МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Вісник

ДНІПРОПЕТРОВСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ

2006, № 2/2

Серія МЕХАНІКА

УДК 620.178: 620.179

В.В. Матвеев, А.П. Бовсуновский
Институт проблем прочности им. Г.С.Писаренко НАН Украины

КОЛЕБАНИЯ УПРУГИХ ТЕЛ С ЛОКАЛЬНЫМ ПОВРЕЖДЕНИЕМ ТИПА ТРЕЩИНЫ УСТАЛОСТИ

Представлено узагальнення результатів експериментальних, чисельних і аналітичних досліджень, присвячених вивченню закономірностей впливу локального пошкодження типу тріщини на параметри нелінійних ефектів коливальних процесів, зумовлених відкриттям-закриттям тріщини, а також дослідженню впливу тріщини на характеристики демпфірування коливань пружного тіла.

Вступление. Интерес к изучению колебаний упругих тел при наличии повреждений типа трещин усталости обусловлен, с одной стороны, необходимостью оценки возможного изменения вибрационного состояния элементов конструкций в процессе их длительной эксплуатации, а с другой – необходимостью разработки чувствительных вибрационных методов выявления таких повреждений.

Вибродиагностика может использоваться в случаях, когда повреждение обусловливает изменение жесткости тела, что, в свою очередь, приводит к изменению собственных частот и форм колебаний упругих тел. Поэтому развитие методов вибродиагностики повреждений начиналось с попыток использовать изменение собственных частот и форм колебаний для выявления повреждений [1]. Однако оказалось, что их чувствительность к наличию повреждения является низкой, поэтому в настоящее время продолжается процесс разработки более чувствительных вибрационных методов. К таким, при определенных условиях, можно отнести так называемые нелинейные эффекты (субгармонические и супергармонические резонансы и нелинейные искажения вибрационного отклика системы при основном и нелинейных резонансах) [2–14] и характеристики демпфирования колебаний [15; 16].

При циклическом деформировании упругого тела с периодически закрывающейся трещиной (такая трещина представляет собой идеализированное представление трещины усталости) изменение его жесткости можно представить в виде несимметричной кусочно-линейной характеристики восстанавливающей силы (Рис. 1). Колебательная система с такой характеристикой существенно нелинейна. Характерной особенностью ее колебаний является проявление нелинейных эффектов.

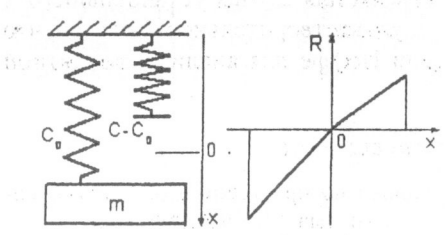

Рис. 1

Периодическое изменение жесткости механической системы создает ряд фундаментальных трудностей аналитического решения задачи о ее вынужденных колебаниях. Приближенные аналитические решения были получены в [2; 4; 6] при некоторых упрощающих предположениях о свойствах колебательной системы.

Вынужденные колебания систем с кусочно-линейной характеристикой восстанавливающей силы исследовали С. Маезава [2], Б.И. Крюков [3], С.Л. Цыфанский с коллегами [4], Н.П. Плахтиенко [5], Н. Пуньо с коллегами [6] и другие. Однако в этих работах не учитывалось то обстоятельство, что трещина усталости при определенных условиях может существенно изменить уровень демпфирования в системе [15–18]. В то же время, как известно, демпфирование оказывает существенное влияние на нелинейные эффекты, подавляя их проявление. Следовательно, при исследовании взаимосвязи между параметрами повреждения и параметрами нелинейных эффектов необходимо учитывать изменение уровня демпфирования в системе вследствие возникновения и роста трещины.

© В.В. Матвеев, А.П. Бовсуновский, 2006

Влияние параметров трещины на характеристики демпфирования колебаний упругих тел. Закономерности рассеяния энергии в краевой трещине усталости установлены по результатам испытания призматических образцов из различных материалов при изгибных колебаниях по первой форме с различной асимметрией цикла [17]. Экспериментальные исследования проводились на специализированной установке для определения конструкционного демпфирования КД-1М [19].

