

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ХАРЧОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

**Інститут (факультет) автоматизації і комп'ютерних систем
Кафедра автоматизації та комп'ютерних технологій систем управління**

«До захисту в ЕК»
Директор інституту(декан факультету)
_____ Андрій ФОРСЮК
(підпис) (ім'я та прізвище)

«7» жовтня 2024р.

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри
_____ Ярослав СМІТЮХ
(підпис) (ім'я та прізвище)

«7» жовтня 2024р.

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
НА ЗДОБУТТЯ ОСВІТНЬОГО СТУПЕНЯ МАГІСТРА**

зі спеціальності 174 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»

(код та назва спеціальності)

освітньо-професійної програми Комп'ютерні технології та програмування в АСУ

на тему: Інтелектуальне керування технологічними процесами приготування суслу на пивзаводі

Виконав: здобувач 2 курсу, групи АК-2-1М

Дробуш Микола Іванович
(прізвище, ім'я, по батькові повністю) (підпис)

Керівник Кишенько Василь Дмитрович
(прізвище, ім'я та по батькові повністю) (підпис)

Консультанти _____
(ім'я та прізвище) (підпис)

_____ (ім'я та прізвище) (підпис)

_____ (ім'я та прізвище) (підпис)

Рецензент Андрій Мошенський
(ім'я та прізвище) (підпис)

Я як здобувач(ка) Національного університету харчових технологій розумію і підтримую політику університету з академічної доброчесності. Я не надавав(-ла) і не одержував(-ла) незарядженої допомоги під час підготовки цієї роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Здобувач _____
(підпис)

Київ – 2024р.

5. Перелік графічного матеріалу

1. Графова модель варочного відділення. 2. Дивні атрактори. 3. Дивний атрактор Лоренца.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання 7 жовтня 2024р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів виконання кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
	Видача та затвердження завдання	Перед переддипломною практикою	
	Розділ 1	Захист переддипломної практики	
	Розділ 2	1 тиждень	
	Розділ 3	2 тиждень	
	Розділ 4	3 тиждень	
	Підготовка матеріалів до захисту	4 тиждень	
	Захист кваліфікаційної роботи	5 тиждень	

Здобувач

_____ (підпис)

Дробуш М.І.
(прізвище та ініціали)

Керівник роботи

_____ (підпис)

Кишенько В.Д.
(прізвище та ініціали)

АНОТАЦІЯ

Магістерська робота присвячена розробці та дослідження системи синергетичного керування.

В проекті розроблена методика проведення дослідження системи синергетичного керування технологічними процесами приготування пивного суслу, яку в подальшому можна використати для подібних технологічних процесів. Складена програма комп'ютерного моделювання процесу з використанням програмного продукту MatLab.

В проекті докладно розглянуті варіанти технічних рішень по реалізації системи, а також зроблений аналіз існуючих та розробленої систем.

В ході роботи було зроблено розрахунок ефективності впровадження даної системи, а також проведена оцінка рівня автоматизації технологічного процесу в цілому.

ANNOTATION

The master's thesis is devoted to the development and research of a synergistic control system.

The project develops a methodology for studying the synergistic control system for the technological processes of brewing wort, which can be used for similar technological processes in the future. A program for computer modeling of the process using the MatLab software product was developed.

The project describes in detail the options for technical solutions for the implementation of the system, as well as analyzes the existing and developed systems.

In the course of the work, the efficiency of the implementation of this system was calculated, and the level of automation of the technological process as a whole was assessed.

ЗМІСТ

Вступ.....	7
1. Технічна характеристика процесів приготування пива як об'єктів керування.....	9
1.1 Технологія приготування пива.....	9
1.2 Системний аналіз об'єкта.....	12
1.3 Опис процесу гідролізу крохмалю.....	18
1.4 Моделювання процесу затирання.....	25
2. Синергетичне керування.....	34
2.1 Концептуальні положення синергетичної теорії керування	37
2.2 Випадкові процеси.....	46
2.3 Вінерівський процес.....	50
2.4 Модель Лоренца.....	52
3. Метод АКАР.....	57
3.1 Основні положення і суть методу	57
3.2 Структура системи керування.....	63
3.3 Синергетичний закон притягання.....	70
3.4 Синтез синергетичних законів керування.....	77
3.5 Застосування методу АКАР для моделювання процесу затирання.	81
Висновок.....	86
Список використаної літератури.....	88

ВСТУП

Основною складовою прискорення розвитку харчової промисловості є автоматизація виробництва. Системи автоматизації сучасності побудовані на основі мікропроцесорних пристроїв володіють широкими функціональними можливостями. Широкі функціональні можливості мікропроцесорних систем автоматизації пов'язані з появою великої кількості систем відображення інформації: графіки, мнемосхеми, таблиці звітів. Також мікропроцесорні засоби пов'язані між собою мережами, що дозволяє впроваджувати технології в нестандартні сфери харчової промисловості.

Сучасний стан у пивоварній промисловості характеризується застосуванням передових технологій, устаткування та мікропроцесорної техніки і комп'ютерних технологій. Разом з тим, при управлінні технологічними процесами виробництва пива використовують системи локального контролю та регулювання окремих технологічних та режимних параметрів, відсутній комплексно-інтегрований підхід, не розглядається синергія процесів, не враховується невизначеність, в тому числі і ситуаційна. Все це приводить до зниження ефективності управління пивоварним виробництвом в порівнянні з витратами на ресурси, що використовуються. Дослідження об'єктів управління пивоварного виробництва з позиції синергетики, теорії хаосу, теорії і практики штучного інтелекту дозволить встановити особливості проявів поведінки технологічних процесів виробництва пива, що забезпечує розробку ефективних алгоритмів управління.

