. \quad (20)$$

Тогда угловая скорость при известном значении $x_{(k)}^{\text{I}}$:

$$\omega = \sqrt{\frac{\pi^2 fg}{2x_{(k)}^{\text{I}}}}. \quad (21)$$

Результаты и обсуждение

Если взять $x_{(k)}^{\text{I}} = 0,1$ м; $f = 0,3$; $g = 9,81$ м/с²,

то

$$\omega = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 0,3 \cdot 9,81}{2 \cdot 0,1}} = 12,045 \text{ с}^{-1},$$

что соответствует частоте вращения кулачка

$$n = \frac{30\omega}{\pi} = \frac{30 \cdot 12,045}{3,14} = 115 \text{ min}^{-1}.$$

В таблице 1 приведены соотношения между параметрами $x_{(k)}^{\text{I}}$, ω и n при $f = 0,3$, $g = 9,81$ м/с² и $m = 10$ кг.

Таблица 1

Соотношение между геометрическими, энергетическими и кинематическими параметрами системы "кулачковый механизм – груз"

$x_{(k)}^{\text{I}}, \text{ м}$	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
$\omega, \text{ с}^{-1}$	12,045	9,835	8,517	7,62	6,95	6,44
$n, \text{ min}^{-1}$	115	94	81,4	72,8	66,4	61,5
$x_{(k)}^{\text{II}}, \text{ м}$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$E_{\text{общ}}, \text{ Дж}$	4,4	6,62	8,79	11,03	13,24	15,44

Заключение

1. Разработанные на основе энергетических соотношений математические модели динамики перемещения грузов позволяет перейти к оценке перспектив минимизации энергетических затрат в исследуемых системах.

2. Энергетические математические модели позволяют устанавливать взаимосвязи между кинематическими и геометрическими параметрами системы.

Литература

- [1] Кодра Ю. В., Стоцько З. А. Технологічні машини. Розрахунок і конструювання. – Львів: Львівська політехніка. – 2004. – 268 с.
- [2] Соколенко А. І., Яровий В. Л., Васильківський К. В. та ін. Моделювання процесів пакування. – Вінниця: Nova Кнута. – 2004. – 272 с.
- [3] Гавва О. М., Беспалько А. П., Волчко А. І. та ін. Пакувальне обладнання. – К.: – ІАЦ "Упаковка". – 2008. – 436 с.