

## OPTIMIZATION OF QUALITY CONTROL INVOLVING INFORMATION TECHNOLOGIES

N. Medvedev, V. Romanenko

*National University of Food Technologies*

---

<b>Key words:</b> <i>Quality control</i> <i>Mathematical model</i> <i>Optimization</i>	<b>ABSTRACT</b>
<b>Article history:</b> Received 18.04.2014 Received in revised form 27.04.2014 Accepted 03.05.2014	The mathematical model of products quality control is examined in the article. The offered approach allows optimizing the strategy of quality control. In the conditions of modern production, product quality is a major component of enterprise efficiency and profitability. Therefore, it should be intimately examined. Everybody must be engaged in quality-control, starting from the director of enterprise to the exact performers of working operation. Quality control system presupposes all processes of providing, planning and maintaining quality. Now, there is tendency to applying scientific methods of product quality evaluation.
<b>Corresponding author:</b> N. Medvedev <b>Email:</b> romvik1@mail.ru	

---

## ОПТИМІЗАЦІЯ КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

М.Г. Медведєв, В.М. Романенко

*Національний університет харчових технологій*

*У статті розроблено економіко-математичну модель, що дозволяє оптимізувати стратегію контролю якості, оскільки якість продукції в умовах сучасного виробництва — найважливіша складова частина конкурентоспроможності підприємства, тому їй необхідно приділяти постійну увагу. Займатися цим питанням повинні всі — від директора підприємства до конкретного виконавця робочої операції. Система управління якістю об'єднує всі процеси із забезпечення, проектування та збереження якості. Зараз все більшою мірою спостерігається перехід до застосування наукових методів, які дозволяють вдосконалити контроль за якістю продукції.*

**Ключові слова:** *контроль якості, математична модель, оптимізація.*

У сучасному світі діяльність будь-якого підприємства, його неохитне становище на ринку товарів і послуг визначається рівнем конкурентоспроможності. У свою чергу, конкурентоспроможність пов'язана з двома показниками — рівнем ціни і рівнем якості продукції [1].

Контроль якості стає все важливішою і водночас дорожчою частиною виробничого процесу. Витрати окремих фірм, які пов'язані із забезпеченням високого рівня якості продукції, враховуючи складність сучасних технологічних процесів, устаткування, а також обсяг виробництва, досягають 12 % усього обсягу виробничих затрат. При цьому ці витрати лягають на плечі не тільки виробників, а й споживачів, затрати яких на ремонт і обслуговування виробів часто перевищують первісно сплачену за них ціну.

Кожному виду продукції відповідає певний рівень витрат на забезпечення його якості: чим вища якість продукції, тим більші витрати. Для продукції низької якості витрати можуть перевищити виторг від продажів. Те саме відбудеться, якщо якість продукції буде занадто високою, тому актуальною є задача визначення оптимальної стратегії контролю якості.

Нехай певна продукція, яка виробляється підприємством-постачальником *A* (сировина для легкої промисловості, первинна продукція сільського господарства тощо), поставляється підприємству *B* для переробки і виготовлення готових виробів (одягу, взуття, продуктів харчування тощо). Кожне з підприємств зацікавлене в збільшенні своїх прибутків. У зв'язку з цим підприємство *B* контролює якість продукції підприємства *A*, а підприємство *A* не завжди зацікавлене в підвищенні її якості. При зменшенні частоти контролю збільшується безкарність постачальників продукції, які в гонитві за кількісними показниками послаблюють увагу до якості продукції. При збільшенні частоти контролю якість продукції підприємства *B* покращується, але вартість контролю збільшується. Необхідно визначити оптимальну частоту контролю за якістю продукції підприємства *A* підприємством *B*, а також оптимальну стратегію підприємства *A* для збільшення їхніх прибутків.

Введемо умовні позначення:

$C_{Aя}$  і  $S_{Aя}$  — ціна й собівартість якісної продукції підприємства *A*;

$C_{Ab}$  і  $S_{Ab}$  — ціна та собівартість бракованої продукції підприємства *A*;