Методи, що використовуються для вирішення поставлених задач, базуються на положеннях сучасної теорії автоматичного керування, методах системного аналізу, нелінійної динаміки і хаосу, ідентифікації, інженерії знань, багатокритеріальної оптимізації, імітаційного моделювання. Вірогідність основних теоретичних положень і результатів перевірялась з використанням математичного моделювання.

Завжди існують зовнішні по відношенню до цілі процесу фактори, якими неможна управляти, але які впливають на процес. Ці фактори розглядаються як збурення, що виводять процес із штатного робочого режиму. Збурення самі по собі не є фізичними величинами, а виявляються у вигляді випадкових флуктуацій в потоках матеріалів, енергії і інформації.

Процес виробництва заключається в випуску продукції із сировини з відповідними затратами енергії. Вхідною інформацією є технологічні інструкції, виражені у вигляді набору параметрів, які можна явно контролювати. Вихідна інформація це набір вимірюваних змінних і параметрів, що описують поточний стан процесу і його зміни. Велика частина інформації зосереджена в кінцевому продукті. Інформація, відповідно, є не тільки данні для слідкування і управління, а й технологічні і організаційні процедури, аж до циркуляційних по кабінетах службових документів і заявок на поставку.

1. Технічна характеристика процесів приготування пива, як об'єктів керування

Мета, об'єкт і предмет дослідження

Метою даної роботи є підвищення ефективності управління виробництвом пива шляхом аналізу технологічних процесів методами нелінійної динаміки та хаосу. Основні задачі, що забезпечують досягнення мети роботи, полягають у наступному:

1. спостереження за поведінкою системи в часі;
2. отримання результатів спостереження, представлених у вигляді часових рядів;
3. визначення основних показників хаотичності;
4. аналіз поведінки технологічної системи.

Об'єктом дослідження є основні технологічні процеси виробництва пива.

Предметом дослідження є експериментальні дані, що представлені часовими рядами спостережень за значеннями технологічних показників.

Методи дослідження. Методи, що використовуються для вирішення поставлених задач, базуються на положеннях нелінійної динаміки і теорії хаосу, сучасної теорії автоматичного керування, методах системного аналізу, імітаційного моделювання.

1.1 Технологія приготування пива

Пиво – це слабоалкогольний пінистий напій, який одержують шляхом ферментації охмеленого сусла, яке отримується із ячмінного солоду. Пиво представляє собою складну систему, яка містить в собі органічні і неорганічні сполуки, що формують притаманний пиву колір, смак, аромат.

Основною сировиною для приготування пива є ячмінний солод, який пророщують та висушують особливим чином. Причому для приготування пива використовують пивоварні сорти. Також за останні роки збільшилась доля інших зернових культур при виробництві пива: пшениця, рис, кукурудза. Вони відносяться до несолоджених матеріалів.

Специфічний гіркий смак дає інша сировина – хміль, а саме, ефірні олії хмелю та хмелеві смоли.

Для прискорення різних біологічних реакцій, що виникають в процесі виробництва пива, використовують наступну сировину – ферменти та ферментні препарати. Їхня роль полягає у розщепленні складних сполук на прості речовини.

І останній компонент, без якого не може утворитися пиво – вода. Вода представляє містить в собі як органічні, так неорганічні елементи. Саме хімічний склад води зумовлює органолептичні властивості пива.

Виробництво пива – тривалий і складний процес, який складається з наступних стадій:

- замочування ячменю;
- пророщування ячменю;
- сушка солоду;
- приготування затору;
- кип'ятіння суслу з хмелем;
- зброджування пивного суслу;
- доброджування та дозрівання пива;
- фільтрування та розлив пива.

Солод подрібнений на дробарці подається в заторний котел у пропорції 1÷4 з водою. Далі суміш підігривається до температури 52°C і витримується 10—20хв при даній температурі. Далі затор підігривають до температури 63°C (швидкість нагріву 0,5—1 °C/хв), витримується 15 хв—1 год при даній температурі в залежності від сорту пива.

Далі знову підігривають затор до температури 73°C та витримують 15 хв, після чого йде сигнал на перевірку оцукрення. Якщо цукристість нище норми то продовжуємо витримку, але не більше 40 хв. Якщо цукристість в межах норми то затор підігриваємо до температури 78°C і подається сигнал про готовність затору.

Перевіряється готовність фільтрчану до прийому варки. Якщо так, то проводиться перекачка до фільтрчану.

Відкачка мутного сусла (утворюється намиванням осаду) до досягнення 40 одиниць ЕВС. Якщо концентрація сусла більша ніж 40 одиниць ЕВС, то тоді сусло проходить повторну фільтрацію. Це здійснюється за рахунок подачі сусла знову до заторного котла, звідки воно знову подається на фільтрчан.

Це триває до того часу поки не буде досягнута задана концентрація. Далі проводиться перевірка суслварочного котла на здатність прийняти нову порцію сусла. Якщо суслварильний котел порожній, то в нього закачується свіже сусло, в іншому випадку клапани подачі сусла до варильного котла закриті, а відкривається клапан на подачу сусла до збірника сусла. Збірник сусла підігрівається парою до 90-100°C. Пара в збірник подається через парову рубашку [32, 38].

Як тільки надходить сигнал про готовність сусло варильного котла до прийому сусла, проходить його перекачка до варильного котла. Якщо у суслварочному котлі немає 250 гл. то пара не запускається. При досягненні заданого об'єму пара через парову рубашку подається до суслварочного котла, де проходить безпосереднє кип'ятіння сусла. Для того, щоб сусло мало певну концентрацію хмелю, то його перекачують через збірники концентрату хмелю, після чого охмелене сусло знову подається в суслварильний котел, де проходить його подальше кип'ятіння.

