2013

НАУКОВІ ПРАЦІ

НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Журнал «Наукові праці НУХТ» засновано в 1993 році

50

КИЇВ ✧ НУХТ ✧ 2013

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ СТРУМЕНЕВОЇ ГЕНЕРАЦІЇ ПЛІВКИ РІДИНИ

В.М. Криворотько, Р.А. Ткачук, Н.І. Ковальова
Національний університет харчових технологій

Для експериментального і теоретичного досліджень теплообміну, а також фізичного розуміння процесу в першу чергу необхідно вивчити гідродинаміку процесу.
В плівкових апаратах при дослідженні теплообміну і при інших дослідженнях встановлено, що на інтенсивність теплообміну впливають різні фактори (товщина плівки, швидкість її руху, густота зрошення, тепловий потік, різність температур, хвилеутворення на поверхні плівки і т. інше).
Наводиться аналіз теоретичного дослідження по створенню нового досконалого обладнання інтенсифікуючої дії при струменевій генерації плівки в апаратах харчової промисловості. Показано, що величина, компоненти швидкості і траєкторія потоку, які визначаються характеристичною функцією, залежать від значення швидкості і частинок в точках лінії, які в свою чергу змінюються в залежності від кута нахилу обтікання. Із збільшенням числа точок, які уведені в розрахунок, підвищується точність визначення функції. З допомогою комплексної функції визначаються основні характеристики потоку.

***Ключові слова**: апарат, струменева генерація плівки, поверхня нагрівання, коефіцієнт тепловіддачі.*

В апаратах харчової промисловості з метою інтенсифікації процесів часто використовується плівкова течія рідини в тонкому шарі, яка генерується різними способами. Одним із найбільш ефективних способів генерації плівкової течії є ударно-струменевий, який здійснюється методом обтікання струменем рідини плоскої або циліндричної стінки. При цьому забезпечується значна стійкість плівкової течії, високі швидкості рідини і невелика товщина плівки на поверхні. Апарати, які використовують цей спосіб, розроблені і застосовуються в промисловості [1…4]. Для визначення терміну перебування рідини, оптимізації і автоматизації необхідне описання течії рідини в цих апаратах. В цій роботі запропонований метод розв'язання цієї задачі.

В припущенні, що струмінь рідини падає на плоску стінку нормально під високим постійним тиском, який розтікається по стінці потік (води) приймається стаціонарним, нехтуючи малими силами тертя і практично незмінною густиною. Припустимо, що стінка нахилена під кутом α до направлення сили тяжіння (рис. 1). Тоді при $\alpha = \pi / 2$ (горизонтальне розташування стінки) частинки рідини переміщуються вздовж променів, які виходять з центра перерізу струменя площиною стінки з постійною швидкістю по всім цим направленням. Якщо $\alpha \neq \pi / 2$ $(0 \leq \alpha \leq \pi / 2)$, то на деякій відстані від вказаного центра перерізу струменя виникає крива *L*, на якій проходить зміна швидкостей частинок, яке викликане нахиленим розташуванням площини потоку до направлення сили тяжіння. Внаслідок цього весь потік зосереджується в частині *D* площини стінки, розташованої всередині кривої *L*. В точках лінії *L* швидкість частинок під дією сили тяжіння змінюється: в цих точках встановлюється нове значення швидкості, яке визначає рух всього плівкового потоку. Цю криву легко нанести на стінці при кожному значенні кута α, а також фактично виміряти або задати значення швидкості в любому кінцевому числі *k* її точок z_1, z_2, … z_k (рис. 2). Зокрема, в точці z_1 швидкість дорівнює нулю. В указаних умовах струмінь рідини поблизу дотику перешкоди може розглядатися як тонкий циліндр, який обтікається плоскопаралельним потоком ідеальної рідини, товщина якої визначається по відомим значенням витрат рідини за одиницю часу і площі області *D*. Площа перерізу струменя припускається невеликою порівняно з площею області *D*. В такому випадку ця задача зводиться до задачі при обтіканні потоком рідини циліндричного стержня радіуса *R* при таких граничних умовах: 1. Швидкість потоку в достатньо віддаленій від центра струменя течії області *D* постійна і дорівнює *a* (тобто $\left|(dW / dz)\right|_{Z = \infty} = a$) і, крім того, що є особливістю метода, при будь-якому кінцевому числі *k* точок z_1, z_2, … z_k кривої *L* швидкість повинна приймати заздалегідь задані значення, відповідно a_1, a_2, …a_k. 2. Контур перерізу струменя є однією із ліній току. 3. Циркуляція потоку вздовж контуру, який обходить переріз струменя, задана і дорівнює *I*.

