

Циганкова Г. А. (Національний університет харчових технологій, м. Київ)
Tsygankova G. A. (National University of food technology, Kiev)

ЕЛЕКТРОМАГНІТНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОГО ГАЛЬМА ІЗ ЗУБЦЕВО-ПАЗОВОЮ КОНФІГУРАЦІЄЮ ЗАЗОРУ ІНДУКТОРА
ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО ТОРМОЗА С ЗУБЦОВО-ПАЗОВОЙ КОНФИГУРАЦИЕЙ ЗАЗОРА ИНДУКТОРА
ELECTROMAGNETIC MODEL OF ELECTRODYNAMICS BRAKE WITH A RACK-AND-SLOT CONFIGURATIONS OF THE GAP OF INDUCTOR

На підставі експериментальних даних про розподіл магнітної індукції в повітряному зазорі з зубцево-пазовою конфігурацією індуктора та кільцевою обмоткою збудження прийнята модель, в якій нерівномірний зазор замінюється рівномірним з уявними поверхневими струмами для створення неоднорідного магнітного поля.

Основываясь на экспериментальных данных о распределении магнитной индукции в воздушном зазоре с зубчато-пазовой конфигурацией индуктора и кольцевой обмоткой возбуждения, принята модель, в которой неравномерный зазор заменяется равномерным с воображаемыми поверхностными токами для создания неоднородного магнитного поля.

Being based on experimental data about distribution of a magnetic induction in an air gap with a rack-and-slot configuration and a ring winding of excitation, the model in which the non-uniform gap is replaced uniform with imagined superficial currents for creation of a non-uniform magnetic field is accepted.

Ключові слова: електромагнітне поле, магнітна індукція, поверхневий струм.

Ключевые слова: электромагнитное поле, магнитная индукция, поверхностный ток.

Key words: electromagnetic field, magnetic induction, superficial current.

В даній статті розглядається електромагнітний пристрій – електродинамічне гальмо, яке представляє собою двосторонній індуктор з зазором [3], магнітопровід якого виконаний у вигляді чергування зубців та пазів для створення неоднорідного магнітного поля кільцевою обмоткою, та електропровідний диск, що обертається в нерівномірному повітряному зазорі індуктора. Розв'язання задач теоретичної електротехніки такого пристрою потребує додаткового дослідження та уточнення ряду питань. Наведена в [6] формула для розрахунку гальмівного моменту електродинамічного гальма потребує перевірки, оскільки відсутня відповідність розмірностей величин, які в неї входять. Отримані раніше [2] рішення для розрахунку струмів і зусиль базуються на припущенні відсутності впливу товщини диску на розподіл густини струму, тобто справедливі для тонких немагнітних дисків. Задача полягає у знаходженні струмів і зусиль в диску в залежності від заданої амплітуди гармонічної складової магнітної індукції, розмірів, швидкості обертання та параметрів матеріалу диску.

Об'єкти та методи дослідження

Неоднорідне магнітне поле в зазорі такого гальма можна задати сумою гармонічних складових по кутовій координаті. Моделі системи збудження такого поля можуть бути двох типів. Одна модель – коли задають систему магніторушійних сил і магнітну провідність повітряного зазору в залежності від координат, а друга – коли зазор вважають еквівалентним [5] рівномірним з поверхневими струмами для створення відповідного магнітного поля. Перша з названих моделей априорі передбачає наявність лише однієї осьової компоненти магнітної індукції і не дозволяє оцінити величину кутової та радіальної компонент. Друга модель вимагає вибору такого закону розподілу поверхневих струмів, щоб створюване ними магнітне поле адекватно відображало реальне. Змінюючи закон розподілу поверхневих струмів методом перебору з використанням спеціальних функцій [8], можна збуджувати магнітне поле різної конфігурації. На підставі експериментальних даних про розподіл магнітної індукції в повітряному зазорі з зубцево-пазовою конфігурацією та кільцевою обмоткою збудження [7] приймемо другу модель системи збудження. В роботі [4] запропонована система збудження магнітного поля для індукційного нагріву стрічки, що

рухається з постійною швидкістю, за допомогою контуру зі струмом у вигляді замкненої кривої другого порядку, наприклад, еліпса або круга. Просторовий розподіл струму може бути представлений у вигляді двох взаємно ортогональних складових – в напрямку руху стрічки і в поперечному напрямку.

Постановка завдання

Розглянемо варіанти законів просторового розподілу ортогональних складових струму збудження магнітного поля та виберемо той, що забезпечує розподіл магнітної індукції в повітряному зазорі найближче до реального.

