

Дослідження методу динамічного програмування

А.М. Сільвестров, Т.В. Логвин

Національний університет харчових технологій

Дослідження різноманітних процесів, в т.ч. й економічних, як правило, починається з їх моделювання, тобто відображення реального процесу через математичне співвідношення. При цьому складають рівняння чи нерівності, які пов'язують різні показники процесу, що досліджується і складають систему обмежень. У реальності всі економічні процеси та явища функціонують і розвиваються в часі, тобто за своєю природою динамічні. Це вимагає від менеджерів розв'язання практичних задач, в яких необхідно враховувати можливі зміни економічних процесів у часі за умов, що процесом можна керувати, тобто впливати на хід його розвитку.

Один з поширених методів, що застосовується в економіці - метод динамічного програмування. Його математичний апарат дозволяє розв'язувати багатокрокові задачі оптимального управління [1]. Основною ідеєю даного методу є пошук оптимального в сенсі певного критерію, при управлінні процесом серед множини всіх допустимих рішень, тобто таке рішення, яке дає екстремальне (найбільше або найменше) значення цільової функції. Під багатокроковістю розуміють або багатоступеневу структуру процесу, або розподіл управління на ряд послідовних етапів, що відповідають, як правило, різним моментам часу.

До задач динамічного програмування належать задачі календарного планування, розподілу інвестицій, управління запасами, поточного та капітального ремонту, планування проведення ремонтно-профілактичних робіт.

В залежності від задачі динамічного програмування є можливість розділити управлінський процес на етапи, що поділяються на часові проміжки (місяць, квартал, рік), або мають умовний характер. Особливість усіх задач динамічного програмування полягає в тому, що на кожному етапі враховуються попередні зміни, керуючи перебігом подій, оцінюючи якість такого управління. Використання даного методу дає змогу прийняти ряд управлінських рішень, що забезпечує оптимальність розвитку системи в цілому [2].

Алгоритм побудови моделі динамічного програмування:

1) обираємо спосіб розбиття процесу на кроки;

2) вводимо параметри стану $\xi_k = (\xi_k^{(1)}; \xi_k^{(2)} \dots \xi_k^{(s)})$ та змінні управління $v_k = (v_k^{(1)}; v_k^{(2)} \dots v_k^{(s)})$ на кожному кроці процесу;

3) записуємо рівняння стану $\xi_k = F(\xi_{k-1}, v_k)$;

4) вводимо показники ефективності на кожному кроці $f(\xi_{k-1}, v_k)$ і

сумарний показник – цільову функцію: $Z = \sum_{k=1}^n f(\xi_{k-1}, v_k)$;

5) вводимо для розгляду умовні максимуми $Z_k^*(\xi_{k-1})$ показника ефективності від k -го кроку (включно) до кінця процесу та умовні оптимальні управління на k -му кроці $v_k^*(\xi_{k-1})$;

б) згідно з обмеженнями задачі визначаємо для кожного кроку множину P_k допустимих управлінських рішень на цьому кроці;

7) використовуємо функціональні рівняння Беллмана, а саме:

$$Z_k^*(\xi_{k-1}) \cdot \max_{v_n \in P_n} f(\xi_{k-1} \cdot v_k) + Z_{k+1}^*(\xi_k) \quad \text{та} \quad Z_n^*(\xi_{n-1}) \cdot \max_{v_n \in P_n} f_n(\xi_{n-1} \cdot v_n) .$$

В результаті використання наведеного алгоритму, отримаємо об'єкт управління за відомою математичною моделлю, що є унікальним. Для кожного об'єкта управління математична модель видозмінюється залежно від розмірності задачі, характеру моделі (дискретна чи неперервна), виду функцій та інших характеристик моделі.

Основні переваги методу динамічного програмування

1. Ідея і метод динамічного програмування найбільше пристосовані до дискретних задач, якими в більшості є задачі управління.

2. Метод динамічного програмування можна застосовувати за будь-якого способу завдання цільової функції та з будь-якою припустимою множиною станів та керувань. Цієї переваги позбавлені класичні методи оптимізації та інші обчислювальні методи математичного програмування.

3. Обчислювальні схеми методу динамічного програмування в дискретному випадку пов'язані з перебиранням оптимальних значень показника ефективності й керування на k -му кроці для всіх можливих значень змінної стану, але обсяг розрахунків при цьому значно менший, ніж за прямого перебирання варіантів. Це пов'язано з тим, що на етапі умовної оптимізації «невдалі» варіанти відразу відкидаються, а зберігаються лише умовно оптимальні на даному кроці.

4. Метод динамічного програмування дає можливість аналізу чутливості до зміни вихідних даних станів ξ_k та їх кількості n . Тому зі зміною вихідних даних можна не розв'язувати задачу заново, а зробити лише нескладні додавання до вже виконаних розрахунків, тобто продовжити вже розв'язану задачу за рахунок збільшення кількості кроків n або кількості значень ξ_k .

Метод динамічного програмування буде використано для опису та аналізу динамічних об'єктів управління в реальному часі з метою подальшої ідентифікації та ефективного управління.

Література

1. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления / В. Г. Болтянский. — М.: Наука, 1969. — 410 с.

2. Перестюк М.О. Задачі оптимального керування / М. О. Перстюк, О. М. Станжицький, О. В. Капустян. — К.: ТВ і МС, 2004. — 55 с.