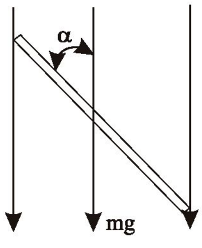

Рис. 1. Схема розташування обтічної стінки

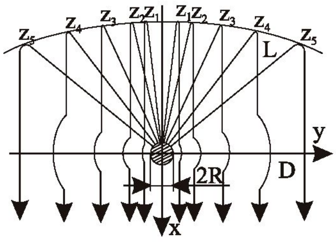

Рис. 2. Схема плівкової течії на нахиленій стінці

Розв'язування задачі може бути отримано методом розчленування її на дві задачі:

Задачі при обтіканні круглого циліндра без циркуляції з заданим значенням швидкості на безкінечності і в *k* точках z_1, z_2, … z_k кінцевої частини площини.

II. Задачі про чисто циркуляційний потік з заданим значенням циркуляції рівним *I*.

Розв'язування задачі 1. Знайдемо характеристичну функцію *W=f(z)*, припускаючи її однозначною в області $|z| > R$ і рахуючи точку $|z| = \infty$ правильною точкою цієї функції. Тоді, як відомо, в околиці $z = \infty$ шукану функцію можна розкласти в ряд Лорана часткового виду

$$W = az + \sum_{n=1}^{\infty} b_n z^{-n}; \tag{1}$$

$\alpha_n = 0$ при $n > 1$; $a_1 = a$; член b_0 відкинутий при $n = 0$ як не впливаючий на визначення швидкості рівної dW/dz.

Граничні умови. 1. Вектор швидкості направлений по осі Ox і при $z = \infty$ дорівнює *a*. В точках $z_1, z_2, \ldots z_k$ вектор швидкості приймає відповідні значення $a_1, a_2, \ldots a_k$.

Таким чином останні умови мають вид

$$\left.\frac{dW}{dz}\right|_{z=\infty} = a; \qquad \left.\frac{dW}{dz}\right|_{z=z_1} = a_1;$$
$$\left.\frac{dW}{dz}\right|_{z=z_2} = a_2 \ldots; \qquad \left.\frac{dW}{dz}\right|_{z=z_k} = a_k. \tag{2}$$

Коло радіуса *R* — контур перерізу струменя — одна із ліній току. Із (1) знаходимо, що

$$\frac{dW}{dz} = a - \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z^{-(n+1)}. \tag{3}$$

Тому граничні умови (2) можуть бути записані в вигляді

$$a - \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z_1^{-(n+1)} = a_1;$$

$$a - \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z_2^{-(n+1)} = a_2 \ldots; \quad a - \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z_k^{-(n+1)} = a_k,$$

звідки

$$a = \frac{1}{k}\left[\sum_{p=1}^{k} a_p + \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \sum_{p=1}^{k} zp^{-(n+1)}\right]. \tag{4}$$

Підставляючи значення *a*, визначене формулою (4), в рівнянні (1), отримаємо вид шуканої характеристичної функції, яка задовольняє умовам (2).

$$W = \left[\sum_{p=1}^{k} a_p + \sum_{n=1}^{\infty} n b_n \sum_{p=1}^{k} z^{-(n+1)}\right]\frac{z}{k} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n z^{-n}. \tag{5}$$