В их результате установлено, что основная причина рассеяния энергии в нераспространяющейся краевой трещине нормального отрыва – пластические и упругопластические деформации в окрестности ее вершины, а также, что эта энергия является функцией номинального размаха коэффициента интенсивности напряжений (ΔK_I) и удовлетворительно описывается зависимостью [17]

$$\Delta U_c = 3{,}45 \cdot 10^{-7} \Delta K_I + 1{,}55 \cdot 10^{-6} \Delta K_I^2 - 5{,}19 \cdot 10^{-8} \Delta K_I^3 . \qquad (1)$$

Эта зависимость показана на рис. 2 сплошной линией, а результаты экспериментальных испытаний образца из сплава ВТ-18У при различной относительной глубине трещины a/h (a – глубина трещины, h – высота поперечного сечения) и асимметрии цикла (r) – точками.

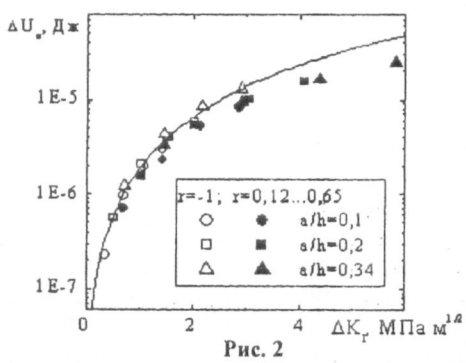

Рис. 2

Были выявлены также два ключевых фактора, определяющих влияние трещины на характеристику демпфирования [20]. Первый фактор – исходный уровень демпфирования. Чем он ниже, тем значительнее характеристика демпфирования колебаний реагирует на возникновение трещины. Второй фактор – уровень напряженности сечения с трещиной. Чем этот уровень выше, тем более заметные изменения характеристики демпфирования вызывает трещина. Вследствие этого, если трещина находится в узле напряжений соответствующей формы колебаний декремент этой формы колебаний не изменяется и выявить трещину по изменению характеристики демпфирования не представляется возможным.

Моделирование колебаний упругих тел с трещиной. Закономерности рассеяния энергии в трещине использованы в дискретной модели упругого тела с повреждением типа закрывающейся трещины (Рис. 1). Влияние трещины на жесткость упругого тела моделировалось несимметричной кусочно-линейной характеристикой восстанавливающей силы. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы описываются дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\alpha_m \frac{dx}{dt} + \frac{\omega^2}{C} R(x) = q_0 \sin pt , \qquad (2)$$

где α_m – коэффициент демпфирования; ω – собственная угловая частота колебаний тела без повреждения; q_0 – амплитуда вынуждающей силы, приходящаяся на единицу обобщенной массы; C – обобщенная жесткость системы, моделирующей тело без трещины или на полуцикле колебаний, когда трещина закрыта; $R(x)$ – восстанавливающая сила, уравнения которой имеют вид:

$$R(x) = \begin{cases} C_o x, & x \geq 0; \\ Cx, & x < 0, \end{cases} \qquad (3)$$

где C_o – жесткость системы на полуцикле колебаний, когда трещина открыта.

Точное аналитическое решение уравнения (2) возможно получить лишь для не-

которых частных случаев, например, для случая свободных колебаний рассматриваемой системы без учета демпфирования или с учетом линейного вязкого трения. Так для случая вынужденных колебаний системы с учетом демпфирования были получены приближенные аналитические решения [7; 12] в предположении о малом уровне ее нелинейности. В настоящей работе решение уравнения (2) было выполнено численно методом Ньюмарка, который не накладывает ограничений на уровень нелинейности колебательной системы и позволяет получать решения высокой точности [21].

Основной проблемой адекватного моделирования тела с трещиной является обоснованный выбор соотношения жесткостей колебательной системы C_o/C. В работе он осуществлен на основании экспериментальных данных об изменении резонансной частоты продольных колебаний призматического образца из стали с массивным грузом на конце при различной глубине краевой трещины усталости [21]. Например, отношение C_o/C=0,913 соответствует относительной глубине трещины a/h=0,4. Спектральный анализ колебаний исследуемой системы осуществлялся с помощью ряда Фурье

$$x = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \sin(k\omega_m t + \varphi_k), \tag{4}$$

где $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$; $\varphi_k = arctg(a_k / b_k)$.

Результаты численных и экспериментальных исследований. Исследования вынужденных колебаний дискретной модели тела с закрывающейся трещиной в широком диапазоне частот показали, что для нее характерно возникновение суб- и супергармонических резонансов. По мере роста уровня демпфирования в системе их амплитуды падают. При очень высоком уровне демпфирования эти режимы колебаний полностью подавляются и в первую очередь – субгармонический и нечетные суперрезонансы [22].