Результати та їх обговорення

Будемо вважати, що магнітне поле в області між двома півпросторами з нескінченною магнітною проникністю (рис. 1) при нерухомому диску створюється уявним постійним струмом I в нерухомих радіально направлених провідниках.

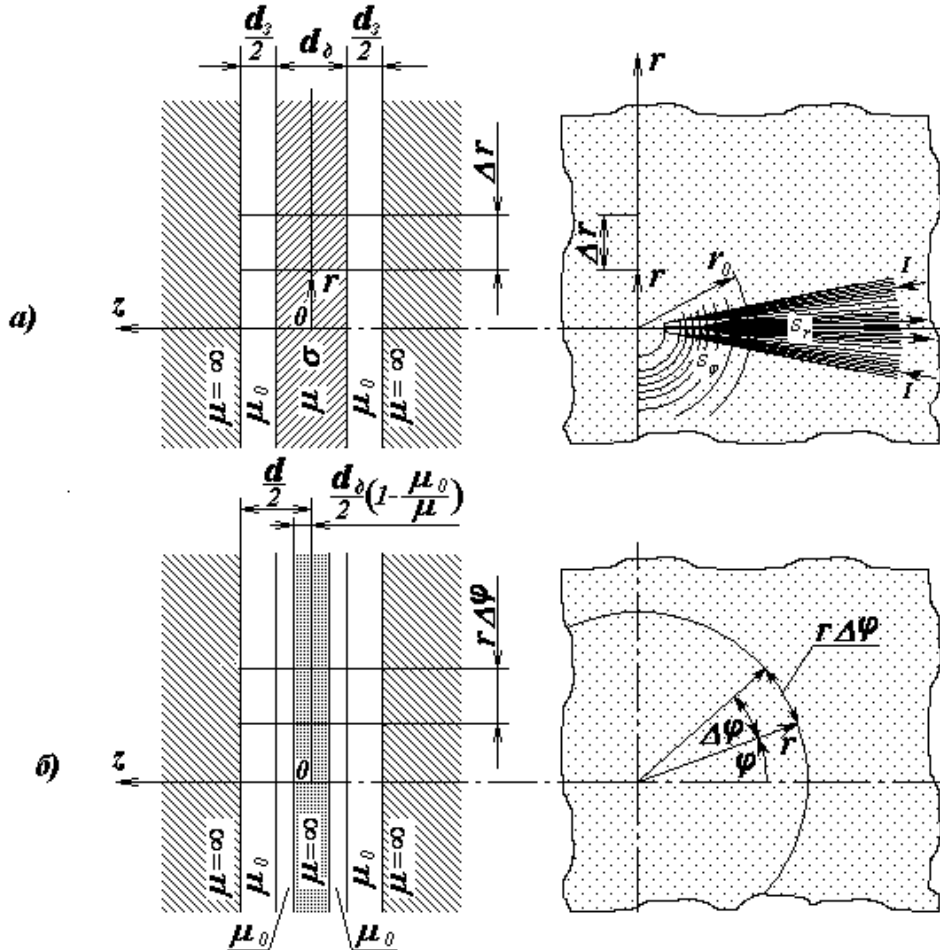


Рис. 1

На рисунку 1 d_0 – товщина диску; d_3 – ширина повітряного зазору; r – радіус точки спостереження; μ та σ – магнітна проникність та електропровідність матеріалу диску.

Провідники розподілені симетрично по обидва боки диску на поверхні цих півпросторів в залежності від радіальної і кутової координат так, що їх щільність (кількість провідників на одиницю довжини в напрямку кутової координати) змінюється зворотно пропорційно радіусу $s_r = \frac{pW_0}{r} \cos p\varphi$, а число провідників W_0 на полюсному діленні не змінюється. При деякому значенні радіусу $r=r_0$ частина провідників змінює радіальний напрямок на ортогональний так, що їх щільність змінюється, наприклад, по закону

$$s_r = \frac{pW_0}{r_0} \left(1 - \frac{\sin 2\pi \frac{r}{r_0}}{2\pi \frac{r}{r_0}} \right) \cos p\varphi, \text{ прямуючи до } 0 \text{ при } r \rightarrow 0. \text{ Щільність провідників,}$$

орієнтованих в кутовому напрямку (кількість провідників на одиницю довжини в радіальному напрямку), змінюється при цьому по закону $s_\varphi = -\frac{2W_0}{r_0} \left(\sin^2 \pi \frac{r}{r_0} \right) \sin p\varphi$ так,

що при $r=0$ та $r=r_0$ провідники, орієнтовані в кутовому напрямку, відсутні. Такий розподіл щільності провідників відповідає вимозі $\text{div}\vec{s} = 0$. Знак «мінус» означає, що струм I в провідниках, орієнтованих в кутовому напрямку, протікає проти напрямку відліку кутової координати. Провідники зі струмом, орієнтовані в осьовому напрямку, відсутні.