Також для досягнення потрібної концентрації цукру в суслі в суслварочний котел подається розчин цукру певної концентрації у відповідній пропорції в залежності від сорту пива. Після закінчення процесу варки охмелене сусло за допомогою насоса відкачується в бродильне відділення. При відкачці 1-го сусла подається вода 78°C для промивки дробини у фільтрчані, і так три рази.

Далі йде викид дробини і ополіскування. Промивка котлів і збірників проводиться після кожного циклу варки. Після цього висвічується крок про готовність до слідуєчої варки.

Основним технологічним обладнанням варочного відділення є:

- два заторних котла;
- фільтрчан;
- збірник сусла;
- збірник концентрату хмелю;
- сусловарочний котел;
- збірник розчину цукру;
- транспортер цукру;
- парові, сусло- та водотрубопроводи;

Заторні, сусловарочний котли, фільтрчан, збірник сусла виготовлені з сплаву міді, яка в процесі експлуатації періодично очищається від оксидної плівки. Очищення забезпечує підтримання мікробіологічної активності на оптимальному рівні, що має досить значний вплив на якісні показники готового продукту. Також після кожної третьої варки проводиться повна дезінфекція всього технологічного обладнання. Збірник розчину цукру виготовлений з харчової сталі, яка відповідає всім санітарно-гігієнічним нормам. Трубопроводи по яким проходить перекачка сусла, також виготовлені з харчової сталі. Клапани, датчики, вимірювальна апаратура виготовлені з матеріалів, які допускаються для використання при виробництві продуктів харчування [41].

Системний аналіз об'єкта

Аналізуючи процес варки пива з точки зору системного аналізу, відзначаємо наявність ознак, які характерні для складних систем:

- 1) В цій системі виділяється структурна сукупність підсистем, які взаємодіють між собою;

2) кожна із систем може входити, як підсистема в більш складну (старшого рангу) в свою чергу підсистеми (крім елементарних) можуть представлятись як системи молодшого рангу;

3) складні системи взаємодіють з зовнішнім середовищем також як одне ціле;

4) процес функціонування складних систем включає різні аспекти (перетворення речовини, енергії, інформації);

5) ефективність діяльності системи може оцінюватись як співвідношення результатів перетворення сировини в готову продукцію або ступінь зменшення невизначеності або зменшення складності проблеми;

6) цілеспрямованість функціонування складних систем управління проявляється в намаганні підтримувати найкращі режими та адаптуватись до змінюваного зовнішнього середовища;

7) процес функціонування складних систем управління — це сукупність процесів основного призначення та допоміжних (адаптація, розвиток, реконфігурація та ін.);

8) математична модель функціонування передбачає описування переходів з одного стану в інший тобто поведінки системи з урахуванням невизначеності та можливості альтернативних варіантів;

9) в складних системах процеси управління реалізуються як з використанням зворотних зв'язків, так і формування комплексу цілей кожна з яких розв'язується своїм методом;

10) в складних системах управління вироблення управляючих діянь на кожному з етапів має свої особливості (збір інформації, її аналіз, вироблення управляючих рішень, реалізація);

11) сукупність органів управління в складних системах формується за ієрархічним принципом

Для опису зв'язків між рівнями та зміни їх з часом використаємо один з методів математичного опису — теорію графів.

Графові моделі поєднують в собі властивості графічного та множинного представлення з формуванням допоміжних матриць, які зручно використовувати для задач аналізу, синтезу та управління. Графова модель наведена на рис. 1

Для аналізу графових моделей використовуються допоміжні залежності. Наприклад, матриця суміжності $A = \left\| \left\| a_{ij} \right\| \right\|$, яка показує зв'язок між i та j елементом (підсистемою):

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{коли можна з вершини } i \text{ перейти в вершину } j \\ 0, & \text{в протилежному випадку} \end{cases}$$

Для аналізу розробленої моделі застосуємо графові моделі на основі орієнтованих графів, де вершинами є елементи системи, а ребрами — зв'язки між ними, лінія передачі інформації, протяжність ліній зв'язку.

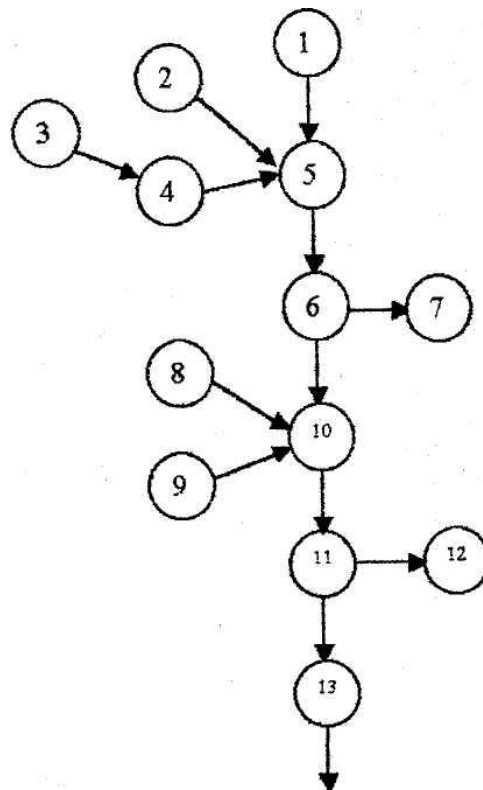


Рис. 1. Графова модель варочного відділення

1. Дробарка.
2. Ферментні препарати.
3. Вода.
4. Водопідготовка.
5. Заторнийчан.
6. Фільтрчан.
7. Пивна дробина.
8. Дозатор хмелю.
9. Дозатор цукру.
10. Сусловарочний котел.
11. Виділення сусла від хмельової дробини.
12. Хмельова дробина.
13. Освітлення, охолодження, аерування сусла.