Зависимость коэффициента динамичности колебательной системы с одной степенью свободы от относительной частоты вынуждающей силы при Co/C=0,913 и δ_α=0,5% приведены на рис. 3. При этом амплитуды нелинейных резонансов (в частности, супергармонических резонансов порядка 2/1, 3/1, 4/1 и 5/1 и субгаромнического резонанса порядка 1/2) не превышают 1% от амплитуды основного резонанса, что делает проблематичным их обнаружение по изменению амплитуды колебаний. Различие между амплитудами основного и нелинейных резонансов снижается по мере увеличения степени повреждения и при увеличении уровня демпфирования колебаний в системе остается значительным. Декремент колебаний δ_α на рисунках характеризует уровень демпфирования в системе.

Возможность возбуждения точных резонансов и, следовательно, возможность практического использования нелинейных эффектов в качестве диагностических признаков повреждения определяется шириной резонансных кривых. Как известно, в случае острого резонанса необходима высокая дискретность изменения частоты вынуждающей силы для точного определения параметров резонансной кривой. Ширина резонансных кривых при основном и субгармоническом резонансах практически сопоставимы. В случае супергармонического резонанса второго порядка ширина АЧХ в 2…40 раз меньше, чем при основном резонансе. Таким образом, возбудить точный супергармонический резонанс второго порядка значительно сложнее, чем основной резонанс или субгармонический резонанс порядка 1/2.

Характерная особенность колебаний при нелинейных резонансах – это их существенное искажение по сравнению с колебаниями неповрежденной системы. Степень этого искажения может быть использована как признак повреждения. Если

мы выполним спектральный анализ колебаний при нелинейных резонансах, то обнаружим наличие гармоники, амплитуда которой будет сопоставима с амплитудой основной гармоники. Мы назвали эту гармонику доминирующей. Именно она является ответственной за существенное искажение колебательных процессов при нелинейных резонансах.

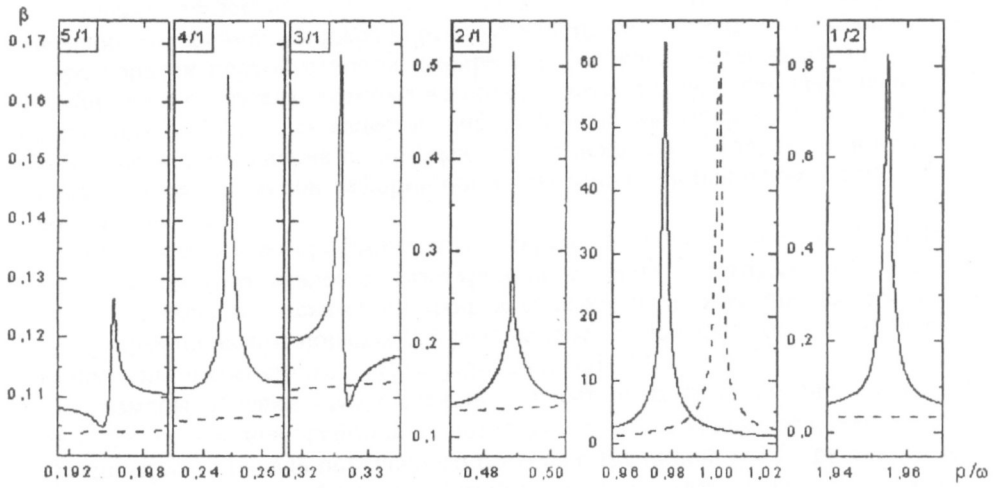

Рис. 3

На рис. 4 показаны зависимости относительных амплитуд доминирующих гармоник от размеров трещины при субрезонансе и суперрезонансах второго и третьего порядка. Как видно, при субрезонансе имеет место некая мертвая зона, в которой субрезонанс не возбуждается вообще. Например, при уровнях демпфирования δ_α=0,5 и 5,0% субгармонический режим колебаний не способен выявить трещины площадью до 3% и до 28% сечения, соответственно. При дальнейшем росте трещины этот режим показывает высокую чувствительность к наличию трещины. Рост признака повреждения при суперрезонансах менее интенсивен, но он наблюдается, начиная с наименьших значений трещины. Интенсивность изменения признака повреждения в области малых трещин при супергармоническом резонансе второго порядка при малом уровне демпфирования является достаточно значительным для практического использования. Рост демпфирования на порядок подавляет чувствительность всех представленных диагностических признаков к наличию повреждения в 1,5…3 раза.