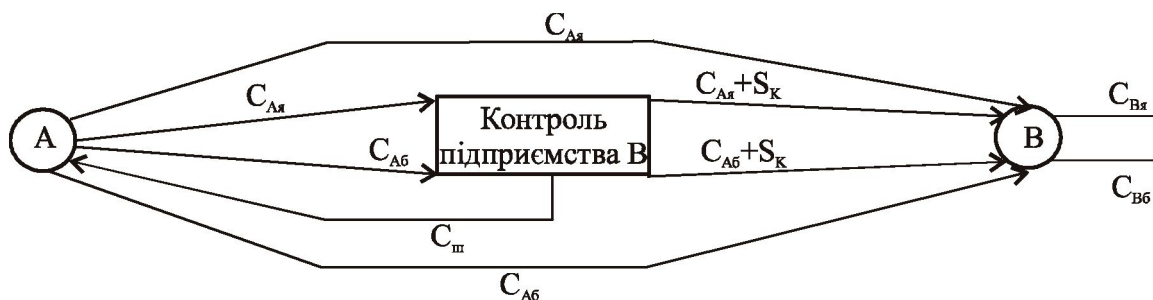
$C_{Bб}$  і  $C_{Bя}$  — ціни бракованих і якісних виробів підприємства *B*;

$S_B$  — собівартість виготовлення виробів підприємством *B*;

$S_K$  — вартість контролю для підприємства *B*;

$C_{ш}$  — витрати, які впливають на собівартість продукції підприємства *A* у разі виявленого браку.

Зобразимо графічно рух продукції від підприємства *A* до підприємства *B* (рис.).



**Рис. Рух продукції від підприємства *A* до підприємства *B***

Позначимо через  $y_я$  імовірність вироблення якісної продукції підприємством *A* (стратегія  $A_1$ ), а через  $y_б$  — бракованої (стратегія  $A_2$ ), при

цьому  $y_a + y_b = 1$ . Через  $x_k$  позначимо ймовірність контролю продукції підприємством  $B$  (стратегія  $B_1$ ), а через  $x_b$  — імовірність відсутності контролю (стратегія  $B_2$ ),  $x_k + x_b = 1$ . Складемо матриці вигащів (прибутків) для підприємств  $A$  і  $B$  (табл. 1, 2).

*Таблиця 1*

$A \setminus B$	$x_k$	$x_b$
$y_a$	$C_{Aa} - S_{Aa}$	$C_{Aa} - S_{Aa}$
$y_b$	$C_{Ab} - S_{Ab} - C_{ш}$	$C_{Aa} - S_{Ab}$

*Таблиця 2*

$A \setminus B$	$x_k$	$x_b$
$y_a$	$C_{Ba} - C_{Aa} - S_K - S_B$	$C_{Ba} - C_{Aa} - S_B$
$y_b$	$C_{Bb} - C_{Ab} - S_K - S_B$	$C_{Bb} - C_{Aa} - S_B$

Тоді їхні середні прибутки (виграші) будуть дорівнювати:

$$S_A = (C_{Aa} - S_{Aa})y_a x_k + (C_{Aa} - S_{Aa})y_a x_b + (C_{Ab} - S_{Ab} - C_{ш})y_b x_k + (C_{Aa} - S_{Ab})y_b x_b;$$

$$S_B = (C_{Ba} - C_{Aa} - S_K - S_B)y_a x_k + (C_{Ba} - C_{Aa} - S_B)y_a x_b + (C_{Bb} - C_{Ab} - S_K - S_B)y_b x_k + (C_{Bb} - C_{Aa} - S_B)y_b x_b.$$

Використовуючи позначення

$$y_a = y, \quad y_b = 1 - y, \quad x_k = x, \quad x_b = 1 - x,$$

отримуємо:

$$S_A = y(C_{Aa} - S_{Aa}) + (1 - y)[x(C_{Ab} - C_{ш} - C_{Aa}) + C_{Aa} - S_{Ab}];$$

$$S_B = y(C_{Ba} - C_{Aa} - S_B - S_K x) + (1 - y)[x(C_{Aa} - C_{Ab} - S_K) + C_{Bb} - C_{Aa} - S_B]. \quad (1)$$

Ситуація рівноваги в цій задачі характеризується такою оптимальною парою (точкою)  $(y^*, x^*)$  — оптимальною частотою (ймовірністю) контролю  $x^*$  підприємства  $A$  підприємством  $B$  і оптимальною частотою (ймовірністю)  $y^*$  вироблення якісної продукції підприємством  $A$ , при якій стороні  $B$  не вигідно змінювати свою стратегію  $x^*$ , а стороні  $A$  — свою стратегію  $y^*$ , оскільки це призведе до зменшення їхніх середніх прибутків (виграшів). Звідси впливають умови рівноваги:

$$\frac{\partial S_A}{\partial y} = C_{Aa} - S_{Aa} - [x(C_{Ab} - C_{ш} - C_{Aa}) + C_{Aa} - S_{Ab}] = 0;$$

$$\frac{\partial S_B}{\partial x} = -y S_K + (1 - x)(C_{Aa} - C_{Ab} - S_K) = 0.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, отримуємо:

$$y^* = y_a^* = \frac{C_{Aa} - C_{Ab} - S_K}{C_{Aa} - C_{Ab}}; \quad y_b^* = 1 - y_a^* = \frac{S_K}{C_{Aa} - C_{Ab}};$$

$$x^* = x_k^* = \frac{S_{Aa} - S_{Ab}}{C_{Aa} - C_{Ab} + C_{ш}}; \quad x_b^* = 1 - x_k^* = 1 - \frac{S_{Aa} - S_{Ab}}{C_{Aa} - C_{Ab} + C_{ш}}. \quad (2)$$

