УДК 532.529

Кулінченко В.Р., доктор техн. наук,
Зав'ялов В.Л. канд. техн. наук. Національний університет харчових технологій
Kulintchenko V.R. doctor of tecn. science
Zavialov V.L. cand. of tecn. science. National university of food technologies

Ріст парової бульбашки з урахуванням нерівноважного випаровування
Growth of steam bubble is taking into account non-equilibrium evaporation

Отримані аналітичні залежності, які описують динаміку росту парових бульбашок при одночасному врахуванні всіх основних факторів, що визначають процес кипіння: теплообмін, інерцію рідини і нерівноваженість випаровування.
***Ключові слова**: парова фаза, теплообмін, рівноважне випаровування, бульбашка*

Analytical dependences, which describe the dynamics of growth of steam bubbles at the simultaneous account of all of basic factors which determine a boiling process, are got: heat exchange, inertia of liquid and no equiponderate evaporation.
***Keywords**: steam phase, heat exchange, equiponderate evaporation, bubble*

Получены аналитические зависимости, которые описывают динамику роста паровых пузырьков при одновременном учете всех основных факторов, которые определяют процесс кипения: теплообмен, инерцию жидкости и нерівноваженість испарения.
***Ключевые слова**: паровая фаза, теплообмен, равновесное испарение, пузырек*

Інерція рідини, теплообмін з паровою бульбашкою під час її росту і нерівномірність фазового переходу – це основні фактори, які визначають динаміку росту парової фази у перегрітій рідині. Граничні закони росту при розгляді дії кожного із названих механізмів проаналізовано в [1,3] і мають аналітичний вигляд:

$$\begin{aligned} &\frac{dR}{d\tau} = \sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{\Delta p}{\rho'}}, \quad R >> R_{КР}; \\ &\frac{dR}{d\tau} = \sqrt{\frac{3}{\pi}}\cdot \mathrm{Ja}\cdot\sqrt{a'\tau}, \quad \mathrm{Ja} >> 1; \\ &\frac{dR}{d\tau} = \frac{k}{1-0{,}399k}\cdot\frac{\Delta p}{\rho''\sqrt{2\pi BT}}, \end{aligned} \tag{1}$$

де $R_{кр}$ і R – критичний і біжучий радіус парової бульбашки, τ – час, p – тиск, $\mathrm{Ja} = \frac{c_p \Delta T}{r}\cdot\frac{\rho'}{\rho''}$ – число Якоба, c_p – ізобарна теплоємкість, T – температура, r – теплота пароутворення, ρ – густина, a – температуропровідність, k – коефіцієнт випаровування, B – газова стала; індекси "штрих" і "2 штриха" стосуються рідкої і парової фази.

Роль не рівноважних кінетичних ефектів випаровування можна визначити у випадку, коли $k << 1$, тоді як при $k \approx 1$ вплив цього фактора на швидкість росту парової бульбашки безкінечно малий. Літературні першоджерела, що містять дані про k, мають значні протиріччя для різних рідких середовищ. Це зв'язано з недостатньою вивченістю впливу різних факторів на процес випаровування.

Незручність формул типу (1) зводиться до того, що при їх використанні під час розрахунків, необхідно попередньо знати механізм, який визначає процес росту бульбашки. В області сумісної дії декількох факторів формули застосовувати кожну окремо не можна. Сучасний розвиток комп'ютерної техніки дозволяє розв'язувати повну систему рівнянь з урахуванням всіх можливих ефектів, але це не виключає необхідності отримання простих аналітичних залежностей. Такий підхід сприяє виясненню фізичної картини явища, а також дозволяє простішим шляхом виконати оцінку швидкості росту парової фази.

Розглянемо спосіб наближеного урахування процесів теплообміну і не рівноважного випаровування, що ґрунтується на схемі росту парової бульбашки приведеній на рис.1, де T_0 – температура рідини на безмежності, T_σ – температура на границі бульбашки з боку рідини, T_s – температура насиченої пари у бульбашці.

З одного боку, потік маси парової фази q_m можна записати, виходячи із [2], у вигляді:

$$q_m = \frac{k}{1-0{,}399k} \cdot \frac{\Delta p}{\sqrt{2\pi BT}}. \quad (2)$$

Варто відмітити, що формула (2) тільки при $k << 1$ співпадає з часто використовуваною формулою Гретца-Кнудсена і отримана в [2] на підставі розв'язку рівняння Больцмана для пограничного кнудсенівського шару пари біля поверхні фазового переходу. Для цього випадку тепловий потік, що відповідає q_m становить:

$$q_L = q_m r. \quad (3)$$

Використовуючи рівняння Клапейрона-Клазіуса, рівняння (3) можна привести до наступного вигляду:

$$q_L = \varphi\left(T_\sigma - T_s\right), \quad (4)$$

де

$$\varphi = \frac{k}{1-0{,}399k} \cdot \frac{r^2 \rho''}{T_s\sqrt{2\pi BT_s}}.$$

З іншого боку

$$q_L = \alpha_1\left(T_0 - T_\sigma\right), \quad (5)$$

де $q_L = \alpha_1\left(T_0 - T_\sigma\right), \alpha_1$ – коефіцієнт тепловіддачі з боку рідини, який визначається розв'язком зовнішньої задачі теплообміну. Прирівняємо між собою (4) і (5) і виключимо T_σ як невідому величину, отримаємо:

$$q_L = \alpha_2\left(T_0 - T_S\right), \alpha_2 = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\varphi}\right)^{-1}.$$

Якщо прийняти границю парової бульбашки плоскою, то коефіцієнт α_1 можна записати у вигляді:

$$\alpha_1 = \frac{\lambda'}{\sqrt{\pi a' \tau}},$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності.