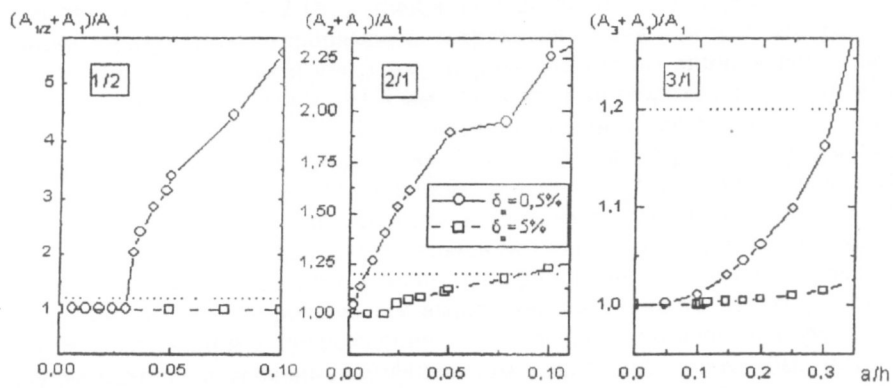

Рис. 4

Оценка эффективности использования характеристик нелинейности и демпфирования колебаний для диагностики усталостного повреждения выполнена на примере лопаток первой ступени компрессора низкого давления авиационного газотурбинного двигателя, которые изготавливаются из низкодемпфирующего титанового сплава ВТ-3-1. В качестве вибрационных характеристик повреждения рассматривались изменение логарифмического декремента колебаний и вторая гармоника спектра процессов деформации и ускорения при основном и супергамоническом резонансах.

Определение логарифмического декремента колебаний первой ступени компрессора низкого давления газотурбинного двигателя (σ_{max}=2 МПа) лопаток и оценка нелинейных искажений процессов деформации и ускорения при основном и супергармоническом порядка 2/1 резонансных колебаниях по первой форме были выполнены экспериментально на установке КД-1М.

Размеры поверхностных трещин в испытанных лопатках приведены в таблице 1, где 2 c – длина трещины на поверхности; a – глубина трещины; S_c – площадь трещины; S – площадь поперечного сечения с трещиной; f_c и f – резонансные частоты первой формы изгибных колебаний лопатки, соответственно. В скобках показаны расчетные значения размеров трещин и характеристик повреждения. Лопатка № 1 разрушена не была, поэтому глубина и относительная площадь трещины S_m/S являются расчетными. Лопатка № 2 после достижения трещиной длины на поверхности 7,5 мм была нагрета до 800° С для маркирования трещины, после чего лопатка разрушена в результате циклического деформирования, что дало возможность точно определить глубину и площадь трещины.

Таблица 1

№ лопатки	2 c, мм	a, мм	S_c /S	f_c /f	A_2/A_1			
					Основной резонанс		Супергармонический резонанс	
					деформ.	ускор.	деформ.	ускор.
1	9,7	(1,8)	(0,12)	0,9937	0,004	0,024	2,09	4,31
2	(1,3)	(0,3)	(0,002)	0,9995	-	-	(0,27)	(0,71)
	7,5	1,8	0,063	0,9978	-	0,013	1,71	-

На рис. 5 амплитудные зависимости логарифмического декремента колебаний лопатки № 1 (а) и № 2 (б) с трещинами различных размеров (точки и сплошные линии – результаты эксперимента; штриховая линия – результаты расчета в предположении 2 c=1,3 мм и a=0,3 мм; штрих-пунктирная линия – результаты расчета для трещины 2 c=7,5 мм и a=1,8 мм). При этом видно, что логарифмический декремент колебаний лопатки № 1 при возникновении в ней трещины возрос в 2,2–1,7 раза, а лопатки № 2 – в 2,4–2.3 раза. Причем, больший рост логарифмического декремента колебаний наблюдается при меньших амплитудах напряжений, то есть чувствительность этой характеристики тем выше, чем ниже амплитуда колебаний. Как было показано выше, чувствительность характеристики демпфирования существенно зависит от исходного уровня демпфирования колебаний исследуемого объекта: чем ниже этот уровень, тем выше чувствительность характеристики демпфирования колебаний к повреждению типа трещины усталости. В рассматриваемом случае исходный уровень демпфирования колебаний лопаток был низким, так как они изготовлены из низкодемпфирующего сплава, что и обусловило значительный рост ее характеристики демпфирования при возникновении трещины.