Звідси випливає, що для будь-якої відмінної від нуля вартості контролю  $S_K$  для підприємства  $B$  існує оптимальна для підприємства  $A$  частка браку, яка дорівнює  $y^*$ . Підставляючи оптимальні значення  $y^*$  і  $x^*$ , обчислені за формулами (2), у співвідношення (1), отримуємо очікувані оптимальні прибутки (виграші) підприємств  $A$  і  $B$ :

$$S_A^* = \frac{C_{Aя} - C_{Аб} - S_K}{C_{Aя} - C_{Аб}} (C_{Aя} - S_{Aя}) + \frac{S_K}{C_{Aя} - C_{Аб}} \left[ \frac{S_{Aя} - S_{Аб}}{C_{Aя} - C_{Аб} + C_{ш}} (C_{Аб} - C_{ш} - C_{Aя}) + C_{Aя} - S_{Аб} \right];$$

$$S_B^* = \frac{C_{Aя} - C_{Аб} - S_K}{C_{Aя} - C_{Аб}} \left( C_{Bя} - C_{Aя} - S_B - S_K \frac{S_{Aя} - S_{Аб}}{C_{Aя} - C_{Аб} + C_{ш}} \right) + \frac{S_K}{C_{Aя} - C_{Аб}} \left[ \frac{S_{Aя} - S_{Аб}}{C_{Aя} - C_{Аб} + C_{ш}} (C_{Aя} - C_{Аб} - S_K) + C_{Bб} - C_{Aя} - S_B \right];$$

Після спрощень отримаємо:

$$S_A^* = C_{Aя} - S_{Aя}; \quad S_B^* = C_{Bя} - C_{Aя} - S_B - \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Аб}} S_K. \quad (3)$$

Для розв'язку цієї задачі вище було застосовано теорію некооперативних ігор [2, 3], тобто розглядалась ситуація, коли між підприємствами  $A$  і  $B$  немає жодних домовленостей (співробітництва) стосовно збільшення власних прибутків — кожне підприємство діє на власний розсуд. При цьому загальний прибуток при їх оптимальних стратегіях дорівнює:

$$S_A^* + S_B^* = C_{Bя} - S_{Aя} - S_B - \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Аб}} S_K.$$

Нехай тепер між підприємствами  $A$  і  $B$  існує домовленість щодо об'єднання зусиль з метою збільшення загального прибутку. Зокрема, це може відповідати ситуації, коли підприємство  $B$  поглинає підприємство  $A$ . У цьому випадку підприємства мають одну мету — збільшення загального прибутку — якій відповідає одна матриця виграшів (прибутків), що дорівнює сумі матриць виграшів окремо для підприємств  $A$  і  $B$  (табл. 1 і 2):

Таблиця 3

$A \setminus B$	$x_k$	$x_b$
$y_a$	$C_{Bя} - S_{Aя} - S_K - S_B$	$C_{Bя} - S_{Aя} - S_B$
$y_b$	$C_{Bб} - S_{Аб} - S_K - S_B - C_{ш}$	$C_{Bб} - S_{Аб} - S_B$

Оскільки елементи другого стовпчика цієї матриці (табл. 3) більші за відповідні елементи першого стовпчика, то при довільних стратегіях підприємства  $A$  друга стратегія підприємства  $B$ , що характеризується відсутністю контролю над продукцією підприємства  $A$  ( $x_k = 0$   $x_b = 1$ ) є оптимальною

для збільшення загального прибутку підприємства  $A$  і  $B$ , середня (очікувана) величина якого в цьому випадку дорівнює:

$$\begin{aligned} S_{A+B}^* &= (C_{Bя} - S_{Aя} - S_B) y_я + (C_{Bб} - S_{Aб} - S_B) y_б = \\ &= (C_{Bя} - S_{Aя} - S_B)(1 - y_б) + (C_{Bб} - S_{Aб} - S_B) y_б. \end{aligned} \quad (4)$$