На основі повного потокового графа можна скласти матрицю зв'язків. Це квадратна матриця (рис. 2), в якій число стовпців та рядків дорівнює кількості вершин. Номери рядків вказують номери вершин з яких виходять дуги. Матриця зв'язків наведена на рис. 2.

i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 2. Матриця зв'язків

Процес затирання

Мета затирання — екстрагувати розчинні речовини солоду та несолодженого матеріалу та перетворення під впливом ферментів нерозчинних речовин у розчинні з подальшим переходом їх в розчин. Речовини, які перейшли в розчин, називаються екстрактом.

Більшість речовин подрібненого солоду не розчинні самі по собі, а в пиво можуть перейти тільки розчинні речовини. Тому при затиранні необхідно перевести нерозчинні речовини подрібненого солоду в розчинні. Всі речовини, що переходять в розчин називаються екстрактом

Розчинні речовини є, наприклад, цукор, декстрини, мінеральні речовини і деякі білки. До нерозчинних речовин відносять крохмаль, целюлоза, частина високомолекулярних білків і інші сполуки які по закінченню процесу фільтрування залишаються у вигляді дробини.

З економічної точки зору більшість нерозчинних сполук намагаються перевести в розчин, щоб отримати якомога більше екстракту. Це виражається такими параметрами, як вихід варочного цеху і концентрації екстракту в дробині.

Однак має значення не тільки кількість екстракту, а й його якість, оскільки наявність деяких сполук (наприклад, дубільних речовин із

оболонки) небажано, водночас, як інші сполуки (наприклад, деякі цукри чи продукти розпаду білків) дуже необхідні.

Основна мета затирання полягає в тому, щоб розтворити крохмаль в цукри і розчинні декстрини без залишку. При цьому формуються і інші екстрактні речовини. Основна кількість екстракту формується при затиранні насамперед з допомогою дії ферментів, які можуть діяти при оптимальних для них температурах.

Одним із найважливіших властивостей ферментів – їх активність при розчинні субстратів, які залежать від різних факторів. Найважливіші фактори це температура, час температурної обробки, величини рН.

Активність ферментів зростає при підвищенні температури і досягає оптимального для кожного ферменту значення при деякій оптимальній температурі. При більш високих температурах через розкриття клубкових структур ферментів (денатурація) відбувається прогресуюча деактивація. Ця деактивація і наступне зникнення активності ферментів тим сильніше чим більше перевищення оптимальної температури.

Рівень активності, характерний для ферментів при визначеній температурі, не залишається незмінним. Якщо при більш низьких температурах активність з часом майже повністю зберігається, то при більш високій температурі, вона бисто падає.

Оскільки клубкова структура ферментів змінюється також в залежності від величини рН, то існує залежність від її активності ферментів. Ця активність досягає оптимального значення при визначеній, специфічній для кожного ферменту величині рН, і знижується при більш низькій і більш високій величині рН. В загальному, вплив рН на активність ферментів не такий великий, як вплив температури [32].

Для пивоварної промисловості серед великої кількості процесів розкладу перш за все має значення наступне:

- розклад крохмалу
- розклад β -глюканата

- розклад білкових речовин
- перетворення жирних кислот

Затирання включає в себе три стадії: змішування подрібнених зерно продуктів з водою, нагрівання та витримка суміші, яку отримали, при заданому температурному режимі. В результаті отримуємо продукт, який називається затором.

На перших стадіях затирання в розчин переходять вуглеводи, частково білки та продукти їх гідролізу, пектинові, дубильні та гірки речовини, ферменти і мінеральні солі, які складають 10...15% сухих речовин солоду. В несолодженому матеріалі їх в 2...3 рази менше. Основні компоненти зернопродуктів — крохмаль і білки нерозчинні. Тому їх перехід в розчинний стан відбувається в результаті цілеспрямованої дії ферментів.

1.3 Опис процесу гідролізу крохмалю

Гідроліз крохмалю починається при солододорощенні. При затиранні крохмаль проходить наступні стадії: клейстеризацію, розрідження, оцукрення.

В теплому водному розчині в молекулах крохмалу в великій кількості накопичується вода. Через це відбувається збільшення об'єму, що приводить до набряку і наступному розриву попередньо твердих зерен крохмалю. Формується в'язка-тягуча рідина, в'язкість якої залежить від об'єму поглинутої води і є різним для різних видів зернових. Цей процес при якому розклад речовин не відбувається називається клейстеризація. Так як клейстеризований крохмал не містить твердих крохмальних зерен, то ферменти що містяться в рідині можуть на нього діяти безпосередньо. Розклад неклеїстерезованого крохмалю продовжується декілька діб.

Під клейстеризацією розуміють набряк і розрив оболонки зерен крохмалю в теплому водному розчині. Молекули крохмалю, що звільнилися в цьому в'язкому розчині краще піддаються дії амілаз, ніж неклеїстерезований крохмаль. Температура клейстеризації для кожного виду зернових, різний[66, 58].

