

УДК 621.8

В.А. ПІДДУБНИЙ, д-р техн. наук,**Р.М. ЛЕУС**,**Л.А. ФЕДОРЕНКО***Національний університет харчових технологій*

ДИНАМІКА ПРОЦЕСІВ ВИБІГУ І ГАЛЬМУВАННЯ В ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАШИНАХ

Виконано аналіз і розроблено математичні моделі щодо процесів вибігу і гальмування в технологічних машинах, розрахункові схеми яких представлені двомасовими системами.

Ключові слова: динаміка, вибіг, гальмування, рівняння руху, переміщення, опір.

Выполнен анализ и получены математические модели процессов выбега и торможения в технологических машинах, расчетные схемы которых представлены двухмассовыми системами.

Ключевые слова: динамика, выбег, торможение, уравнения движения, перемещения, сопротивление.

The analysis and derived mathematical models of coasting and braking technology machines, computational schemes which are shown two-mass systems.

Keywords: dynamics, coasting, braking, the equations of motion, movement, resistance.

В сучасних машинах використовують механічне, електромеханічне або електричне гальмування. За умови механічного гальмування кінетична енергія механізмів машин переходить в роботу сил тертя [1, 2].

Використовуються з числа видів електрогальмування такі як динамічне, зверхсинхронне і гальмування противмиканням.

У зв'язку з поширенням частотних перетворювачів і можливості зміни частот обертання роторів асинхронних електродвигунів одержано нові можливості в організації режимів вибігу і гальмування технологічних машин.

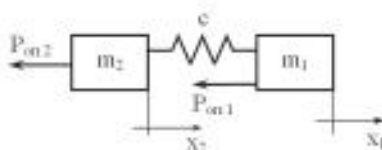


Рис. 1. Розрахункова схема до режим вибігу двомасової системи

Гальмівні пристрої механічної дії поділяються:

1. За призначенням — на стопорні (ті, що зупиняються і утримують механізми у стані спокою) і спускні, які обмежують швидкість руху;
2. За конструктивним виконанням робочих частин — на стрічкові, колодкові, дискові тощо;

ПРОЦЕСИ ТА ОБЛАДНАННЯ

3. За взаємодією робочих поверхонь при відсутності зовнішнього робочого зусилля — на замкнуті, в яких поверхні тертя постійно притиснуті одна до одної і гальмування припиняється під дією зовнішньої сили, та відкриті (розімкнуті), в яких поверхні нормально не притиснуті і для гальмування необхідні зовнішні зусилля;

4. За видом керування — на автоматичні і керовані.

До числа вимог стосовно таких пристроїв відносяться достатній за величиною гальмівний момент, можливість підтримання заданого закону гальмування, швидке замикання і розмикання, надійність і нескладність влаштування тощо [3, 4].

Завданням цього теоретичного дослідження визначено розробку математичних моделей процесів вибігу і гальмування.

Розглянемо кілька випадків режимів вибігу і гальмування машин на прикладі двомасової моделі.

Вибіг двомасової системи за наявності сил опору $P_{on.1}$ та $P_{on.2}$ Режим вибігу настає від моменту відключення рушійної сили, коли ведуча і ведена маси мають швидкість усталеного руху (рис. 1). Тоді рівняння руху мас m_1 і m_2 записуються у формі:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = -c(x_1 - x_2) - P_{on.1}; \\ m_2 \ddot{x}_2 = c(x_1 - x_2) - P_{on.2}. \end{cases} \quad (1), (2)$$

Перетворимо останню систему до рівняння пружних сил і приведемо її до виду

$$\ddot{x}_1 + \frac{c}{m_1}(x_1 - x_2) = -\frac{P_{on.1}}{m_1}; \quad (3)$$

$$\ddot{x}_2 - \frac{c}{m_2}(x_1 - x_2) = -\frac{P_{on.2}}{m_2}. \quad (4)$$

Віднімемо від умови (3) умову (4)

$$\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2 + \left(\frac{c}{m_1} + \frac{c}{m_2} \right) (x_1 - x_2) = \frac{P_{on.2}}{m_2} - \frac{P_{on.1}}{m_1} \quad (5)$$

і помножимо всі складові рівняння (5) на жорсткість системи c :

$$c(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) + c \frac{cm_2 + cm_1}{m_1 m_2} (x_1 - x_2) = c \left(\frac{P_{on.2}}{m_2} - \frac{P_{on.1}}{m_1} \right). \quad (6)$$

Оскільки відомо, що

$$c(x_1 - x_2) = P_{np} \text{ і } c(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) = \ddot{P}_{np},$$

то

$$\ddot{P}_{np} + \frac{c(m_2 + m_1)}{m_1 m_2} P_{np} = c \left(\frac{P_{on.2}}{m_2} - \frac{P_{on.1}}{m_1} \right). \quad (7)$$

