55. ФІЗИЧНИЙ ПІДХІД ДО ПОШУКУ ЧАСТИННОГО РОЗВ'ЯЗКУ НЕОДНОРІДНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ

Ганна Циганкова
Національний університет харчових технологій

Вступ. Розвиток електромеханічних систем потребує вдосконалення методів їх дослідження та розрахунку електромагнітних полів з врахуванням особливостей конструкції електротехнічного устаткування. У зв'язку з цим розв'язання крайових задач розрахунку магнітного поля в нерівномірному повітряному зазорі електротехнічних пристроїв та електромагнітного поля в електропровідному середовищі, що обертається в цьому зазорі є актуальною на теперішній час.

Методи. У роботі використано методи математичної фізики та методи розв'язання диференціальних рівнянь.

Результати. Електромагнітні процеси в електропровідному дископодібному середовищі, яке обертається в неоднорідному магнітному полі повітряного зазору індуктора електродинамічного гальма можна описати системою диференціальних рівнянь Максвелла [1].

Вважаючи, що диск має скінченну товщину, необмежений діаметр, осьова компонента вектора магнітної індукції є незмінною по радіальній координаті r в робочій області, систему рівнянь електромагнітного поля в електропровідному середовищі в циліндричній системі координат r, φ, z можна привести до рівняння відносно гармонічних складових густини струму:

$$-\frac{\partial^2 \dot{\delta}_{повpr}}{\partial r^2} - \frac{3}{r}\frac{\partial \dot{\delta}_{повpr}}{\partial r} + \frac{p^2 - 1}{r^2}\dot{\delta}_{повpr} = \frac{p^2 \omega \sigma \dot{B}_{cpz}}{r},$$

де r – радіус, p – число пар полюсів гармонічної складової, ω – вектор кутової швидкості обертання, σ – електропровідність матеріалу диску, $\dot{\delta}_{повpr}$ – радіальна компонента гармонічної складової густини струму на поверхнях диску, $\dot{B}_{cpz}$ – осьова компонента гармонічної складової магнітної індукції на поверхні нерухомого диску.

Помножимо на r^2 обидві частини рівняння і отримаємо рівняння вигляду $-r^2 y'' - 3ry' + Ay = Br$, де A і B – постійні коефіцієнти ($A = p^2 - 1$, $B = p^2 \omega \sigma B_{cpz}$), а r - невідома. Це рівняння Ейлера – лінійне диференціальне рівняння зі змінними

коефіцієнтами з правою частиною, рішенням якого буде сума загального розв'язку відповідного однорідного та частинного розв'язку неоднорідного рівняння. Розглянемо спочатку однорідне рівняння:

$$r^2 y'' + 3ry' - Ay = 0 .$$

Його характеристичним рівнянням буде $\lambda(\lambda - 1) + 3\lambda - A = 0$, звідки $\lambda = -1 \pm \sqrt{1 + A}$. Пам'ятаючи, що $A = p^2 - 1$, отримаємо $\lambda = -1 \pm p$. Загальним розв'язком однорідного рівняння Ейлера буде функція $y = C_1 r^{-1+p} + C_2 r^{-1-p}$. Таким чином, $\dot{\delta}_{повpr} = \dot{C}_1 r^{-1+p} + \dot{C}_2 r^{-1-p}$.

Неоднорідне рівняння Ейлера можна проінтегрувати за допомогою варіації сталих, або методу невизначених коефіцієнтів, або іншими методами, які базуються на застосуванні рядів, тощо. В даному випадку частинне рішення неоднорідного рівняння можна знайти на основі аналізу фізичних процесів в електропровідному середовищі. Для цього знаходиться закономірність розподілу густини струму по всій товщині диску. Знайдено середнє значення густини струму $\dot{\delta}_{серр}$ по товщині диску. Використовуючи закон повного струму та нехтуючи розсіюванням магнітного поля в повітряному зазорі, знаходиться напруженість та результуюча індукція магнітного поля на поверхні диску в повітряному зазорі та диску, а через вищевказані величини і значення густини струму на бокових поверхнях диску $\dot{\delta}_{повpr}$. Остаточно знайдено загальний розв'язок неоднорідного рівняння Ейлера

$$\dot{\delta}_{повpr} = \dot{C}_1 r^{-1+p} + \dot{C}_2 r^{-1-p} + \frac{\sigma\omega \dot{B}_{cpz} r}{1 + Q(s + jm) r^2} ,$$

де коефіцієнти Q, s, m – постійні величини, які залежать від розмірів, параметрів та магнітних властивостей електропровідного диску.

За межами робочої області зовнішнє магнітне поле відсутнє ($\dot{B}_{cpz} = 0$), а тому густина струму описується рівнянням $\dot{\delta}_{повpr} = \dot{C}_3 r^{-1+p} + \dot{C}_4 r^{-1-p}$. Коефіцієнти $\dot{C}_1$, $\dot{C}_2$, $\dot{C}_3$, $\dot{C}_4$ знаходяться із граничних умов: обидві компоненти вектора густини струму при $r \to 0$ та $r \to \infty$ дорівнюють нулю, а на межах робочої області – нормальні компоненти густини струму і тангенціальні компоненти напруженості електричного поля (а при однаковій електропровідності і тангенціальні компоненти густини струму) однакові по обидві сторони меж.

Висновки. Отримані рішення дозволяють розрахувати втрати та визначити електромагнітний момент електродинамічного гальма, оскільки вся підведена до гальма механічна потужність іде на втрати в гальмі.

Варіація розмірів, параметрів та магнітних властивостей електропровідного диску, які визначають коефіцієнти Q, s, m, дозволяють проаналізувати їх вплив на характеристики гальма на підставі розрахунків без необхідності проведення дорогих експериментів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Демирчян, К.С. Теоретические основы электротехники / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин -Т.1. – Санкт-петербург: Питер, 2004. – 462 с.