Для зручності знаходження рішення рівнянь магнітного поля задамо розподіл щільності провідників в зоні $0 < r < r_0$ (рис. 2) функціями Бесселя.

Прийmemo, що щільність провідників, орієнтованих в радіальному напрямку змінюється, наприклад, по закону

$$s_r = pW_0 \frac{\partial J_p(kr)}{\partial r} \cos p\varphi = pW_0 \left(-\frac{p}{r} J_p(kr) + kJ_{p-1}(kr) \right) \cos p\varphi. \text{ Розподіл щільності}$$

провідників, орієнтованих в кутовому напрямку, знайдемо із умови $\text{div}\vec{s} = \frac{1}{r} \frac{\partial r s_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial s_\varphi}{\partial \varphi} = 0$:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(pW_0 r \frac{\partial J_p(kr)}{\partial r} \right) \cos p\varphi = pW_0 \left(\frac{p^2}{r^2} - k^2 \right) J_p(kr) \cos p\varphi$$

$$\frac{\partial s_\varphi}{\partial \varphi} = pW_0 \left(k^2 r - \frac{p^2}{r} \right) J_p(kr) \sin p\varphi.$$

$$\text{Звідси } s_\varphi = W_0 \left(k^2 r - \frac{p^2}{r} \right) J_p(kr) \sin p\varphi.$$

$$\text{При } r > r_0 \quad s_\varphi = 0, \text{ а } s_r = \frac{pW_0}{r} \cos p\varphi$$

На рис. 2а приведено графіки розподілу щільності провідників (розраховані для функцій Бесселя 16-го (крива 1) та 15-го (крива 2) порядків з $k=0,5$):

крива 3 – щільність провідників в радіальному напрямку

$$s_r = 16 \left(-\frac{16}{r} J_{16}(0.5r) + kJ_{15}(0.5r) \right);$$

$$\text{крива 4 – щільність провідників в кутовому напрямку } s_\varphi = \left(0.25r - \frac{256}{r} \right) J_{16}(0.5r);$$

$$\text{крива 5 – графік } \int_0^r s_\varphi \partial r.$$

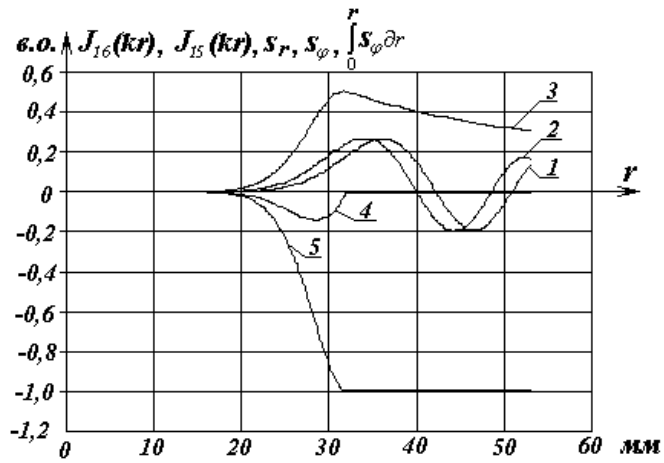
Для значення аргументу $kr < 2p$ функції Бесселя обчислювались [1, 8] як сума

$$\text{перших 120 складових розкладу в степеневий ряд } J_p(kr) = \frac{\left(\frac{kr}{2}\right)^p}{p!} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \frac{p!}{(p+m)!} \left(\frac{kr}{2}\right)^m, \text{ а}$$

