

ПРО ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ СТУДЕНТАМИ НЕМАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Саніліди Т.М., канд. фіз.-мат. наук.

Рівненський державний гуманітарний університет

Соколовська О. П., канд. фіз.-мат. наук.

Рівненський інститут славістики

Островська О.В., канд. фіз.-мат. наук.

Український державний університет харчових технологій

Вивчення вищої математики студентами технічних спеціальностей (фізики, хімії, загальнотехнічних дисциплін і праці), як правило, викликає певні труднощі. Ці труднощі можна розділити на дві основні групи:

- I. – труднощі при оволодінні технікою математичних обчислень;*
- II. – труднощі при застосуванні математичного апарату до розв'язування задач прикладного характеру.*

Подоланню труднощів першої групи присвячено достатньо багато методичної літератури. Розроблені алгоритми навчання знаходження границь, знаходження похідних і інтегралів. Зокрема, авторами видані методичні рекомендації по розв'язуванню задач з вищої математики для студентів I-II курсів факультетів загальнотехнічних дисциплін і праці в трьох частинах, які охоплюють весь програмний матеріал.

Труднощі II групи майже не висвітлені в літературі, що пояснюється, очевидно, двома аспектами:

- a) спеціалісти, які мають хорошу математичну підготовку, не цікавляться, як правило, суміжними науками, не кажучи про науки гуманітарного профілю;
- b) недостатньою математичною культурою спеціалістів – фізиків, хіміків, не кажучи вже про психологів, економістів, філософів.

В даній роботі ми зупинимось детальніше на методиці застосування програмного математичного апарату. Багаторічний досвід читання курсу вищої математики авторами показує, що найбільш важкими для засвоєння студентами є

розділи “Кратні інтеграли” та “Елементи векторного аналізу”. Вважаємо що, доцільно показати студентам роль аналогій і узагальнень при читанні названих розділів.

Означення. Якщо існує границя інтегральної суми:

$$\sum_{i=1}^n f(M_i) \Delta V_i;$$

(1)

де M_i - точка області D , n - мірного простору, а ΔV_i - елементарний n - вимірний об'єм, і ця границя не залежить від вибору точок M_i , то вона називається n - мірним інтегралом і позначається:

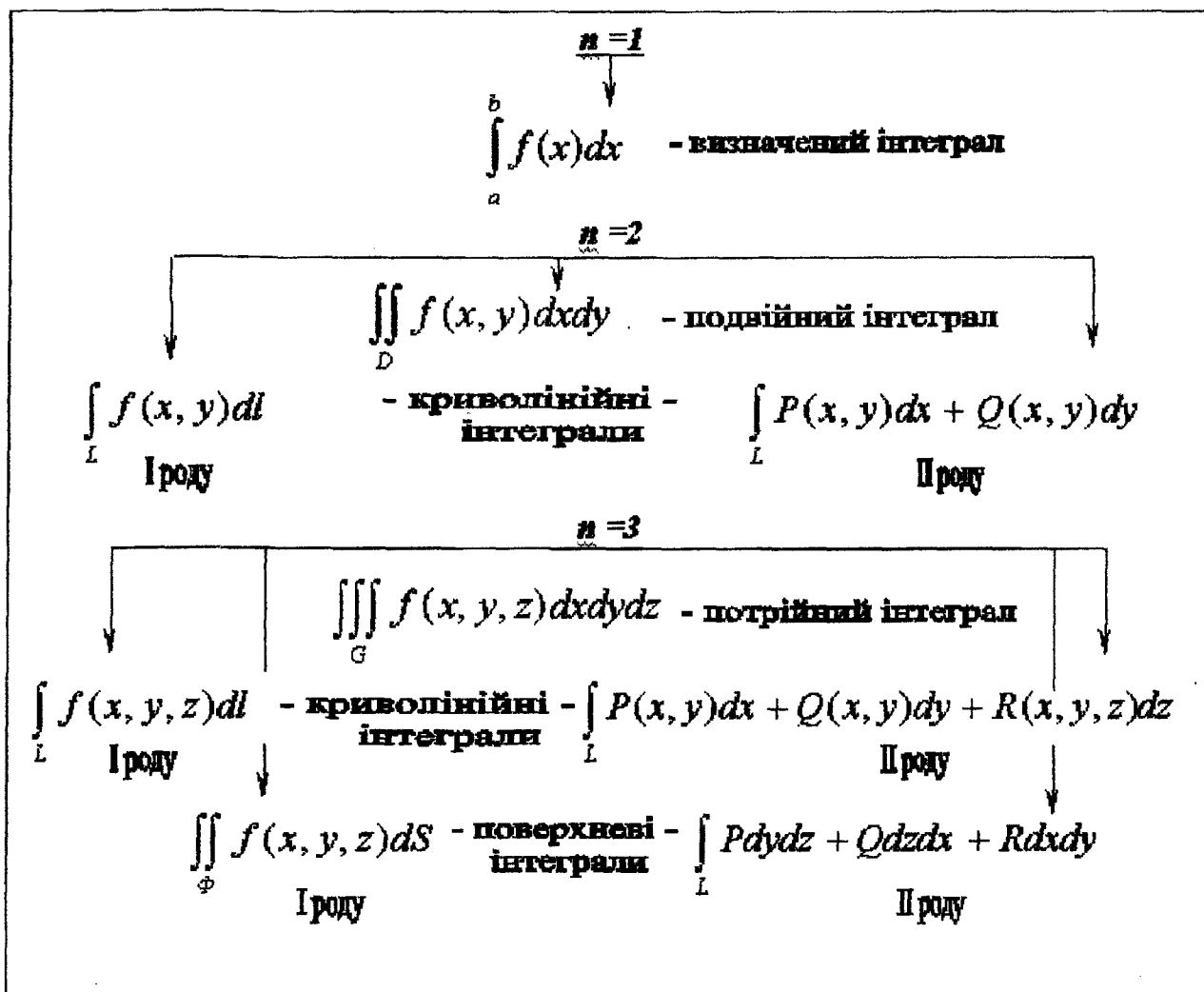
$$\iiint_D \dots \int f(M) dV; \quad (2)$$