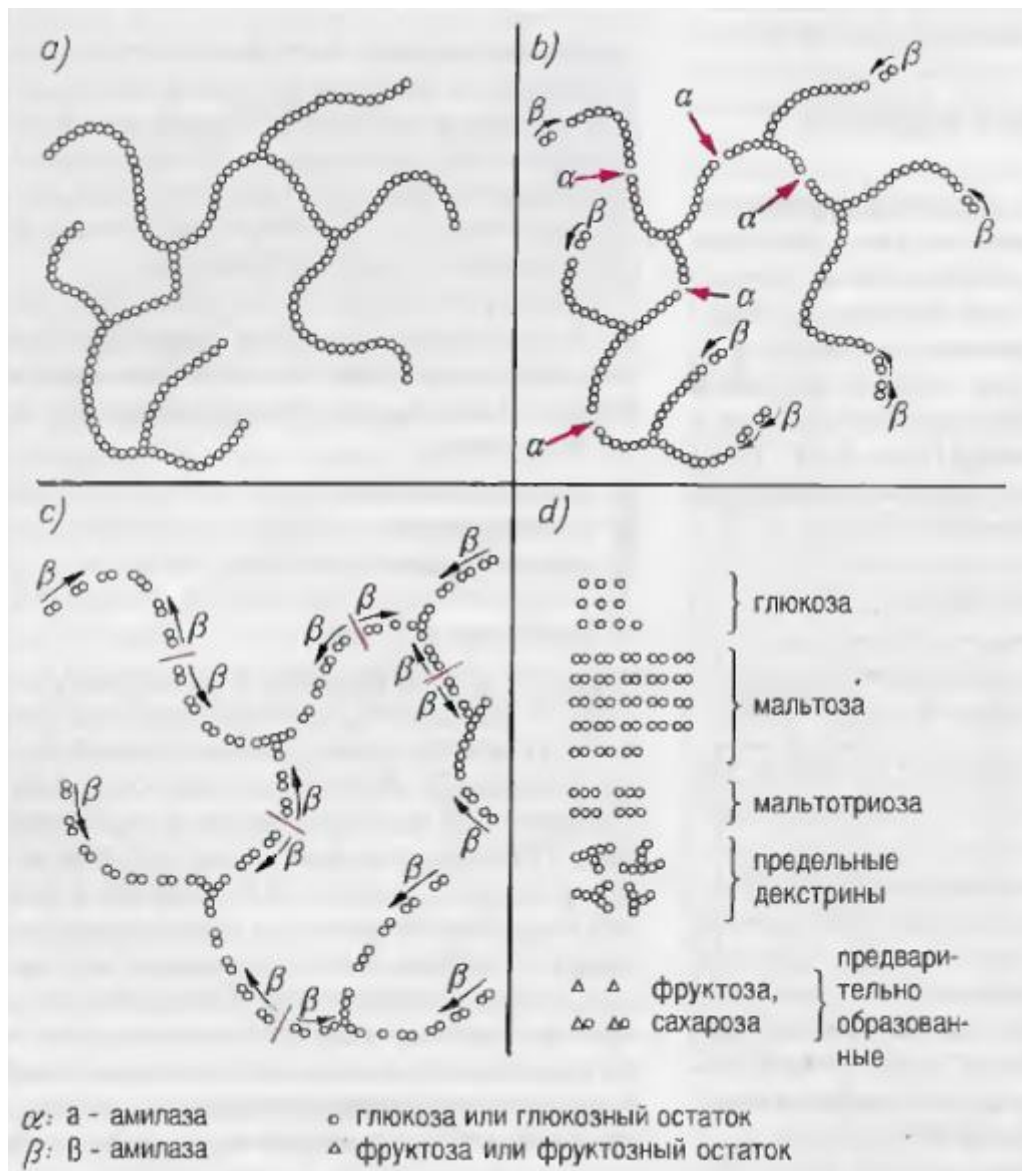


Рис. 3 Розкладання крохмалю при затиранні

Довгі ланцюжки крохмалю, що складаються із глюкозних залишків (амілази і амілопектинів) дуже швидко розриваються α -амілазою на короткі ланцюжки. (рис.3b).

Тому дуже швидко зменшується в'язкість клейстеризованого затору. β -амілаза здатна розкласти довгі ланцюжки лише від нередуцированих кінців, оскільки самостійне розкладання цих ферментів продовжувалося б кілька діб.

Під розрідженням розуміють зниження в'язкості клейстерезованого крохмалю α -амілазою[70, 53, 49].

α -амілаза розриває ланцюжки амілази і амінопектина головним чином на декстрини з 7-12 глюкозними залишками. Від кінцевих груп ланцюжків β -

амілаза відщеплює подвійні групи (мальтозу) (рис. 3с). Цей процес безперервно продовжується довше, ніж розділення більш довгих ланцюжків α -амілази.

Через різну довжину ланцюжків крім мальтози формуються і інші цукри, глюкоза і мальтотріоза.

У всіх випадках розклад речовин зупиняється на 2-3 глюкозних залишках перед 1, 6 – з'єднаннями амілопектина, так як ці 1, 6 – з'єднання не можуть бути розкладені ні α -, ні β -амілазой. Ці декстрини завжди знаходяться в нормальному суслі.

При розкладанні крохмалю амілазами солоду відбувається наступне:

1. α -амілаза розкладає довгі ланцюжки крохмалю до більш коротких декстринів. Вона діє оптимально при температурі 72-75°C і швидко руйнується при 80°C. оптимальне значення величини рН складає 5,6-5,8.
2. β -амілаза від'єднує від нередуцированих кінців ланцюжків мальтозу, при цьому формується також глюкоза і мальтотріоза. Вона діє оптимально при температурі 60-65 °C і дуже чутлива до більш високих температур. Вже при 70°C вона швидко деактивується . Оптимальне значення рН складає 5,4-5,5.
3. Розклад крохмалю необхідно контролювати, так як залишок нерозкладеного крохмалю і більш великих декстринів викликає в пиві клейстерне помутніння.
4. Контроль розкладання крохмалю виконують з використанням 0.02-н розчину йоду (спиртового розчину йоду і йодистого калія). Ця перевірка називається йодною пробою і завжди проводиться з охолодженою пробою затору. Йодна проба побудовано на тому, що розчин йоду при кімнатній температурі дає з крохмалом і високомолекулярними декстринами фарбування від темно-синього до червоного кольору, тоді як всі цукри і більш мілкі декстрини не змінюють його жовто-коричневого кольору.