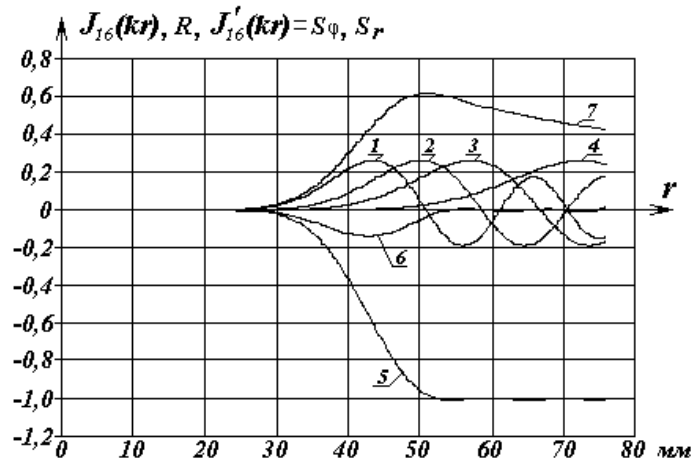
для $kr \geq 2p$ – асимптотичним розкладом Ганкеля

$$J_p(kr) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cdot \left[P_p(kr) \cdot \cos\left(kr - \frac{p\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - Q_p(kr) \cdot \sin\left(kr - \frac{p\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \right] \text{ з використанням 120}$$

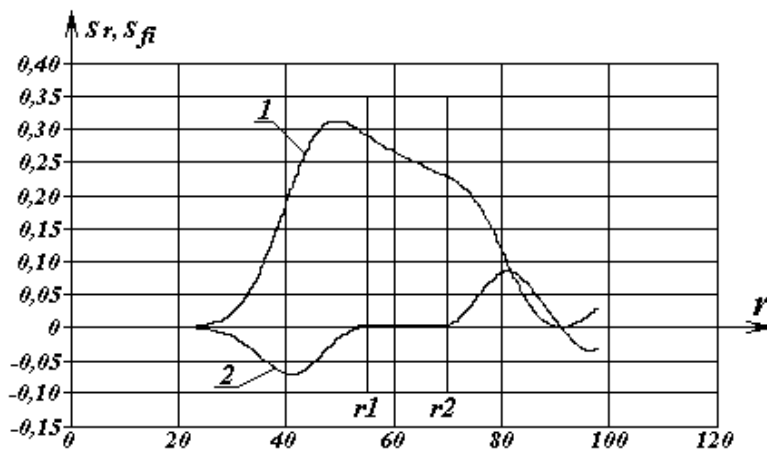
складових формальних рядів $P_p(kr) = 1 - \frac{(p,2)}{(2kr)^2} + \frac{(p,4)}{(2kr)^4} - \dots - \frac{(p,118)}{(2kr)^{118}}$ та $Q_p(kr) = \frac{(p,1)}{(2kr)} - \frac{(p,3)}{(2kr)^3} + \dots$, де $(p,m) = \frac{(4p^2 - 1^2)(4p^2 - 3^2) \dots (4p^2 - (2m-1)^2)}{2^{2m} m!}$, $m=1, 2, \dots, 119$.



а)



б)



в)

Рис. 2.

На рис.2в r_1 і r_2 - межі робочої зони.

На рис. 2б приведено графіки розподілу щільності провідників (розраховані для функції Бесселя 16-го порядку та її похідної з чотирма значеннями k_i : $k_1=0,415$ (крива 1), $k_2=0,36$ (крива 2), $k_3=0,316$ (крива 3), $k_4=0,25$ (крива 4)):

крива 5 – функція

$$R = -0.77J_{16}(0.415r) - 1.61J_{16}(0.36r) - 2.345J_{16}(0.316r) - 5.265J_{16}(0.25r);$$

крива 6 – подвоєна щільність провідників в кутовому напрямку

$$2s_{\varphi} = 2(-0.77J'_{16}(0.415r) - 1.61J'_{16}(0.36r) - 2.345J'_{16}(0.316r) - 5.265J'_{16}(0.25r));$$

крива 7 – щільність провідників в радіальному напрямку

$$s_r = \frac{16}{r}(-0.77J_{16}(0.415r) - 1.61J_{16}(0.36r) - 2.345J_{16}(0.316r) - 5.265J_{16}(0.25r)).$$

Цей розподіл дає постійне значення суми функцій при $r > 55$ мм.

Розглянемо ще один закон розподілу щільності провідників (рис. 2в), справедливий для всього робочого діапазону зміни радіальної координати, без необхідності поділу

діапазону на дві частини $s_{\varphi} = -\sum_i \frac{\partial A_i J_p(k_i r)}{\partial r} \cdot \sin p\varphi$. Із умови $\frac{\partial r s_r}{\partial r} = -\frac{\partial s_{\varphi}}{\partial \varphi}$ знайдемо

$$s_r = \frac{p}{r} \sum_i A_i J_p(k_i r) \cdot \cos p\varphi.$$

Для вибраної моделі доцільно скористатись саме таким розподілом провідників зі струмом.