Запишемо початкові умови системи:

$$t_{(n)} = 0; \quad x_{(n)1} = 0; \quad x_{(n)2} = -P_{on.2}/c; \quad \dot{x}_{(n)1} = V; \quad \dot{x}_{(n)2} = V;$$

$$P_{np(n)} = c(x_{(n)1} - x_{(n)2}) = P_{on.2}; \quad \dot{P}_{np(n)} = c(\dot{x}_{(n)1} - \dot{x}_{(n)2}) = 0.$$

Розв'язання рівняння (7) запишемо у формі

$$P_{np} = A \sin \sqrt{\frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} t + B \cos \sqrt{\frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} t + \frac{P_{on.2} m_1 - P_{on.1} m_2}{m_1 + m_2}. \quad (8)$$

Знайдемо сталі інтегрування A і B , підставляючи вибрані початкові умови

$$P_{on.2} = B + \frac{P_{on.2} m_1 - P_{on.1} m_2}{m_1 + m_2};$$

$$B = P_{\text{оп.2}} - \frac{P_{\text{оп.2}}m_1 - P_{\text{оп.1}}m_2}{m_1 + m_2}; \quad A = 0. \quad (9)$$

Тоді остаточно одержуємо

$$P_{\text{пр}} = \left(P_{\text{оп.2}} - \frac{P_{\text{оп.2}}m_1 - P_{\text{оп.1}}m_2}{m_1 + m_2} \right) \cos \sqrt{\frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} t + \frac{P_{\text{оп.2}}m_1 - P_{\text{оп.1}}m_2}{m_1 + m_2}. \quad (10)$$

Для знаходження екстремальних значень $P_{\text{пр}}$ виконаємо диференціювання останнього рівняння:

$$\dot{P}_{\text{пр}} = \left(P_{\text{оп.2}} - \frac{P_{\text{оп.2}}m_1 - P_{\text{оп.1}}m_2}{m_1 + m_2} \right) \sqrt{\frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} \sin \sqrt{\frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} t_{\text{ек}} = 0. \quad (11)$$

Звідси витікає, що

$$\sin \sqrt{\frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} t_{\text{ек}} = 0; \quad \sqrt{\frac{c(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}} t_{\text{ек}} = 0; \quad \pi; \quad 2\pi \dots$$

Таким чином, екстремальне пружне навантаження в режимі вільного вибігу мас m_1 і m_2 відповідає значенням

$$t_{\text{ек}} = 0; \quad t_{\text{ек}} = \pi \sqrt{\frac{m_1 m_2}{c(m_1 + m_2)}} \dots$$

В першому випадку маємо

$$P_{\text{пр.ек}} = P_{\text{оп.2}}$$

а у другому —

$$P_{\text{пр.ек}} = -P_{\text{оп.2}} + 2 \frac{P_{\text{оп.2}}m_1 - P_{\text{оп.1}}m_2}{m_1 + m_2}. \quad (12)$$

Як бачимо, друге екстремальне значення $P_{\text{пр}}$ залежить від співвідношення величин опорів $P_{\text{оп.1}}$, $P_{\text{оп.2}}$ та мас m_1 і m_2 .

Якщо до числа задач дослідження процесів вибігу відноситься визначення координат переміщення x_1 та x_2 , то систему рівнянь (1) та (2) слід перетворити до двох рівнянь четвертого порядку. Для цього виконаємо подвійне диференціювання вказаних рівнянь:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 - c\dot{x}_2 &= 0; \\ m_2 \ddot{x}_2 - c\dot{x}_1 + c\dot{x}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Додаючи рівняння (1) до рівняння (2) маємо

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = P_{\text{оп.1}} - P_{\text{оп.2}}. \quad (14)$$

Звідси

$$\ddot{x}_1 = \frac{-P_{\text{оп.1}} - P_{\text{оп.2}}}{m_1} - \frac{m_2 \ddot{x}_2}{m_1}; \quad (15)$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{-P_{\text{оп.1}} - P_{\text{оп.2}}}{m_2} - \frac{m_1 \ddot{x}_1}{m_2}. \quad (16)$$

Виконаємо підстановку залежностей (15) та (16) в умови (13)

$$m_1 \ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + c \left(\frac{P_{\text{оп.1}} + P_{\text{оп.2}}}{m_2} + \frac{m_1 \ddot{x}_1}{m_2} \right) = 0;$$

$$\ddot{x}_1 + \frac{c\dot{x}_1}{m_1} + \frac{c\dot{x}_1}{m_2} = -\frac{c(P_{\text{оп.1}} + P_{\text{оп.2}})}{m_1 m_2};$$