5. Високомолекулярні і середньо молекулярні розгалужені декстрини дають ще і фіолетове йодне забарвлення. Це забарвлення не завжди легко розрізнити, але при його присутності суцільно можна охарактеризувати як таке що дає нормальну реакцію з йодом. Більш точна йодна проба по Віндешу, контролює наявність цих декстринів методом, заснованому на осадженні їх еталоном з наступним видаленням еталону, повторним розчиненням декстринів у воді і фарбування їх розчином йоду. Цей метод використовується частіше всього в проблемних ситуаціях.
6. Пивовар повинен вміти правильно оцінити йодну пробу. Якщо розчин йоду при змішуванні з затором більше не дає забарвлення, то такий затор позначають як оцукрений. Розклад молекул крохмалю до стану, при якому не спостерігається фарбування розчину йоду, називається оцукрення.

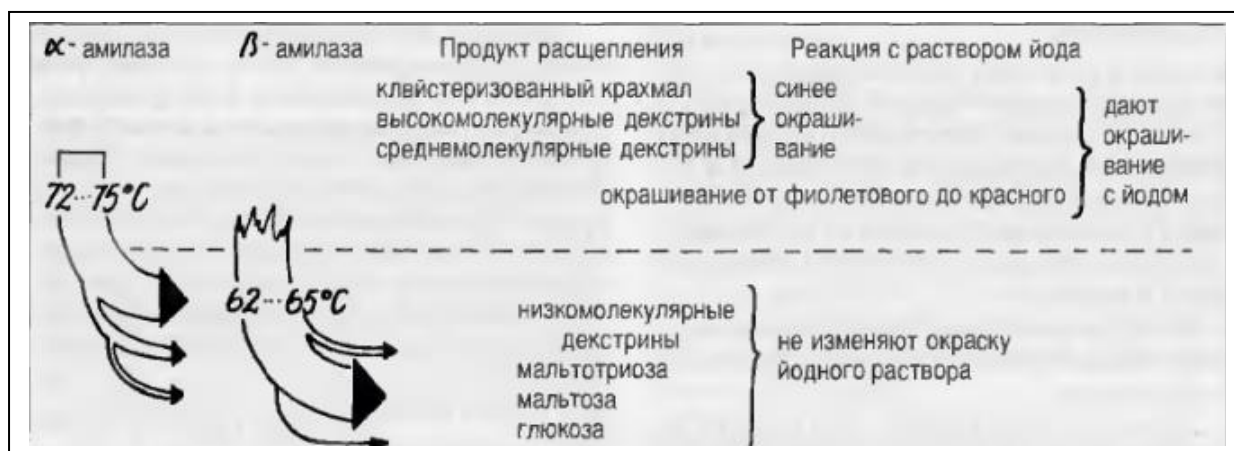


Рис.4 Розклад крохмалю до нормальної реакції на йод

Під оцукренням ми розуміємо повне розщеплення розрідженого крохмалю амілазами на мальтозу і декстрини[63, 41]. Визначення проводять з допомогою йодної проби (рис.4).

Речовини, що формуються при затиранні, продукти розкладу крохмалю суттєво відрізняються в порівнянні з бродінням пивних дріжджів. Наприклад, декстрини – не бродять, мальтотріоза – бродить всіма сильно бродильними видами дріжджів, але мальтотріоза розщеплюється дріжджами тільки тоді,

коли зброжена мальтоза, мальтоза та інші дисахариди бродять дріжджами добре і швидко, глюкоза піддається дії дріжджів в першу чергу.

Процентне відношення бродильного цукру в загальному екстракті сусла називається кінцева ступінь бродіння. З її допомогою встановлюється вміст в пиві спирту, що має вирішальну дію на характер, і смак пива.

Вміст бродильних цукрів визначається різною роботою ферментів. Цим одночасно визначається і кінцева ступінь бродіння при затиранні. Для пивоваріння мають значення фактори, що впливають на розклад крохмалю при затиранні, найважливіші з яких:

- Температура при затиранні
- Час затирання
- Величина рН при затиранні
- Концентрація затору

Гідроліз крохмалю представляє собою розрідження клейстера, яке супроводжується накопиченням декстринів, мальтози, глюкози.

В процесі гідролізу крохмалю при затиранні в суслі не повинно бути амілодекстринів, еритритродекстринів. Їх наявність визначають йодною пробою, яка дає характерний колір. Ахродекстрини, мальтодекстрини, мальтоза це речовини, які дають пиву повноту смаку і збільшують його в'язкість. При правильному затиранні з крохмалю повинно бути отримано 20...30% декстринів, 70...80% мальтози.

Амілолітичні ферменти гідролізують геміцелюлози і гуммі-речовини, що входять в склад стінок клітин зерна. При цьому створюються декстрини, глюкоза, ксилоза, арабіноза. Продукти гідролізу некрохмальних поліцукрів підвищують вихід екстракту, знижують в'язкість розчину, позитивно впливають на смак пива, ціноутворення та піностійкість. Однак гідроліз некрохмальних поліцукрів залежить від дії протеолітичних ферментів на білок, з яким ці речовини зв'язані.

Як і крохмаль, білки починають гідролізуватися в процесі солодощення. Біля 35% білків від загального складу сировини повинно

перейти до сусла. Пептиди і поліпептиди обумовлюють створення піни пива, пептиди і амінокислоти необхідні для дріжджів, високомолекулярні сполуки (продукти) гідролізу білка впливають на стійкість пива. Тому недостатній гідроліз білка призводить до різкого зниження органолептичних властивостей, стійкості пива при зберіганні [1, 17, 46].