Прийнявши $b_n = \rho_n \exp i\alpha_n$; $z_p = R_p \exp i\psi_p$; $r = r\exp i\Theta$ і запровадивши позначення $\sum_{p=1}^{k} a_p = s$, отримаємо

$$u + vi = \frac{1}{k}[sr\exp i\Theta + \sum_{n=1}^{\infty} n\rho_n R_1^{-(n+1)} r \exp[i(\alpha_n - (n+1)\psi_1 + \Theta)] +$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} n\rho_n r R_2^{-(n+1)} \exp[i(\alpha_n - (n+1)\psi_2 + \Theta)] + \ldots + \sum_{n=1}^{\infty} n\rho_n r R_k^{-(n+1)} \exp i(\alpha_n - (n+1)\psi_k + \Theta)] + \tag{6}$$
$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n r^{-n} \exp[i(\alpha_n - n\Theta)],$$

звідки

$$u=\frac{1}{k}[sr\cos\Theta+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_1^{-(n+1)}r\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_1+\Theta)+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_2^{-(n+1)}r\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_2+\Theta)+\ldots+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_k^{-(n+1)}r\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_k+\Theta)+ \quad (7)$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}\rho_n r^{-n}\sin(\alpha_n-n\Theta)];$$

$$v=\frac{1}{k}[sr\sin\Theta+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R^{-(n+1)}r\sin(\alpha_n-(n+1)\psi_1+\Theta)+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n rR_2^{-(n+1)}r\sin(\alpha_n-(n+1)\psi_2+\Theta)+\ldots \quad (8)$$
$$\ldots+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_k^{-(n+1)}r\sin(\alpha_n-(n+1)\psi_k+\Theta)]+\sum_{n=1}^{\infty}\rho_n r^{-n}\sin(\alpha_n-n\Theta)$$

На лінії току $v=Const$, а оскільки контуром перерізу струменя є коло радіуса R, то повинна виконуватись умова

$$\partial v/\partial\Theta\big|_{r=R}=0. \quad (9)$$

Згідно виразу (8) ця умова рівнозначна наступному:

$$sR\cos\Theta+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n R_1^{-(n+1)}R\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_1+\Theta)+\ldots$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n RR_2^{-(n+1)}\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_2+\Theta)+\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n RR_k^{-(n+1)}\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_k+\Theta)- \quad (10)$$
$$-k\sum_{n=1}^{\infty}n\rho_n r^{-n}\cos(\alpha_n-n\Theta)=0.$$

Враховуючи, що

$$\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_i+\Theta)=\cos(\alpha_n-(n+1)\psi_i)\cos\Theta-\sin(\alpha_n-(n+1)\psi_i)\sin\Theta;$$
$$\cos(\alpha_n-n\Theta)=\cos\alpha_n\cos n\Theta+\sin\alpha_n\sin n\Theta.$$

і прирівнюючи коефіцієнти при однакових степенях $\cos n\Theta$ і $\sin n\Theta$ в рівнянні (10), отримаємо (при n=1)

$$\begin{aligned}&-sR-\rho_1RR_1^{-2}\cos(\alpha_1-2\psi_1)-\rho_1RR_2^{-2}\cos(\alpha_1-2\psi_2)-\ldots\\&\ldots-\rho_1RR_k^{-2}\cos(\alpha_1-2\psi_k)+k\rho_1R^{-1}\cos\alpha_1=\Theta;\end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}&\rho_1RR_1^{-2}\sin(\alpha_1-2\psi_1)+\rho_1RR_2^{-2}\sin(\alpha_1-2\psi_2)+\ldots\\&\ldots+\rho_1RR_k^{-2}\sin(\alpha_1-2\psi_k)+k\rho_1R^{-1}\sin\alpha_1=0.\end{aligned} \quad (12)$$

Після перетворення із останнього рівняння знаходимо

$$tg\alpha_1\left[R\left(R_1^{-2}\cos2\psi_1+R_2^{-2}\cos2\psi_2+\ldots+R_k^{-2}\cos2\psi_k\right)+kR^{-1}\right]-$$
$$-R\left[R_1^{-2}\sin2\psi_1+R_2^{-2}\sin2\psi_2+\ldots+R_k^{-2}\sin2\psi_k\right]=0,$$

