

С.Г. Потапов асп.

М.М. Масліков, канд. техн. наук

S. Potapov

M. Maslikov

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДИХАННЯ
MATHEMATICAL MODELLING OF THE PROCESS OF BREATHING

Запропонована гіпотеза про інтенсифікацію анаеробного дихання та створена математична модель процесів дихання у модифікованому газовому середовищі. Вірогідність математичної моделі, що створена на базі гіпотези, підтверджена дослідженнями.

Ключові слова: *інтенсивність дихання, зберігання плодів, математичне моделювання дихання, модифіковане газове середовище.*

We propounded a hypothesis about the intensification of anaerobic respiration and created a mathematical model of the process of breathing in the modified gas atmosphere. The probability of mathematical model created on the basis of the hypothesis is corroborated with experiments.

Key words: *intensity of breathing, fruit storage, mathematical modelling of breathing, modified atmosphere.*

Процеси метаболізму у продуктах рослинного походження (ПРП), що зберігаються у модифікованому газовому середовищі зводяться до процесів дихання. Розроблені моделі процесів дихання спираються на закони зміни інтенсивності хімічної реакції залежно від зовнішніх факторів: температури, концентрації газів, що входять у склад сировини та продуктів реакції. Розповсюджені, і справедливі до певної межі точності, вони прості і зрозумілі з фізичної та хімічної природи:

- вплив температури на інтенсивність дихання: $R=R_0 \cdot e^{b \cdot t}$;
- вплив зміни концентрації кисню $R=K_{O_2} \cdot R_0$;

© **С.Г. Потапов, М.М. Масліков**

- вплив зміни концентрації двоокису вуглицю $R = K_{CO_2} \cdot R_0$

де R_0 – інтенсивність дихання при початкових умовах: 0°C або концентрація газів що дорівнює концентрації у повітрі; b , K_{O_2} , K_{CO_2} – емпіричні коефіцієнти.

Поєднання цих залежностей, відповідно до технології, що використовується, являє собою модель процесів зберігання. Але ця модель не може відповідати процесам анаеробного дихання оскільки немає можливості розділити виділений CO_2 на продукт аеробного та анаеробного дихання. Визначальним фактором наявності анаеробного дихання є відношення зміни об'ємів виділеного CO_2 та поглиненого O_2 , що дорівнює одиниці при аеробному диханні. Збільшення цього відношення свідчить про наявність анаеробного дихання.

Процеси анаеробного дихання присутні в ПРП навіть у повітрі, але їх інтенсивність досить мала. Припустимо, що природній механізм гальмування анаеробного дихання або бродіння діє до певної межі, що надалі зватиметься точкою інтенсифікації анаеробного дихання.

Аналізуючи результати дослідів, проведених з використанням безперервного стеження за процесами метаболізму ПРП у герметичному контейнері, можна засвідчити правомірність наступних тверджень:

- зміна концентрації кисню має нелінійний характер, може бути описана однією функцією;
- зміна концентрації CO_2 має нелінійний характер та поділяється на два діапазони;
 - маса продукту змінюється незначно (0,2...0,5%);
 - змінюється загальний об'єм газового середовища, що за умов жорсткого контейнера визначається за зменшенням тиску близько 50 Па;
- зміна відносної вологості та температури відбувається в перші години дослідів, далі вони набувають сталих значень.

З дослідів, проведених з яблуками “Слава победителю” при різних температурах, було виявлено наступні залежності початку інтенсифікації анаеробного дихання, що приведені у табл. 1.

Табл.1

Тип ПРП	Температура дослідів, °С	Час до точки ІАД, год	Концентрація двоокису вуглецю в точці ІАД, %	Концентрація кисню в точці ІАД, %	Інтенсивність дихання R^{CO_2} , мл $CO_2/(кг·год)$
Яблука “Слава победителю”	25,5÷26,5	3,6	2,185	17,99	17,94
Яблука “Слава победителю”	16,5÷17,5	5,4	2,453	18,46	32,9
Яблука “Слава победителю”	5,3÷6,5	11,9	3,251	17,86	47,9

Залежність інтенсивності дихання від зміни концентрації кисню та двоокису вуглецю пропонується розглядати, як експоненціальну. Але для кращого трактування процесу дихання пропонується у якості аргументу використовувати не значення концентрації газів, а різницю між концентрацією відповідного газу в повітрі та наявною концентрацією. Для двоокису вуглецю аргумент матиме вигляд:

$$\Delta CO_2 = O_2 - CO_2, \quad \% \quad (1)$$

де CO_2 – наявна концентрація двоокису вуглецю, %; 0,05 – концентрація двоокису вуглецю у повітрі (прийнято попередньо, оскільки для кожного дослідів початкова концентрація двоокису вуглецю коливається в межах 0,046÷0,09%).

Для кисню вираз буде мати вигляд:

$$\Delta O_2 = O_2 - 20,8, \quad \% \quad (2)$$

де O_2 – існуюча концентрація двоокису вуглецю, %; 20,8 – концентрація двоокису вуглецю у повітрі.