При затиранні проходять також і багато неферментативних реакцій: екстрагування речовин, що можуть розчинятися, часткова коагуляція білків.

Основні фактори, що впливають на процес затирання, це співвідношення „фермент-субстрат”, тривалість процесу, температура та рН затору.

З підвищенням концентрації затору ферментативна активність знижується, тому концентрація затору не перевищує 16%.

Вплив температури обумовлено температурним оптимумом та термостабільністю ферментів. Наприклад, при 63 °С створюється багато мальтози і мало декстринів. При збільшенні температури до 70 °С гідроліз крохмалю проходить швидше, але внаслідок інактивації α -амілази, накопичуються переважно декстрини.

Оптимум рН для дії ферментів залежить від температури середовища. Як правило, при збільшенні температури збільшується рН-оптимум. Наприклад, для сумісної дії амілаз при температурі 63 °С, рН-оптимум дорівнює 5,6.

При збільшенні тривалості затирання в суслі накопичуються низькомолекулярні сполуки гідролізу крохмалю та білків. Важливими температурними паузами при затиранні є 50...52°C, 60...65°C, 70°C, під час яких максимальну активність, відповідно, проявляють ендопептидаза, α -амілаза, β -амілаза.

Методи затирання

Приготування затору починається зі змішування подрібненого солоду з водою при температурі 37...40°C, яке здійснюється в заторному апараті при включеній мішалці. Далі затирання ведуть настійним або відварочним способом.

Настійний спосіб полягає у поступовому нагріванні всієї маси затору від 40°C до 70°C зі швидкістю 1°C/хв. та витримкою при температурі 40, 52, 63, 70°C по 30 хвилин. Далі затор нагрівають до 72°C та витримують до повного оцукрення. Повне оцукрення визначається за пробою на йод. Потім затор підігрівають до 77°C і перекачують до фільтрування. Сусло за таким способом багате на ферменти, містить мальтози та амінокислоти, небагато декстринів і тому добре зброджується. Такий спосіб використовують у разі верхового способу бродіння [4, 6, 11, 26].

Сутність відварочного способу полягає в тому, що окремі частини затору (відварки) кип'ятять, а потім змішують із іншою частиною затору, поступово збільшуючи температуру до 75°C. При кип'ятінні крохмальні зерна із крупних частин зернопродуктів, що подрібнені, переходять в розчин, клейстеризуються та попадають під дію ферментів. Розрізняють різні варіанти відварочних способів приготування затору: з однією, з двома, з трьома відварками або кип'ятінню всієї маси. Найбільш розповсюджені — одно- та двовідварочні способи. При відварних способах затирання відбувається з використанням двох заторних апаратів: заторний і відварний.

Аналіз рівня автоматизації сучасних пивзаводів

Аналізуючи рівень автоматизації сучасних пивзаводів України, можна стверджувати, що всі стадії виробництва пива мають різну систему автоматизації:

- локальну автоматизацію, яка представляється у вигляді локальних регуляторів для регулювання технологічних параметрів в конкретних апаратах, а також релейно-контактних схемах для логічного керування.

- автоматизація на базі мікропроцесорної техніки, яка представляється мікропроцесорними контролерами як вітчизняного, так і закордонного виробництва.

На сьогоднішній день більшість пивзаводів використовують автоматизацію на базі мікропроцесорної техніки. В цьому випадку така система дозволяє вирішувати задачі як контролю та регулювання окремих

технологічних параметрів, так і управління групою апаратів на базі логічного технологічного регламенту. Також, використання мікропроцесорної техніки дає можливість більш гнучко та швидко переконфігурувати алгоритми управління виробництвом, а також змінювати рецептурні параметри в цих алгоритмах.

Таким чином, використання сучасних мікропроцесорних засобів та вимірювальної техніки дає можливість побудувати складний програмно-технічний комплекс виробництва пива.

Не дивлячись на високий рівень технічного забезпечення автоматизації технологічного комплексу виробництва пива, існуючі системи не дають можливість оператору-технологу своєчасно і точно примати рішення по управлінню технологічними процесами. Це призводить до нераціональних втрат ресурсів і знижує продуктивність ділянок технологічного комплексу виробництва пива.

Моделювання процесу затирання

Мета роботи є створення нової структури автоматизованої системи управління технологічним комплексом виробництва пива на основі сучасних технологій розробки інтелектуальних систем управління та програмно-технічних засобів.

Одним з основних методів дослідження складних систем є математичне моделювання, що спирається на широке застосування комп'ютерів. Воно відкрило перед дослідниками великі можливості в розробці математичних описів і моделей технологічних процесів.

При вивченні будь-якого технологічного процесу формується великий масив експериментальних даних про його характер і властивості. Для узагальнення результатів теоретичних і експериментальних досліджень, виявлення основних взаємозв'язків і закономірностей між чинниками, що характеризують процес, що вивчається, широко використовують методи математичного моделювання. Вони дозволяють описати поведінку об'єкту

системою рівнянь алгебри або диференціальних, що зв'язують найважливіші біохімічні параметри [3, 8, 10, 12, 19, 21, 30, 34].

Загальна теорія моделювання

При побудова алгоритмів управління системою його автори рідко мають в розпорядженні повну інформацію про об'єкт і середовище, що оточує його. Навіть якщо відомі системи рівняння, що описують поведінку системи, то часто виявляється, що немає даних про величину окремих параметрів, і до того ж нерідко наявні моделі занадто складні. Надалі з'ясовується, що прийнята при проектуванні модель істотно відрізняється від реального об'єкту, а це значно зменшує ефективність розробленої системи управління.