У зв'язку з тим, що прибуток від реалізації якісних виробів більший, ніж від бракованих,

$$C_{Bя} - S_{Aя} - S_B > C_{Bб} - S_{Aб} - S_B,$$

і на відміну від першого випадку, коли підприємство  $A$  працює тільки на власний прибуток і йому вигідно виробляти частку браку  $y_б^*$ , з метою збільшення загального прибутку  $S_{A+B}^*$  воно прагне (зацікавлене) зменшити цю частку. Коли  $y_б = 0$ , загальний прибуток дорівнює:

$$S_{A+B}^* = C_{Bя} - S_{Aя} - S_B,$$

Підрахуємо, на скільки більший загальний прибуток підприємств  $A$  і  $B$ , коли вони працюють разом, від загального прибутку, коли вони працюють окремо, кожне на свій результат:

$$\begin{aligned} \Delta_{AB} &= S_{A+B}^* - (S_A^* + S_B^*) = (C_{Bя} - S_{Aя} - S_B)(1 - y_б) + \\ &+ (C_{Bб} - S_{Aб} - S_B) y_б - C_{Bя} + S_{Aя} + S_B + \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Aб}} S_K. \end{aligned}$$

Після спрощень отримаємо:

$$\Delta_{AB} = -(C_{Bя} - C_{Bб} - S_{Aя} + S_{Aб}) y_б + \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Aб}} S_K. \quad (5)$$

Оскільки значення виразу, що стоїть в дужках, завжди додатне, різниця  $\Delta_{AB}$  є лінійною спадаючою функцією відносно  $y_б$  (частки бракованої продукції підприємства  $A$ ), тому максимальне значення різниці має вигляд:

$$\Delta_{AB}^{(\max)} = \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Aб}} S_K,$$

коли  $y_б = 0$ .

Нехай підприємство  $A$ , працюючи разом з підприємством  $B$ , виробляє ту саму частку браку  $y_б^*$ , коли воно працює самостійно. Підставляючи  $y_б^*$ , яке визначається співвідношеннями (2), у вираз (5), отримаємо:

$$\Delta_{AB}^* = -(C_{Bя} - C_{Bб} - S_{Aя} + S_{Aб}) \frac{S_K}{C_{Aя} - C_{Aб}} + \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{C_{Aя} - C_{Aб}} S_K.$$

Після спрощень

$$\Delta_{AB}^* = \frac{S_{Aя} - S_{Aб}}{C_{Aя} - C_{Aб}} S_K,$$

яке, очевидно, менше, ніж  $\Delta_{AB}^{(\max)}$ .

Врешті, можна розрахувати частку браку підприємства  $A$ , при якій  $\Delta_{AB} = 0$ . Із співвідношення (5) отримуємо:

$$y_6^0 = \frac{C_{Bя} - C_{Bб}}{(C_{Aя} - C_{Aб})(C_{Bя} - C_{Bб} - S_{Aя} - S_{Aб})} S_K, \quad (6)$$

Тобто якщо підприємство  $A$  працює разом з підприємством  $B$  з цією часткою браку, то загальний прибуток підприємств  $A$  і  $B$  не збільшується порівняно із загальним прибутком, коли вони працюють окремо, а частка браку підприємства  $A$  дорівнює  $y_6^*$ . Очевидно, що  $y_6^0 > y_6^*$ .

### **Висновки**

Запропонована економіко-математична модель дозволяє оптимізувати роботу підприємств з урахуванням якості продукції, яку вони випускають.

### **Література**

1. Васильєв В.О. Управління якістю та сертифікація. Інтернет.
2. Інженірінг / В.О. Васильєв, В.О. Новіков — К., 2002. — 416 с.
3. Шиян А.А. Управління розвитком соціально економічних систем. Теорія ігор: Основи та застосування в економіці та менеджменті: навч. посіб./ А.А. Шиян — Вінниця: ВНТУ, 2010. — 162 с.
4. Губко М.В. Теория игр в управлении организационными системами / М.В. Губко, Д.А. Новиков. — М.: ИПУ, 2005. — 138с.

## **ОПТИМИЗАЦИЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ**

**Н.Г. Медведев, В.Н. Романенко**

*Национальный университет пищевых технологий*

*В статье рассматривается экономико-математическая модель, которая позволяет оптимизировать стратегию контроля за качеством, поскольку качество продукции в условиях современного производства — важнейшая составная часть конкурентоспособности предприятия, поэтому ей необходимо уделять постоянное внимание. Заниматься этим вопросом должны все — от директора предприятия до конкретного исполнителя рабочей операции. Система управления качеством объединяет все процессы относительно обеспечения, проектирование и сохранение качества. Сейчас все в большей мере наблюдается переход к применению научных методов, позволяющих усовершенствовать контроль за качеством продукции.*

**Ключевые слова:** *контроль качества, математическая модель, оптимизация.*