

#### 44. КОНТРПРИКЛАД ДЛЯ МОНОТОННОГО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ, ЩО МАЮТЬ ДРОБОВУ ПОХІДНУ

Т.О. Петрова

Київський національний університет ім. Тараса Шевченка

О.В. Островська

Національний університет харчових технологій

Нехай,  $W^r [0,1]$  клас функцій  $f$ , таких, що  $D_{0+}^{r-1}f$  абсолютно неперервна і  $|D_{0+}^r f| \leq 1$  майже скрізь,  $D_{0+}^r f$  - лівостороння дробова похідна ([1]). Будемо позначати через  $\Pi_n$  множину всіх алгебраїчних поліномів степеня  $\leq n$  і через  $\Delta^1$  множину неспадних на  $[0,1]$  функцій.

Гопенгауз довів [2], що для апроксимації без обмежень для всіх  $r \in \mathbb{N}$ , для кожної функції  $f \in W^r [0,1]$  і для кожного  $n \in \mathbb{N}$ , знайдеться  $p_n \in \Pi_n$  такий, що оцінка

$$|f(x) - p_n(x)| \leq c \cdot \frac{1}{n^2} \left( \sqrt{x(1-x)} \right)^r, \quad x \in [0,1] \quad (1)$$

є вірною.

Для монотонного наближення при  $r > 2$  доведено, що оцінка (1) є невірною [1]. В роботі [4] побудовано контрприклад, який показує, що результат не може бути поширено і на клас  $W^r [0,1]$  з  $r \in (2;3)$ .

Наступна теорема узагальнює результат роботи [4] на класи  $W^r [0,1]$  з  $r \in (m, m+1)$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ,  $m \geq 3$ .

**Теорема.** Нехай  $r \in (m, m+1)$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ,  $m \geq 3$ . Тоді  $\forall n \in \mathbb{N} \exists f = f_{r,n} \in W^r [0,1] \cap \Delta^1$ , така що  $\forall p_n \in \Pi_n \cap \Delta^1$

$$\text{або } \limsup_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x) - p_n(x)|}{\varphi^r(x)} = +\infty, \quad (2)$$

$$\text{або } \limsup_{x \rightarrow 1} \frac{|f(x) - p_n(x)|}{\varphi^r(x)} = +\infty, \quad (3)$$

де  $\varphi(x) = \sqrt{x(1-x)}$ .

#### Література:

1. Gonska H.H., Leviatan D, Shevchuk I.A., Wenz H.-J. Interpolatory pointwise estimates for polynomial approximation // Constr. Approx. - 2000 -№16. - P. 603-629.

2. *Gopengauz A.I.* Pointwise estimates of Hermitian interpolation // J. Approx. Theory. - 1994. - Vol. 77. - P. 31-41.

3. *Saniko, S.G, Kilbas A.A., Marichev O.I.* Fractional integrals and derivatives: theory and applications // Sci. Publ. -London, 1987.

4. *Петрова Т.О.* Про поточкові інтерполяційні оцінки монотонного наближення функцій, що мають дробову похідну. // Вісник КУ. Серія: фіз.-мат. науки. Вип. 10. - 2003. - С. 125-127.