ПРОЦЕСИ ТА ОБЛАДНАННЯ

$$\ddot{x}_1 + \frac{c(m_1+m_2)}{m_1 m_2} \dot{x}_1 = -\frac{c(P_{on.1}+P_{on.2})}{m_1 m_2}; \quad (17)$$

$$\ddot{x}_2 + \frac{c}{m_2} \left(\frac{P_{on.1}+P_{on.2}}{m_1} + \frac{m_2 \ddot{x}_2}{m_1} \right) + \frac{c \ddot{x}_2}{m_2} = 0;$$

$$\ddot{x}_2 + \frac{c(m_1+m_2)}{m_1 m_2} \ddot{x}_2 = -\frac{c(P_{on.1}+P_{on.2})}{m_1 m_2}. \quad (18)$$

Розв'язання рівнянь (17) і (18) потребує додаткових початкових умов. Знайдемо їх за відомих

$$x_{(n)1}=0; \quad x_{(n)2} = -P_{on.2}/c; \quad \dot{x}_{(n)1} = \dot{x}_{(n)2} = V;$$

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{(n)1} &= -\frac{c}{m_1} (x_{(n)1} - x_{(n)2}) - \frac{P_{on.1}}{m_1} = -\frac{c}{m_1} \left(0 - \frac{P_{on.2}}{c} \right) - \frac{P_{on.1}}{m_1} = \\ &= \frac{P_{on.2}}{m_1} - \frac{P_{on.1}}{m_1} = \frac{P_{on.2} - P_{on.1}}{m_1}; \end{aligned}$$

$$\ddot{x}_{(n)2} = \frac{c}{m_2} \left(0 - \frac{P_{on.2}}{c} \right) - \frac{P_{on.2}}{m_2} = 0; \quad \ddot{x}_{(n)1} = 0; \quad \ddot{x}_{(n)2} = 0.$$

На рис. 2 та 3 наведено результати розрахунків по визначенню P_{np} за формулою (10) за різних співвідношень мас m_1 та m_2 . Відмітимо, що за подібної взаємодії максимальні пружні навантаження не перевищують величини $P_{np.2}$.

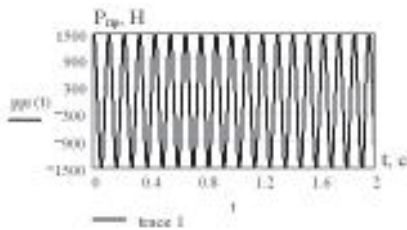


Рис. 2. Графіки залежності $P_{np} = P_{np}(t)$ за значень $m = 100$ кг; $m_2 = 150$ кг; $P_{on.1} = 1000$ Н; $P_{on.2} = 1500$ Н; $c = 200000$ Н/м

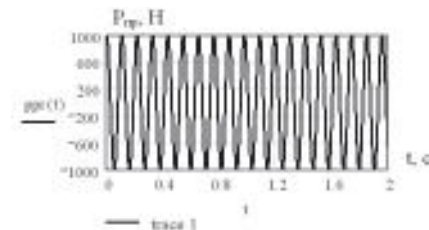


Рис. 3. Графіки залежності $P_{np} = P_{np}(t)$ за значень $m_1 = 150$ кг; $m_2 = 100$ кг; $P_{on.1} = 1500$ Н; $P_{on.2} = 1000$ Н; $c = 200000$ Н/м

Висновки. Виконані дослідження режимів вибігу в двомасових схемах дозволяють відмітити наступне.

1. За необхідності визначення пружних навантажень в системі вихідна система з двох диференціальних рівнянь руху ведучої і веденої мас доцільно трансформувати до диференційного рівняння пружних сил.
2. У випадку необхідності визначення кінематичних параметрів розв'язанню підлягає початкова система рівнянь руху.
3. В режимі вибігу системи на її власну частоту коливань впливають ведуча і ведена маси та жорсткість їх пружного зв'язку.
4. Взаємодія між масами за вибігу супроводжується навантаженнями пружного елемента, які не перевищують величину сили опору переміщення веденої маси.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кодра Ю.В., Стоцько З.А. Технологічні машини. Розрахунок і конструювання. — Львів: “Львівська політехніка”, — 2004. — 468 с.

ПРОЦЕСИ ТА ОБЛАДНАННЯ

2. Берник П.С., Стоцько З.А., Паламарчук І.П. та ін. Механічні процеси і обладнання переробного та харчового виробництва. — Львів: “Львівська політехніка”, — 2004. — 336 с.
3. Соколенко А.І., Яровий В.Л., Піддубний В.А. та ін. Моделювання процесів пакування. — Вінниця: Nova knuha, — 2004. — 272 с.
4. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин. — М.: Машиностроение, — 1969. — 296 с.

Одержано редколегією 20.01.2011 р.