звідки

$$\alpha_1 = arctg\frac{R_1^{-2}\sin 2\psi_1 + R_2^{-2}\sin 2\psi_2 + \ldots + R_k^{-2}\sin 2\psi_k}{R_1^{-2}\cos 2\psi_1 + R_2^{-2}\cos 2\psi_2 + \ldots + R_k^{-2}\cos 2\psi_k + k/R^2}. \quad (13)$$

Підставляючи знайдені значення α_1 в рівнянні (11), отримаємо вираз

$$\rho_1 = \frac{-sR}{R\left[R_1^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_1) + R_2^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_2) + \ldots + R_k^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_k)\right] + kR^{-1}\cos\alpha_1}. \quad (14)$$

При порівнянні коефіцієнтів при $\cos n\Theta$ і $\sin n\Theta$ у рівнянні (10) для n>1 знаходимо $\rho_n \cos\alpha_n = \rho_n \sin\alpha_n = 0$, із якого, як наслідок, $\rho_0 = 0$; $\alpha_n = 0$. Отже

$$b_1 = \rho_1 \exp i\alpha_1; b_2 = b_3 = \ldots = b_n = 0. \quad (15)$$

Тому рівняння (5) приймає вид:

$$W = \left[\sum_{p=1}^{k} a_p + b_1\left(z_1^{-2} + z_2^{-2} + \ldots + z_k^{-2}\right)\right]\frac{z}{k} + \frac{b_1}{z}. \quad (16)$$

Відділяючи дійсну і уявну частки в цьому виразі, отримаємо

$$u = \frac{1}{k}\left\{\sum_{p=1}^{k} a_p \cos\Theta + \rho_1 r[R_1^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_1 + \Theta) + R_2^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_2 + \Theta) + \ldots \right.$$
$$\left. + R_k^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_k + \Theta)]\right\} + \frac{\rho_1}{r}\cos(\alpha_1 - \Theta), \quad (17)$$

$$v = \frac{1}{k}\left\{\sin\Theta\sum_{p=1}^{k} a_p + \rho_1 r[R_1^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_1 + \Theta) + R_2^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_2 + \Theta) + \ldots \right.$$
$$\left. + R_k^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_k + \Theta)]\right\} + \frac{\rho_1}{r}\sin(\alpha_1 - \Theta) \quad (18)$$

Підставляючи в формулу (18) $v = C$, отримаємо рівняння траєкторій

$$\sin\Theta\left\{\sum_{p=1}^{k} a_p + \rho_1 r[R_1^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_1) + \ldots + R_k^{-2}\cos(\alpha_1 - 2\psi_k)] - \frac{k\rho_1}{r}\cos\alpha_1\right\} +$$
$$+ \cos\Theta\left\{\rho_1 r[R_1^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_1) + \ldots + R_k^{-2}\sin(\alpha_1 - 2\psi_k)] - \frac{k\rho_1}{r}\sin\alpha_1\right\} = C. \quad (19)$$

Задача 2. Розв'язуванням задачі про чисто циркуляційний потік є відома функція

$$f(z) = u + vi = \frac{I}{2\pi i}\ln z. \quad (20)$$

Позначаючи $z = r\exp i\Theta$, знаходимо $u = I\Theta/2\pi$; $v = (I/2\pi)\ln r$, із яких встановлюємо, що рух частинок рідини проходить проти годинникової стрілки з постійною швидкістю. Для циркуляції вздовж контуру C, який оточує циліндр, маємо

$$\int_C pdx + gdy = \frac{I}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\Theta = I.$$

Із цього виразу визначається постійна I.

Загальне розв'язання задачі

Складаючи обидва розглянутих рухи, отримаємо обтікання струменя потоком рідини, який має в точках z_1, z_2, … z_k швидкості a_1, a_2, …a_k при $z=\infty$ швидкість a і циркуляцію I. Характеристична функція буде мати вигляд:

$$W = \frac{I}{2\pi i}\ln z + \frac{1}{k}\left[\sum_{p=1}^{k} a_p + b_1\left(z_1^{-2} + z_2^{-2} + \ldots + z_k^{-2}\right)\right]z + \frac{b_1}{z}. \quad (21)$$

Приблизний вид ліній току в залежності від величини I зображений на рис.3, 4.