Тоді графічне зображення процесу впливу зміни концентрації двоокису вуглецю (до межі інтенсифікації анаеробного дихання) та кисню буде мати вигляд функцій, що зображені на рис 1.

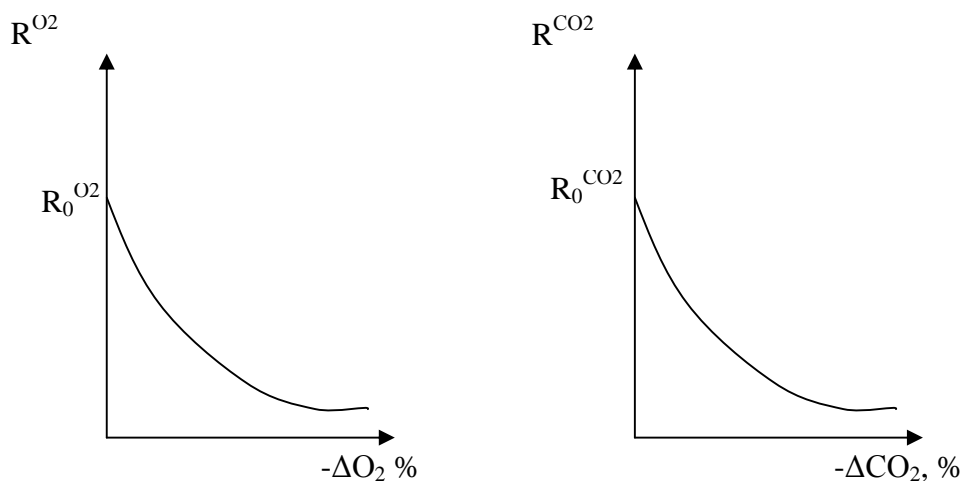


Рис. 1 – Вплив зміни концентрації кисню та двоокису вуглецю на інтенсивність дихання.

В такому разі функції інтенсивності дихання ПРП по виділенню CO_2 мають вигляд:

$$R^{\text{CO}_2} = \frac{R_0^{\text{CO}_2}}{e^{k_1 \cdot (\text{CO}_2 - 0.06)}}, \text{ або} \quad (3)$$

$$R^{\text{CO}_2} = R_0^{\text{CO}_2} \cdot e^{-k_1 \cdot (\text{CO}_2 - 0.06)} = R_0^{\text{CO}_2} \cdot e^{k_1 \cdot (0.05 - \text{CO}_2)} = R_0^{\text{CO}_2} \cdot e^{k_1 \cdot \Delta \text{CO}_2}, \text{ млCO}_2/\text{кг}\cdot\text{год}; \quad (4)$$

Аналогічно інтенсивність дихання ПРП по виділенню O_2 представлено функцією, що має вигляд:

$$R^{\text{O}_2} = R_0^{\text{O}_2} \cdot e^{k_2 \cdot \Delta \text{O}_2}, \text{ мл CO}_2/\text{т}\cdot\text{год}; \quad (5)$$

де R_{CO_2} – інтенсивність дихання, що змінилася внаслідок зміни концентрації двоокису вуглецю, $\text{млCO}_2/\text{т}\cdot\text{год}$; R_{O_2} – інтенсивність дихання, що змінилася внаслідок зміни концентрації кисню, $\text{млCO}_2/\text{т}\cdot\text{год}$; $R_0^{\text{CO}_2}$, $R_0^{\text{O}_2}$ – інтенсивність дихання у повітрі $\text{млCO}_2/\text{т}\cdot\text{год}$; k_1 , k_2 – чисельні коефіцієнти.

Під час аналізу процесів анаеробного дихання було зроблено припущення, що інтенсивність збільшення виділення двоокису вуглецю

після початку інтенсифікації процесів анаеробного дихання залежить від концентрації двоокису вуглецю. На рис 2, 3, 4 простежується, що після досягнення певної концентрації CO₂ відбувається злам кривої накопичення газу (точка ІАД). Пропонується вважати, що саме в цій точці починається інтенсифікація анаеробного дихання. Визначення точки ІАД проводилось графічно-аналітичним методом при обробці даних дослідів для різних температур. Аналіз показав, що положення точки ІАД не залежить від концентрації CO₂ та температури, а визначається концентрацією кисню і становить 18% незалежно від температури.

Рис. 2 – Зміна концентрацій CO₂ та O₂ при 5⁰С.

Рис. 3 – Зміна концентрацій CO₂ та O₂ при 17,5⁰С.

Рис. 4 – Зміна концентрацій CO₂ та O₂ при 25,5⁰С.

