

Відновлення диференціальних рівнянь за часовими рядами відділенням дефекосатурації

В.І. Заїка

Сумський технікум харчової промисловості НУХТ

В.Д. Кишенько

Національний університет харчових технологій

Досить часто при побудові модельних диференціальних рівнянь, дотримуючись принципу «від загального до часткового», виходять із фундаментальних законів, якими підкоряються об'єкти розглянутої природи, уводячи обмеження, що відповідають модельованому випадку.

Однак можна привести багато прикладів, коли інформації про об'єкт недостатньо або записати базову систему рівнянь не є можливим через складність об'єкта. Одним зі шляхів одержання математичних моделей у таких ситуаціях є конструювання рівнянь за експериментальними часовими рядами [1 - 3]. Процедуру одержання модельних рівнянь в науковій літературі останнього десятиліття, називають реконструкцією рівнянь.

Реалізація алгоритму моделювання за часовими рядами відділення дефекосатурації наведено на Рис. 1.

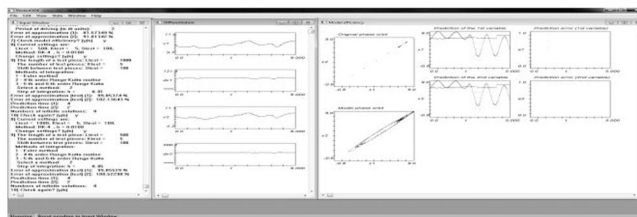


Рис. 1. Вікно програми VectorODE - відновлення рівнянь за векторним часовим рядом

Моделювання починається з вибору структури моделі і базисних функцій (1 етап). На підставі апріорних даних оцінюють розмірності множини, відновленого у фазовому просторі за скалярним часовим рядом $\{v_i\}$, або інтуїтивно вибирається розмірність D модельного відображення, а також вид функцій, комбінацією яких буде здійснюватися апроксимація.

На наступному етапі тренувальна частина часового ряду перетвориться відповідно до обраної структури моделі: послабляються шуми, з необхідною частотою вибираються точки, відновлюються додаткові змінні (якщо $D > 1$, вихідний ряд - скалярний, і необхідний перехід до векторного ряду $\{x_i\}$ і т.п. Далі, використовуючи підготовлений часовий ряд $\{x_i\}$, підбирають функцію G , яка апроксимує залежність x_{i+1} від x_i [1, 2].

На третьому етапі результати прогнозування за отриманою моделлю порівнюються з даними тестової частини ряду.

Необхідно зазначити деякі важливі моменти:

1) При переході до векторного ряду для відновлення додаткових координат (величин x_i) є досить зручним метод часових затримок.

Координатами вектора стану системи служать (1) послідовні значення спостережуваної v у моменти часу, розділені деяким часом затримки τ [2, 3]:

$$x(t_i) = \begin{pmatrix} v(t_i) \\ v(t_i + \tau) \\ \dots \\ v(t_i + (D-1)\tau) \end{pmatrix} \quad (1)$$

2) На практиці, вибір оптимального значення τ є окремою задачею. Приймаємо час затримки рівним інтервалу вибірки A_t (2):

$$x_i = \begin{pmatrix} v_i \\ v_{i+1} \\ \dots \\ v_{i+D-1} \end{pmatrix} \quad (2)$$

3) Вибір розмірності моделі D можна здійснити на основі попереднього аналізу часового ряду.

4) Далі задача моделювання зводиться лише до знаходження оптимальних значень коефіцієнтів, що входять у модельні рівняння (припасуванню моделі). Так, при зазначеній реконструкції вектора стану методом затримок з $\tau = A_t$ модельне відображення (1) зводиться до більш простого виду:

$$\begin{aligned} x_1(t_{j+1}) &= x_2(t_j), \\ x_2(t_j) &= x_3(t_j), \\ &\dots, \\ x_D(t_{j+1}) &= G(x_1(t_j), x_2(t_j), \dots, x_D(t_j)). \end{aligned} \quad (3)$$

5) Отримана формула буде визначати функцію G у всьому фазовому просторі — глобально.

6) Іншим можливим підходом є локальна реконструкція. При цьому відшукуються вирази для функції G «по частинах».

Після того, як модель побудована, необхідно перевірити її працездатність. Критерії ефективності моделі визначаються цілями моделювання, наприклад:

- дальність прогнозу, забезпечуваного моделлю;
- якісна відповідність поведінки моделі і об'єкта.

Література

1. Бокс Дж. Анализ временных рядов. Прогноз и управление [Текст] / Дж. Бокс, Т. Дженкинс. — М.: Мир, 1974. — 242 с.

2. Breeden J.L. Reconstructing equations of motion from experimental data with unobserved variables [Text] / J.L. Breeden, A. Hubler. — Phys. Rev. A. — 1990. — Vol. 42. — № 10. — 581 — 826 p.p.

3. Аносов О.Л. Минимаксная процедура идентификации хаотических систем по наблюдаемой временной последовательности [Текст] / О.Л. Аносов, О.Я. Бутковский, Ю.А. Кравцов. Т.: — Радиотехника и электроника. — 1997. — 42. — В. 3, С. 313 — 319.