При испытаниях лопатки № 2 в момент зарождения трещины зафиксирован рост логарифмического декремента колебаний на 8,8–17,2%. Расчетные размеры трещины, которая могла обусловить указанный рост декремента колебаний, составили: 2c=1,3 мм и a=0,3 мм (Табл.), то есть характеристика демпфирования в дан-

ном случае способна реагировать на возникновение трещины усталости, площадь которой составляет всего 0,2% площади поперечного сечения лопатки, увеличивая характеристику демпфирования колебаний на 15–20%. Трещина площадью в 6% сечения в данном случае увеличивает декремент колебаний более чем в 2 раза.

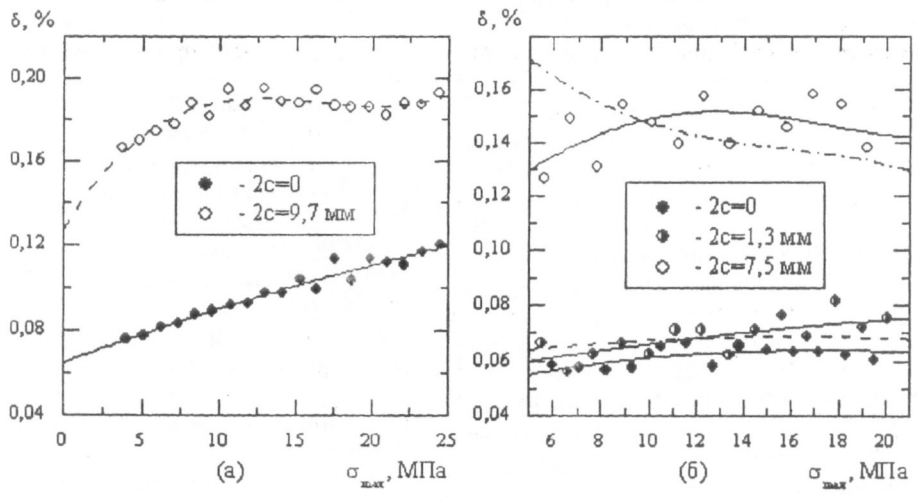

Рис. 5

Нелинейные искажения колебательных процессов при испытаниях лопаток при основном и супергармоническом резонансах характеризовались относительными амплитудами второй гармоники в спектре колебательных процессов деформации и ускорения. Результаты проведенных испытаний приведены в таблице (в скобках показаны результаты оценочных расчетов).

При прочих равных условиях суперрезонанс второго порядка показывает несколько более высокую чувствительность к наличию трещин, чем характеристика демпфирования. Та же трещина площадью 0,2% вызывает относительное увеличение амплитуды доминирующей гармоники в спектре ускорения при суперрезонансных колебаниях до 71%. Изменение собственной частоты колебаний лопатки в этом случае не превышало 0,05%.

Испытания лопаток, выполненные при низком уровне амплитуды максимальных напряжений, показали высокую чувствительность степени нелинейных искажений процессов деформации и ускорения к наличию трещины при супергармоническом резонансе, которая превышает чувствительность нелинейных эффектов к повреждению при колебаниях в режиме основного резонанса до двух порядков. При этом нелинейные искажения процесса ускорения оказались в несколько раз выше аналогичных искажений процесса деформации.

Выводы. По результатам экспериментальных и аналитических исследований упругих колебательных систем с повреждениями типа трещины усталости показано, что при определенных условиях уровень нелинейных искажений колебательных процессов при нелинейных резонансах и изменение характеристик демпфирования колебаний обладают достаточно высокой чувствительность, чтобы быть использованными для диагностики докритического усталостного повреждения элементов конструкций.

Библиографические ссылки

1. **Dimarogonas A.D.** Vibration of cracked structures: a state of the art review // Engineering Fracture Mechanics, 1996, 55(5), P. 831-857.