При $n=1$ область D - звичайний відрізок $[\underline{a}, \underline{b}]$, точка M задається одною координатою x_i , елементарний об'єм - елементарна довжина відрізка Δx_i ;

інтегральна сума (1) матиме вигляд $\sum_{i=1}^m f(x_i) \Delta x_i$ і при $m \rightarrow \infty$ матиме

звичайний визначений інтеграл $\int_a^b f(x) dx$.

Таблиця 1. “ n - кратні інтеграли”. (n - розмірність простору)



При $n = 2$ область D – деяка плоска область S , точка M задається двома координатами (x_i, y_i) , елементарний об'єм – площа елементарного прямокутника

$$\Delta S_{ij} = \Delta x_i \Delta y_j; \text{ сума (1) має вигляд: } \sum_{i,j} f(x_i, y_j) \Delta x_i \Delta y_j; \text{ і при } n \rightarrow \infty$$

матимемо подвійний інтеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$

При $n = 3$ область D – деякий звичайний об'єм V , точка M задається трьома координатами (x_i, y_i, z_k) , елементарний об'єм – об'єм елементарного паралелепіпеда

$$\Delta V_{ijk} = \Delta x_i \Delta y_j \Delta z_k; \text{ сума (1) матиме вигляд:}$$

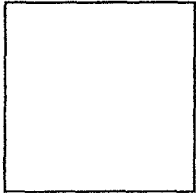
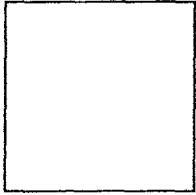
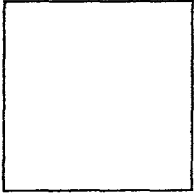
$$\sum_{i,j,k} f(x_i, y_j, z_k) \Delta x_i \Delta y_j \Delta z_k$$

а в границі матимемо потрійний інтеграл:

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz$$

Ми розглянули найпростіші узагальнення за принципом пряма / відрізок / - площа / прямокутник / - простір / прямокутний паралелепіпед/. З врахуванням збільшення можливостей при збільшенні розмірності простору сучасний аналіз розглядає (див. табл. 2) різні види інтегралів.

Таблиця 2. “Фізичний і геометричний зміст n – кратних інтегралів”.

m – маса неоднорідного(ої)		
$\int_a^b f(x) dx$	$\iint_D f(x, y) dx dy$	$\iiint_G f(x, y, z) dx dy dz$
стержня з густиною $f(x)$	площині пластинки з густиною $f(x, y)$	просторового тіла з густиною $f(x, y, z)$
		
$S = \int_a^b f(x) dx$	$V = \iint_D f(x, y) dx dy$	
площа криволінійної трапеції	об'єм циліндра	
При $f(x) = f(x, y) = f(x, y, z) \equiv 1$		
$\int_a^b dx = b - a$	$\iint_D dx dy = S$	$\iiint_G dx dy dz = V$
довжина відрізка [a, b]	площа області D	об'єм тіла G

студентам на абстрактному математичному понятті “інтеграл” різноманітність оточуючого світу і роль математичних абстракцій при єдиному підході до розв’язування задач, породжених цією різноманітністю.