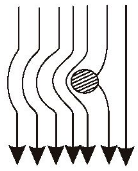

Рис. 3. Вид ліній току при

$$I = 4\pi \frac{1}{k}\left[\sum_{p=1}^{k} a_p - \sum_{n=1}^{\infty} nb_n \sum_{p=1}^{k} z_p^{-(n+1)}\right] R.$$

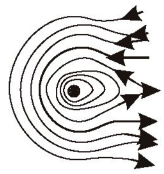

Рис. 4. Вид ліній току при

$$I > 4\pi \frac{1}{k}\left[\sum_{p=1}^{k} a_p - \sum_{n=1}^{\infty} nb_n \sum_{p=1}^{k} z_p^{-(n+1)}\right] R.$$

Із формули (21) витікає, що величина, направлення, компоненти швидкості, траєкторія потоку, які визначаються характеристичною функцією, залежать від значення швидкості частинок в точках лінії L, які, в свою чергу, змінюються в залежності від кута нахилу обтікання стінки. Із збільшенням числа k точок z_p, які уведені в розрахунок, підвищується точність визначення функції W.

Як показали порівняння швидкостей витікання рідини в п'ятні плівки, яка розтікається, розрахованих згідно формули (21), з даними експериментальних вимірів, похибка дорівнює 25…30 %.

Висновки

Одним із найбільш перспективних способів підвищення ефективності роботи плівкових апаратів є використання в них струменевої генерації плівки. Утворена в цьому випадку плівка більш стійка, ніж при гравітаційній течії в довгих трубах, де є можливість її відшарування і зриву. При струменевому зрошенні плівка генерується водночас по всій поверхні нагрівання, а не тільки на вході в трубу, внаслідок чого збільшується рівномірність зрошення, підвищується стійкість плівки, повністю усувається можливість її відшарування і оголення поверхні кип'ятильних труб. Крім того, високі швидкості розтікання рідини дозволяють значно збільшити теплове навантаження поверхні нагрівання.

Література

1. *Ткачук Р.А., Коваленко Б.Д.* Методика теплового розрахунку струменевих витрат апаратів // Наукові праці НУХТ — 2006. — № 18. — с. 63 – 65.

2. *Ткачук Р.А., Іванова Л.І.* Підвищення продуктивності випарних установок молочної промисловості при використанні в них струменевого зрошення // Наукові праці НУХТ — 2007. — № 22. — с. 23 – 25.

3. *Коваленко Б.Д., Ткачук Р.А., Іванова Л.І.* Дослідження тепловіддачі при струменевій генерації рідинної плівки //Наукові праці НУХТ — 2009. — № 28. — с. 68 – 70.

4. *Ткачук Р.А., Коваленко Б.Д.* Гідравлічний розрахунок струменевих плівкових випарних апаратів // Наукові праці НУХТ — 2009. — №29. — с. 49 – 51.

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА СТРУЙНОЙ ГЕНЕРАЦИИ ПЛЁНКИ

В.М. Криворотько, Р.А. Ткачук, Н.И. Ковалёва
Национальный университет пищевых технологий

Для экспериментального и теоретического исследований теплообмена, а также физического понимания процесса в первую очередь необходимо изучить гидродинамику процесса.

В плёночных аппаратах при исследовании теплообмена и при других исследованиях установлено, что на интенсивность теплообмена влияют разные факторы (толщина плёнки, скорость ее движения, плотность орошения, тепловой поток, разность температур, волнообразование на поверхности плёнки и т.д.).

Приводится анализ теоретических исследований по образованию нового совершенного оборудования интенсифицирующего действия при струйной генерации плёнки в аппаратах пищевой промышленности. Показано, что величина, компоненты скорости, траектория потока, которые определяются характеристической функцией, зависят от значения скорости и частиц в точках, которые в свою очередь меняются в зависимости от угла наклона обтекания. С увеличением числа точек, которые введены в расчёт, увеличивается точность определения функции. С помощью комплексной функции определяются основные характеристики потока.

Ключевые слова: *аппарат, струйная генерация плёнки, поверхность нагревания, коэффициент теплоотдачи.*