Для розглянутих вище законів розподілу щільності провідників виконується рівність

$$\frac{r s_r}{\int_0^r s_{\varphi} \partial r} = -p \frac{\cos p\varphi}{\sin p\varphi}.$$

В загальному випадку можливі і інші закони розподілу щільності провідників.

Для розрахунку магнітного потенціалу в повітряному зазорі необхідно, щоб середовище було однорідним. Тому треба замінити диск з магнітною проникністю μ еквівалентним повітряним зазором з магнітною проникністю μ_0 і змінити початок відліку

$$\text{координати } z_3 = z - \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu}\right) \frac{d}{2} \quad (\text{Рис. 1б}).$$

В експериментальній моделі індуктор має 16 зубців і, відповідно, 16 пазів. Межі робочої зони мають радіуси 55 мм і 70 мм. Щоб описати стале число провідників на полюсному діленні в робочій зоні сумою функцій Бесселя треба обрати порядок p функції, підібрати коефіцієнти A_i , k_i та число членів суми такими, при яких $\sum_i A_i J_p(k_i r) = 1$ на

всьому діапазоні радіусу робочої зони. Порядок функції Бесселя для нашого випадку дорівнює числу зубців індуктора: $p=16$. Перший коефіцієнт k_1 в аргументі функції Бесселя вибираємо таким, щоб другий нуль функції знаходився біля меншого радіусу r_1 робочої зони. Наступний коефіцієнт k_2 в аргументі функції Бесселя вибираємо таким, щоб перший максимум цієї функції був при значенні радіусу, на якому попередній член суми має перший нуль і т.д. Вибравши таким чином коефіцієнти k_i при радіусі r , підберемо коефіцієнти A_i , які забезпечують постійне значення суми незалежно від значення радіусу в робочій зоні від r_1 до r_2 .

Висновки

Для розрахунку магнітного поля в експериментальній моделі можна прийняти, що воно створюється поверхневим струмом провідників (Рис. 1а), розподілених згідно закону, зображеному на рис. 2в, який найбільш точно відображає поле в експериментальній моделі:

$$\frac{s_{\varphi}}{W_0} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(0.4J_{16}(0.45r) + 1.06J_{16}(0.4r) + 1.62J_{16}(0.355r) + \right. \\ \left. + 1.56J_{16}(0.32r) + 3.64J_{16}(0.2708r) + 2.92J_{16}(0.22r) \right) \cdot \sin 16\varphi \quad (1)$$

$$\frac{s_r}{W_0} = \frac{16}{r} \left(0.4J_{16}(0.45r) + 1.06J_{16}(0.4r) + 1.62J_{16}(0.355r) + \right. \\ \left. + 1.56J_{16}(0.32r) + 3.64J_{16}(0.2708r) + 2.92J_{16}(0.22r) \right) \cdot \cos 16\varphi \quad (2)$$

ЛІТЕРАТУРА

1. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. – М.: "Наука", 1964. – 608 с. с илл.
2. *Антоненко А.И., Цыганкова А.А.* Электромагнитное поле и усилия в проводящем диске моментомера с осевым воздушным зазором. //Техн. електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки» – 2004. - ч. 7. – С. 16-19.
3. *Афонин А.А.* Аксиально-радиальная конфигурация электрических машин. // Техн. електродинаміка. – 2001. - №3. – с. 51-55.
4. *Виштак Т.В., Кондратенко И.П., Ращепкин А.П.* Индукционный нагрев полосы токовыми контурами канонических форм. //Техн. електродинаміка. – 2003. - №1. – С. 63-68.
5. *Вольдек А.И.* Электрические машины. Учебник для студентов высш. техн. учебн. заведений. Изд. 2-е, перераб. и доп. Л., «Энергия», 1974. 840 с. с ил.
6. *Потапов Л.А., Юферов Ф.М.* Измерение вращающих моментов и скоростей вращения микроэлектродвигателей. – М.: "Энергия", 1974. – 128 с.
7. *Цыганкова Г.А.* Дослідження магнітного поля на поверхні диску електродинамічного гальма при ширині паза b_n рівній ширині зубця b_z . Збірник матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції «Наукова свідомість – 2011» (м. Миколаїв), 2011, ст.49-53
8. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. Изд. 2-е, стереотипное. Перевод с 6-го переработанного немецкого издания под ред. Седова Л.И. – М.: «Наука», 1968. – 344 с.