Радіус парової бульбашки можна визначити із рівняння теплового балансу

$$r\rho''\frac{dR}{d\tau} = \alpha_2\left(T_0 - T_S\right),$$

звідки

$$R = \int_0^\tau \frac{\alpha_2 \Delta T}{r\rho''} d\tau \Rightarrow \alpha_2 = \alpha_2(\tau). \quad (6)$$

Підставивши в (6) вираз для значення α_2 і про інтегрувавши його, отримаємо:

$$R = \frac{2\lambda' \Delta T}{r\rho''\sqrt{\pi a'}}\left[\sqrt{\tau} - \frac{\lambda'}{\varphi\sqrt{\pi a'}} \cdot \ln\left(\frac{\varphi\sqrt{\pi a' \tau}}{\lambda'} + 1\right)\right]. \quad (7)$$

Отримане рішення (7) наближено описує ріст парової фази. Це викликано тим, що температура на границі розділу фаз є змінною величиною [$\Delta T = f(\tau)$] і у межах розглядуваної постановки задачі не може бути визначена. Точне урахування впливу процесу не рівноважного випаровування на динаміку росту парової бульбашки приводить до розв'язку зовнішньої задачі про теплообмін між паровою бульбашкою і рідиною з граничними умовами третього роду:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a' \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}; T \to T_0 \ \text{ ï ðè } \ y \to \infty, \tag{8}$$

$$-\lambda' \frac{\partial T}{\partial y} = \varphi\left(T - T_S\right) \ \text{ ï ðè } \ \text{ó} = 0, \ T = T_0; \ \text{ ï ðè } \ \tau = 0, \ y \geq 0, \tag{9}$$

де y – вертикальна координатна вісь. У граничній умові $T_\sigma \equiv T$ – невідома величина, що визначає специфіку поставленої задачі.

Розглянемо розв'язок задачі у наближеному ступінчатому навантажені. Введемо нову змінну величину:

$$u = \frac{T - T_0}{T_S - T_0}.$$

У цьому випадку (8) і граничні умови (9) набувають вигляду:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = a' \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \ \ u = 0 \ \text{ ï ðè } \ y \to \infty;$$

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial y} = \varphi\left(u - 1\right) \ \text{ ï ðè } \ \text{ó} = 0, u = 0; \ \text{ ï ðè } \ \tau = 0, \ \text{ó} \geq 0.$$

Розв'язуючи задачу за допомогою перетворень Лапласа, отримаємо:

$$u = \operatorname{erfc} \frac{y}{2\sqrt{a'\tau}} - \exp\left(\frac{\varphi y}{\lambda'} + \frac{\varphi^2 a' \tau}{\left(\lambda'\right)^2} \right) \operatorname{erfc}\left(\frac{y}{2\sqrt{a'\tau}} + \frac{\varphi \sqrt{a'\tau}}{\lambda'} \right).$$

Звідки знаходимо:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{\varphi}{\lambda'} \operatorname{erfc} \frac{\varphi}{\lambda'} \sqrt{a'\tau} \exp\left[\frac{\varphi^2 a' \tau}{\left(\lambda'\right)^2} \right],$$

$$q_L = -\lambda' \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \varphi\left(T_S - T_0\right) \operatorname{erfc} \frac{\varphi}{\lambda'} \sqrt{a'\tau} \exp\left[\frac{\varphi^2 a' \tau}{\left(\lambda'\right)^2} \right]. \tag{10}$$

Підстановка (10) у формулу для радіуса парової бульбашки

$$R = \int_0^\tau \frac{q_L}{r\rho''} d\tau$$

з наступним інтегруванням, дає:

$$R = \frac{2\lambda' \Delta T}{r\rho'' \sqrt{\pi a'}} \left\{ \sqrt{\tau} - \frac{\lambda' \sqrt{\pi}}{2\varphi \sqrt{a'}} \left[1 - \exp\left(\frac{\varphi^2 a' \tau}{(\lambda')^2} \right) \left(1 - \operatorname{erf} \frac{\varphi}{\lambda'} \sqrt{a'\tau} \right) \right] \right\}. \tag{11}$$

Отримані рівняння (7) і (11), описують динаміку парової бульбашки у випадку ступінчастого навантаження, складаються з двох частин: перша описує випадок, коли ріст бульбашки визначається тільки кількістю підведеної теплоти, друга залежить від процесу нерівноважності випаровування. Виконані розрахунки за формулами (7) і (11) дають близькі результати при малих значеннях k і мають розбіжність при k = 1. Цей результат можна було очікувати, тому що формули (7) і (11) не враховують впливу інерції рідини на динаміку росту парової бульбашки, яка у випадку k = 1 відіграє суттєву роль.