2. **Maezawa S.** Superharmonic resonance in piecewise linear system with unsymmetrical characteristics // Proc. of the 5th Int. Conf. on Nonlinear Oscillations, in 4 Vols. –V. 1, Analytical Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations, Kiev, 1970, P. 401-422.
3. **Крюков Б.И.** Вынужденные колебания существенно нелинейных систем. - М, 1984. - 216с.
4. **Цыфанский С.Л.** Об использовании нелинейных эффектов для обнаружения трещин в стержневых элементах конструкций / С.Л. Цыфанский, М.А. Магоне, В.М. Ожиганов // Дефектоскопия, 1985, - № 3. - С. 77-82.
5. **Плахтиенко Н.П.** К диагностике кусочно-постоянной жесткости при нелинейных резонансах // Прикл. механика, 1991, 27(10), С. 112-120.
6. **Pugno N., Ruotolo R., Surace C.** Analysis of the harmonic vibrations of a beam with a breathing crack // Proc. of the 15th IMAC, Tokyo, Japan, 1997, P. 409-413.
7. **Матвеев В.В.** К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщ. 1. Продольные колебания, аналитическое решение // Пробл. прочности, 1997. - № 6. - С. 5-20.
8. **Матвеев В.В.** К анализу эффективности метода спектральной вибродиагностики усталостного повреждения элементов конструкций. Сообщ. 2. Изгибные колебания. Аналитическое решение / В.В. Матвеев, А.П. Бовсуновский // Пробл. прочности, 1998. -№ 6. -С. 9-22.
9. **Матвеев В.В.** Некоторые аспекты колебаний упругого тела с «дышащей» несплошностью материала / В.В. Матвеев, А.П. Бовсуновский // Пробл. прочности, 2000. - № 5. -С. 41-57.
10. **В.В.Матвеев** Методы вибрационной диагностики элементов конструкций с трещинами / В.В. Матвеев, А.П. Бовсуновский, И.Г, Токарь // Вибрации в технике и технологиях, 2001. - № 4(20).- С. 31-35.
11. **Бовсуновский А.П.** Вибрационные характеристики усталостного повреждения стержневых элементов конструкций / В.В. Матвеев, А.П. Бовсуновский // Пробл. прочности, 2002. -№ 1. -С. 52-70.
12. **Матвеев В.В.** Приближенное аналитическое определение вибродиагностических параметров нелинейности упругих тел, обусловленной наличием закрывающейся трещины. Сообщ. 1. Существующие и предлагаемый методы решения // Пробл. прочности, 2004. - № 4. -С. 5-20.
13. **Матвеев В.В.** Приближенное аналитическое определение вибродиагности-ческих параметров нелинейности упругих тел, обусловленной наличием закрывающейся трещины. Сообщ. 2. Определение диагностических параметров при основном и супергармоническом резонансе 2-го порядка // Пробл. прочности, 2004. -№ 5. -С. 5-22.
14. **Bovsunovsky A.P., Surace C.** Considerations regarding superharmonic vibrations of a cracked beam and the variation in damping caused by the presence of the crack // Journal of sound and vibration, 2005, 288(4-5), P. 865-886.
15. **Imregun M, Sanliturk KY.** Natural frequency and damping changes produced by fatigue cracks // Proc. of the 15th Int. Seminar on Modal Analysis, Leuven, Belgium, 19-21 Sept. 1990, P. 791-805.
16. **Panteliou S.D., Chondros T.G., Argyrakis V.C., Dimarogonas A.D.** Damping factor as an indicator of crack severity // J. of Sound and Vibration, 2001, 241(2), P. 235-245.
17. **Бовсуновский А.П.** К вопросу о механизме рассеяния энергии в трещине усталости // Пробл. прочности, 2002. - № 5. - С. 80-99.
18. **Bovsunovsky A.P.** The mechanisms of energy dissipation in the non-propagating fatigue cracks in metallic materials // Engineering fracture mechanics, 2004, 71(16-17), P. 2271-2281.
19. **Матвеев В.В.** Демпфирование колебаний деформируемых тел. - К., 1985.- 264 с.
20. **Бовсуновский А.П.** Об эффективности использования характеристик демпфирования колебаний элементов конструкций для диагностики повреждения // Пробл. прочности, 2002. -№ 6. - С. 48-60.
21. **Бовсуновский А.П.** Численное исследование колебаний нелинейной механической системы, моделирующей тело с трещиной // Пробл. прочности, 1999. - № 6. - С. 65-80.
22. **Бовсуновский А.П.** К вопросу об исследовании колебаний нелинейной механической системы, моделирующей тело с трещиной // Пробл. прочности, 2001. - № 4. - С. 97-111.

Надійшла до редколегії 12.01.06