

**В.В. Листопад**  
кандидат фізико-математичних наук, доцент  
Національний університет харчових технологій, м. Київ  
vlystopad@ukr.net

## ПРО РОЗВ'ЯЗАННЯ ДВОВИМІРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Впровадження в навчальний процес інформаційно-комунікативних технологій відкрило великі можливості для розв'язування екстремальних задач лінійного програмування. Проте процес розв'язування таких задач можна зробити більш ефективним, якщо застосовувати інформаційні технології в навчальному процесі. Для продовження тематики започаткованої в [2] розглянемо можливість реалізації деяких методів лінійного програмування з допомогою Microsoft Excel.

Розглянемо на прикладі, знаходження множини розв'язків двовимірної задачі лінійного програмування, що містить розв'язки на межі ОДР.

Приклад . Знайти розв'язки задачі лінійного програмування

$$\begin{aligned} F &= 2x_1 - 4x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ -x_1 + 2x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ 4x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Розв'язання. Спочатку знайдемо розв'язки геометричним методом [1,3]. Перетворимо співвідношення-нерівності в рівності та побудуємо прямі. Для цього на прямій достатньо визначити дві точки. На рис. 1  $l_1 - l_5$  позначено прямі, які відповідають нерівностям-обмеженням. Отримаємо:

$$A = l_3 \cap l_4, \Rightarrow A\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right), \quad E = l_3 \cap l_2, \Rightarrow E\left(\frac{12}{5}; \frac{6}{5}\right)$$

( точки отримали розв'язанням відповідних систем) і проміжок, що містить множину розв'язків запишеться

$$\begin{cases} x_1 = (1-a)x_{1E} + ax_{1A} \\ x_2 = (1-a)x_{2E} + ax_{2A}, 0 \leq a \leq 1 \end{cases}, \begin{cases} x_1 = \frac{36-26a}{15}, \\ x_2 = \frac{18-13a}{15}, 0 \leq a \leq 1. \end{cases}$$

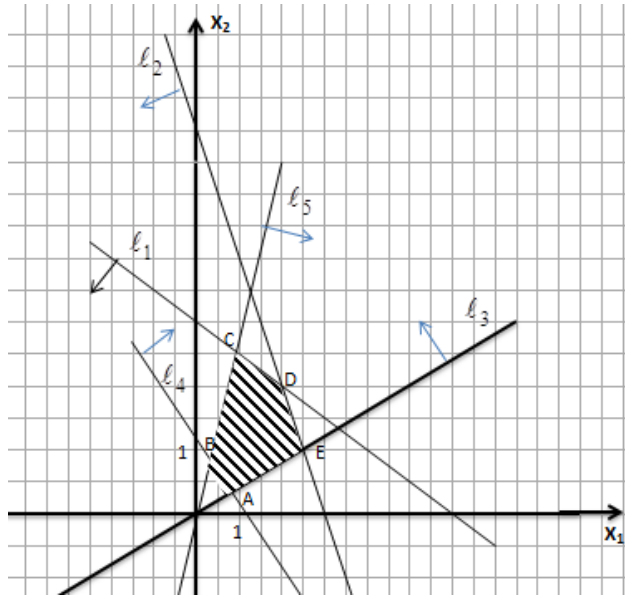


Рис. 1

Значення цільової функції  $F_{\max} = F\left(\frac{36-26a}{15}; \frac{18-13a}{15}\right) = 0$ .

Знайдемо координати точок, кінців відрізка-розв'язку користуючись допомогою функцією ПОИСК РЕШЕНИЯ в Microsoft Excel. У «Сервис» знаходимо функцію «Поиск решения», якщо її немає, то через «Надстройки» активуємо вказану функцію. В робоче вікно вносимо дані нашої задачі (курсор має знаходитися в комірці де створена формула для обчислення значення цільової функції B10). Потім даємо команду знайти розв'язок і отримуємо оптимальний точку  $A = x_{\text{opt}} = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ , та значення  $F_{\max} = 0$ . Ми отримали значення максимуму та ліву точку проміжку, який визначає множину розв'язків, але для запису всіх точок проміжку потрібно знайти і його правий кінець.

Надаємо коефіцієнту  $c_1 = 2$  значення  $c_1 + \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$  і як завгодно мале число. Цим самим ми виконуємо поворот прямої  $l_3$  навколо точки E за часовою стрілкою ( для  $c_1 - \varepsilon$  ми отримуємо поворот цієї самої прямої навколо точки A, яка вже відома, проти часової стрілки). Отримаємо:

B10		fx		=СУММПРОИЗВ(B2:C2;B3:C3)			
	A	B	C	D	E	F	
1		X1	X2				
2	X=	2 2/5	1 1/5				
3	C=	2,0001	-4				
4		1	2	4 4/5	<=	6	
5		2	1	6	<=	6	
6	A=	-1	2	0	>=	0	
7		1	1	3,6	>=	1	
8		4	-1	8 2/5	>=	0	
9							
10	F=	0,00024	(max)				

Ми бачимо, що значення цільової функції несуттєво змінилося, але ми отримали в розв'язку праву точку нашого проміжку  $E\left(\frac{12}{5}; \frac{6}{5}\right)$ . Маючи обидва кінці проміжку отримаємо такий розв'язок, як і в графічному методі. Зауважимо, що надаючи  $c_2$  значення  $c_2 - \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$  ми також отримаємо координати точки E.

### Література

1. Ващук Ф.Г., Лавер О.Г., Шумило Н.Я. Математичне програмування та елементи варіаційного числення: Навч. посібник. - К.: Знання, 2008. - 368с. - (Вища освіта ХХІ століття).
2. Листопад В.В. Цілочислові методи розв'язування екстремальних задач лінійного програмування в Ms Excel. Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць /Редрада. - К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2014. - №14(21). - с. 118-126.
3. Наконечний С.І., Савіна С.С. Математичне програмування.: Навч. посібник. - К.: КНЕУ, 2005-452с.