Урахування інерційних властивостей рідини виконаємо з використанням схеми, запропонованої у [4]. Запишемо систему рівнянь, які визначають сумісний вплив процесів теплообміну, інерції і нерівноваженості випаровування у вигляді:

$$\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^2 = \frac{2}{3}\frac{r\rho''}{T_S\rho'}\left[T''(\tau) - T_S\right], \tag{12}$$

$$\frac{dR}{d\tau} = \sqrt{3}\frac{\lambda'\left[T_0 - T''(\tau)\right]}{r\rho''\sqrt{\pi a'\tau}}\left[1 - \left(\frac{\varphi\sqrt{\pi a'\tau}}{\sqrt{3}\lambda'} + 1\right)^{-1}\right]. \tag{13}$$

В останньому рівнянні на відмінність від [4] враховано додатково процес не рівноважного випаровування. Рівняння (13) отримано шляхом диференціювання рівняння (7), а множник $\sqrt{3}$ введено для урахування сферичної границі парової бульбашки. Використовуючи тотожність $T_0 - T'' \equiv T_0 - T_S - (T'' - T_S)$, розв'яжемо (13) відносно $T'' - T_S$ і результат підставимо в (12). Отримане квадратне рівняння відносно $dR/d\tau$ має розв'язок:

$$\frac{dR}{d\tau} = \frac{A^2}{B}\left(\sqrt{\tau} + b\right) + \sqrt{\left[\frac{A^2}{B}(\tau + b)\right] + A^2}, \tag{14}$$

де $A = \sqrt{\dfrac{2}{3}\dfrac{r\rho''\Delta T}{\rho' T_S}}$, $\Delta T = T_0 - T_S$, $B = \dfrac{2\sqrt{3}\lambda'\Delta T}{r\rho''\sqrt{\pi a'}}$, $b = \dfrac{\sqrt{3}\lambda'}{\varphi\sqrt{\pi a'}}$.

Введемо безрозмірні змінні величини

$$\tau^* = \frac{A^2}{B^2}\left(\sqrt{\tau} + b\right), \quad R^* = \frac{A}{B^2}R.$$

За цих умов рівняння (14) набуває вигляду:

$$\frac{dR^*}{d\tau^*} = \left(\tau^* + 1\right)\left(1 - \frac{h}{\sqrt{\tau^*}}\right), \quad h = \frac{A}{B}b. \tag{15}$$

Виконаємо інтегрування цього рівняння з урахуванням $\tau^*\big|_{\tau=0} = b^2$, отримаємо:

$$R^* = \frac{2}{3}\left[\left(\tau^* + 1\right)^{3/2} - \tau^{*3/2}\right] + b\left[\tau^* - \sqrt{\tau^*\left(\tau^* + 1\right)} + \frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{\tau^* + 1} - \sqrt{\tau^*}}{\sqrt{\tau^* + 1} + \sqrt{\tau^*}}\right] - C, \tag{16}$$

$$C = \frac{2}{3}\left(b^2 + 1\right)^{3/2} + \frac{1}{3}b^3 - b^2\sqrt{b^2 + 1} + \frac{b}{2}\ln\frac{\sqrt{b^2 + 1} - b}{\sqrt{b^2 + 1} + b},$$

де C – значення інтегралу при нижній межі.

Отриманий вираз (16) дає відшукуванний розв'язок задачі. У рівноважному випадку, коли $\varphi \to \infty$, $b \to 0$, рівняння (15) набуває відомий вигляд [4]:

$$R^* = \frac{2}{3}\left[\left(\tau^* + 1\right)^{3/2} - \tau^{3/2} - 1\right].$$

Таким чином можна вважати, що отримані формули дають можливість аналітичним шляхом виконувати правильні оцінки швидкості росту парової фази при одночасній дії всіх основних факторів, які визначають процес кипіння.

ВИСНОВОК

Розглянуті рівняння, які описують ріст парової фази під час кипіння рідин, і отримані на їх основі розв'язки, що аналітично доказують достовірність і правомірність сучасних уявлень про процес генерації парової фази у перегрітій рідині з урахуванням інерції рідини, теплообміну і нерівноваженості фазового переходу.

ЛІТЕРАТУРА

1.Кулінченко В.Р., Мотуз І.К. Вплив поверхневих сил і тиску на гідростатичну рівновагу парової бульбашки. Харчова промисловість. – 2003, №2.– С. 97-100.

2.Муратова Т.М., Лабунцов Д.А. Кинетический анализ процессов испарения и конденсации. ТВТ.– 1969, т.**7**, №5.– С. 959-964.

3.Толубинский В.И. Теплообмен при кипении.– К.: Наукова думка, 1980.– 316 с.

4.Mikic B.B., Rohsenow W.M., Griffith P. On bubble growth rates. Int. J. Heat and Mass Transfer. – 1970, v.**13**, №4. – P. 657-666.