Мартиненко М.А., Лебедєва І.В., Ящук В.М.
Національний університет харчових технологій
Київський Національний університет ім. Т.Шевченка
Lebedevai@ukr.net

РІВНОВАГА ПРУЖНИХ СЕРЕДОВИЩ, ПОСЛАБЛЕНИХ ВНУТРІШНІМИ НЕПЛОСКИМИ ТРІЩИНАМИ

Дослідження механічних властивостей пружних середовищ поблизу тріщин, індукованих дислокаціями, включеннями тощо є досить актуальним, оскільки руйнування матеріалів, конструкцій, а у ряді випадків і елементів мікроелектроніки відбувається в результаті утворення та розвитку тріщин. Експериментальне вивчення частин зруйнованих деталей показало, що початкові поверхні розриву суцільності матеріалу мали сферичний та параболоїдальний вигляд, тобто не плоску, а об'ємну форму.

Розглядається клас мішаних граничних задач теорії пружності з круговими лініями розділу граничних умов про рівновагу просторових тіл, послаблених математичними розрізами по поверхнях обертання другого порядку (сфера, еліпсоїд, параболоїд, конус, циліндр). Відповідно до принципу суперпозиції Бюкнера [1] граничні умови переносяться на поверхню тріщини, а поза тріщиною має місце принцип неперервності полів напружень і переміщень. У даній роботі реалізовано загальний підхід до розв'язання цього класу задач. Представляючи розв'язок рівняння Ламе розкладом за власними функціями [2] і задовольняючи граничні умови, задачі можна звести до взаємозв'язаних систем парних інтегральних рівнянь або рядів-рівнянь за власними функціями неперервного або дискретного спектру. Їх розв'язок розшукується у вигляді спеціально сконструйованих операторів, що дає змогу привести всі задачі до системи інтегро-диференціальних рівнянь наступного типу

$$\frac{d\varphi_i(x)}{dx} + a_i\varphi_i(x) = \int_0^1 [\varphi_i(t)K_{i1}(t,x) + \varphi_2(t)K_{i2}(t,x)]dt = f_i(x), \qquad b_i\varphi_i(c) + \int_0^1 \varphi_i(t)\psi_i(t)dt = d_i,$$

де $f_i(x)$, $\psi_i(x)$ (i = 1, 2) – задані функції на відрізку [0; 1]; c, a_i, b_i, d_i – відомі числа, $\varphi_i(x)$ -- невідомі функції (i = 1, 2). Ядра системи мають розрив по діагоналі $x = t$ і подаються наступним чином: $K_{ij}(t,x) = K_{ij}^+(t,x)H(x-t) + K_{ij}^-(t,x)H(t-x)$, де $H(x-t)$ -- функція Хевісайда. Розв'язок цих рівнянь шукається у вигляді інтерполяційних поліномів Лагранжа, а у випадку сферичного розрізу отримується точний аналітичний розв'язок.

1. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1962.
2. Улитко А.Ф. Векторные разложения в пространственной теории упругости. –К.: Академпериодика, 2002.