Отримана функція залежності інтенсивності анаеробного дихання після проходження точки ІАД має вигляд:

$$R_{ana}^{CO_2} = R_1^{CO_2} \cdot e^{k_3 \cdot CO_2^{ae}}, \text{ млCO}_2/\text{кг}\cdot\text{год}; \quad (6)$$

де $R_{ana}^{CO_2}$ - інтенсивність анаеробного дихання, млCO₂/кг·год;

$R_1^{CO_2} = R_0 \cdot e^{k_1 \cdot (0.05 - CO_2) + k_2 \cdot (O_2 - 20.8)}$ - інтенсивність дихання, що відповідає аеробній в точці початку інтенсифікації анаеробного (концентрації CO₂ та O₂, що відповідають точці ІАД), млCO₂/кг·год; k₃ – чисельний коефіцієнт; CO₂^{ae} – концентрація CO₂, що відповідає умові аеробного дихання, %.

На рис. 5 зображено вплив зміни концентрації двоокису вуглецю на інтенсивність анаеробного після межі інтенсифікації анаеробного дихання.

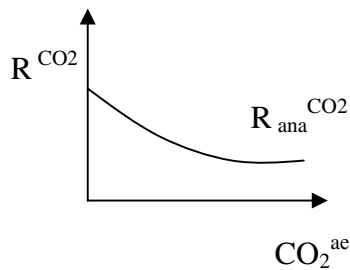


Рис. 5 – Впливу зміни CO_2^{ana} на інтенсивність анаеробного дихання.

Залежність для інтенсивності дихання від зміни концентрацій компонентів МГС після досягнення точки ІАД має вигляд:

$$R_{\text{full}}^{\text{CO}_2} = R_1^{\text{CO}_2} \cdot e^{k_3 \cdot \text{CO}_2^{\text{ana}}} + R_0^{\text{CO}_2} \cdot e^{k_1 \cdot \Delta \text{CO}_2 + k_2 \cdot \Delta \text{O}_2}, \text{ млCO}_2/\text{кг}\cdot\text{год.} \quad (7)$$

Таким чином, зміна концентрацій двоокису вуглецю та кисню в герметичному контейнері, для маси m та з вільним об'ємом V буде мати вигляд:

$$\frac{d\text{CO}_2}{dt} = \begin{cases} \frac{m \cdot 100}{V} \cdot R_{\text{CO}_2} \cdot e^{k_1 \cdot \Delta \text{CO}_2 + k_2 \cdot \Delta \text{O}_2}, & \text{при } \text{CO}_2 \leq A_{\text{CO}_2}; \\ \frac{m \cdot 100}{V} \cdot \left(R_0^{\text{CO}_2} \cdot e^{k_1 \cdot \Delta \text{CO}_2 + k_2 \cdot \Delta \text{O}_2} + R_1^{\text{CO}_2} \cdot e^{k_3 \cdot \text{CO}_2^{\text{ana}}} \right), & \text{при } \text{CO}_2 > A_{\text{CO}_2}; \end{cases} \quad (8)$$

$$\frac{d\text{CO}_2^{\text{aer}}}{dt} = \frac{m \cdot 100}{V} R_0^{\text{CO}_2} \cdot e^{k_1 \cdot [0,05 - \text{CO}_2^{\text{aer}}] + k_2 \cdot \Delta \text{O}_2};$$

$$\frac{d\text{O}_2}{dt} = \frac{m \cdot 100}{V} R_0^{\text{O}_2} \cdot e^{k_1 \cdot \Delta \text{CO}_2^{\text{aer}} + k_2 \cdot \Delta \text{O}_2}, \text{ при } \text{O}_2 < A_{\text{O}_2};$$

де A_{CO_2} , A_{O_2} - концентрації двоокису вуглецю та кисню, що відповідають точці ІАД.

Проведено аналіз кореляції отриманої моделі газообміну з даними дослідів, отриманими під час дихання ПРП у герметичному контейнері. Розрахункові залежності та експериментальні дані наведені на рис. 2. Значення чисельних коефіцієнтів: $k_1=0,28$; $k_2=0,04$; $k_3=-0,096$.

За розрахунками дослідів за різних температур було розраховано відому залежність інтенсивності дихання від температури:

$$R_t = R_0 e^{b \cdot t}, \text{ млCO}_2/(\text{кг}\cdot\text{год}); \quad (9)$$

для яблук "Слава победителю": $R_t = 12,965 \cdot e^{0,0567 \cdot t}$

де R_0 – інтенсивність дихання при 0°C , $\text{млCO}_2/(\text{кг}\cdot\text{год})$; R_t – інтенсивність дихання при визначеній температурі, $\text{млCO}_2/(\text{кг}\cdot\text{год})$; b – чисельний коефіцієнт.

Висновки. Запропонована модель дихання продуктів рослинного походження у модифікованому газовому середовищі з урахуванням фізіологічних особливостей процесів дихання. Модель враховує інтенсифікацію анаеробного дихання після досягнення певної концентрації кисню (точка ІАД) незалежно від температури та концентрації CO_2 . Отримана модель апробована на дослідних даних і має коефіцієнт детермінації у межах $0,979433 \div 0,994986$.