

Ministry of Education and Science of Ukraine

National University of Food Technologies

87

**International scientific conference
of young scientist and students**

**"Youth scientific achievements
to the 21st century nutrition
problem solution"**

April 15–16, 2021

Part 2

Kyiv, NUFT, 2021

Міністерство освіти і науки України

Національний університет харчових технологій

87

**Міжнародна наукова
конференція молодих учених,
аспірантів і студентів**

**"Наукові здобутки молоді –
вирішенню проблем
харчування людства у ХХІ
столітті"**

15–16 квітня 2021 р.

Частина 2

Київ НУХТ 2021

6. Метод найменших квадратів

Марія Духновська, Петро Зінкевич,
Олексій Зінкевич

Національний університет харчових технологій, Київ, Україна

Вступ. На сьогоднішній день однією з ключових функцій управління економікою є прогнозування. Методи прогнозування, як правило, поділяються на: 1) методи, побудовані на статистиці; 2) методи, побудовані на основі інтелектуальних систем керування (штучному інтелекті), в яких використовується метод найменших квадратів.

Матеріали і методи. Методи найменших модулів та найменших квадратів

Результати. Нехай в деякій предметній області досліджуються показники X і Y , які мають кількісне вираження. При цьому будемо вважати, що показник Y залежить від показника X . Припустимо, що після проведення n спостережень /дослідів/ підрахунків/ маємо числові дані: $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, які можна зобразити в вигляді точок $M_i(x_i; y_i)$, $i = \overline{1, n}$ в декартовій системі координат Oxy .

Нам потрібно підібрати функцію $y = f(x)$, графік якої проходить якомога ближче до точок M_1, M_2, \dots, M_n . Таку функцію називають апроксимуючою (апроксимація - наближення) або теоретичною функцією. Шукана функція повинна бути достатньо простою, і в той же час адекватно відображати залежність. Нехай деяка функція $y = f(x)$ описує статистичні дані. Як оцінити точність даного наближення?

Обчислимо значення різниці (відхилення) $e_1 = y_1 - f(x_1), e_2 = y_2 - f(x_2), \dots, e_n = y_n - f(x_n)$ між статистичними даними і функціональними значеннями. Необхідно оцінити, наскільки велика сума значень, але проблема полягає в тому, що різниці можуть бути і від'ємними. Відхилення в результаті такого підсумовування будуть взаємознищуватися. Тому в якості оцінки точності наближення напрошується прийняти суму модулів відхилень. Знаходження найменшої суми називається методом найменших модулів. Однак на практиці отримав набагато більше поширення метод найменших квадратів, в якому можливі від'ємні значення відхилень ліквідуються не модулем, а піднесенням відхилень до квадрату. Який клас функцій (лінійна, гіперболічна, експоненціальна, логарифмічна, квадратична тощо) вибрати для дослідження? Використаємо простий але ефективний прийом: зобразити точки M_1, M_2, \dots, M_n на площині Oxy і проаналізувати їх розташування. Якщо вони мають тенденцію розташовуватися по прямій, то слід шукати рівняння прямої $y = f(x) = ax + b$ з оптимальними значеннями a і b . Іншими словами, завдання полягає в знаходженні *таких* коефіцієнтів a і b , щоб сума квадратів відхилень була найменшою. Якщо ж точки розташовані, наприклад, по гіперболі, то зрозуміло, що лінійна функція буде давати погане наближення. В цьому випадку шукаємо найбільш «вигідні» коефіцієнти a і b для рівняння гіперболи $y = f(x) = a/x + b$, при яких сума квадратів буде мінімальною.

Висновки. В обох випадках мова йде про функції двох змінних, аргументами якої є параметри a і b : $F(a; b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$, $F(a; b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (a/x_i + b))^2$. Отже, потрібно розв'язати стандартне завдання - знайти мінімум функції двох змінних.