Проблемі побудови алгоритмів управління об'єктами з неповною інформацією нині приділяється велика увага. Це пояснюється передусім тим, що при створенні систем управління складними технологічними процесами зазвичай не мають в розпорядженні достовірних моделей об'єктів. Жодна з існуючих теорій не може претендувати на те, що єдино вона дає правильний опис роботи систем. Швидше, є цілий спектр теорій, що трактують ці проблеми. При наявному зараз вузькому розгляді лише окремих процесів і тільки на певних рівнях опису виходить одностороннє уявлення про систему, що не дозволяє мати достовірних оцінок про усі процеси.

Поведінка реальної системи характеризується деякою невизначеністю, і при досить великому об'ємі інформації про об'єкт деяке зовнішнє обурення, діюче на керований об'єкт, можна представити як випадковий процес.

Стохастичне оптимальне управління значною мірою базується на основних положеннях динамічного програмування.

Застосування стохастичних методів для контролю і управління процесом в деяких ситуаціях виявляється скрутним через відсутність імовірнісних розподілів параметрів. Складність отримання чисельних результатів при роботі з випадковими величинами також знижує практичну цінність

стохастичних алгоритмів. У разі неповної інформації про складний процес зручніше представляти неточно задані параметри у вигляді нечітких величин.

Коефіцієнти цілого ряду моделей фактично залежать від багатьох неврахованих чинників реального процесу. При описі процесів двомірними моделями ми замінюємо тривимірну модель однорідним по третьому виміру шаром і значення коефіцієнтів для нього визначаємо як середнє, середньозважене і так далі. Спроба внесення в модель ряду не врахованих раніше чинників і введення третього виміру призводять до значного ускладнення моделі і різкого підвищення розмірності завдання. До того ж, в такій ускладненій моделі з'являються параметри, які неможливо або у край важко виміряти. При їх завданні знову вводяться деякі допущення, які тільки утрудняють і погіршують точність рішення задачі.

Розробка концепції моделювання складних технологічних систем спирається на загальний підхід теорії систем і системного аналізу. Проблема полягає в тому, що на сьогоднішній день теорія систем пропонує цілий ряд визначень системи й кілька підходів до визначення складної системи. Елементи технологічних систем, що відносяться до одного типу, як правило, відрізняються один від одного значеннями технологічних показників, що характеризують їхній стан. Тому у визначення системи загального типу необхідно поряд із множиною елементів ввести множину властивостей елементів.

Система – це кінцева множина функціональних елементів разом з їхніми властивостями й відносинами між ними, виділена із середовища відповідно до поставленої мети в рамках певного часового інтервалу.

Існує кілька підходів до визначення рівня складності системи. Ці підходи відрізняються один від одного тією характеристикою системи, що береться за основу класифікації. Так, цією основою може виступати кількість елементів системи, складність поведінки, рівень еволюційного розвитку. Найбільший інтерес представляє підхід – за основу класифікації прийняти

ступінь організованості системи. За цією ознакою системи підрозділяються на добре організовані, погано організовані або дифузійні й системи, що самоорганізуються. Складність системи зростає при переході від добре організованих систем до погано організованих й при переході від дифузійних систем до систем, що само організуються.

Аналіз ознак систем, які відносяться до класу харчових технологій, дозволяє зробити висновок, що більшість технологічних систем є такі, що самоорганізуються, тобто складними системами. Основна відмінність таких систем складається в присутності в системі активних елементів.

При математичному рішенні практичних завдань аналізу і синтезу виникає необхідність інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь з приватними похідними, чисельними методами [2, 4, 35, 42].

Моделювання окремих процесів харчової промисловості

При вивченні процесів і апаратів харчової технології виділяються шість основних типів процесів і апаратів для їх реалізації, при математичному описі яких використовуються рівняння в приватних похідних одного з вищезгаданого класу.

1. Гидромеханические процеси (розділення рідких неоднорідних систем, розділення газових неоднорідних систем, устаткування для неоднорідних систем, переміщення рідких систем, переміщення і стискування газових систем), в описі кінетики яких лежать рівняння гідродинаміки.

Рівняння руху ідеальної рідини (рівняння Ейлера) яке у векторній формі має вигляд

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = F - \frac{1}{\rho} \text{grad } p$$

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + (v \nabla) v = F - \frac{1}{\rho} \text{grad } p,$$

де F - напруженість поля масових сил; ρ - щільність рідини або газу; p - тиск; v - швидкість,

$$(v \nabla) = v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y} + v_z \frac{\partial}{\partial z}.$$

Рівняння руху в'язкої рідини (рівняння Нав'є-Стокса) у векторній формі має вигляд

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = F - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu^* \nabla^2 v + \left(\frac{\xi}{\rho} + \frac{\nu^*}{3} \right) \text{grad div } v,$$

де $\nu^* = \eta/\rho$ - кінематична в'язкість рідини; η - динамічна в'язкість; ξ - друга в'язкість;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

2. Теплообмінні процеси (теплообмінні процеси без зміни агрегатного стану, теплообмінні процеси зі зміною агрегатного стану, холодильні процеси), швидкість яких визначається законами теплопередачі і записується у вигляді рівняння теплопередачі

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial \tau} + \nabla(-\lambda \nabla T + \rho C_p v) = Q,$$

де C_p - коефіцієнт теплоємності; λ - коефіцієнт теплопровідності; Q - джерело або стік тепла.

3. Массообменные (дифузійні) процеси (тепломассообменные процеси, сорбційні процеси, екстракційні процеси, мембранні і електродифузійні процеси), швидкість яких визначається швидкістю переходу речовини з однієї фази в іншу і виражається у формі закону Фіка

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + \nabla(-D \nabla c + \nu c) = R,$$

де D - коефіцієнт дифузії; R - стік або приплив речовини в результаті взаємодії.

4. Механічні процеси (розділення твердих тіл, подрібнення, змішення, формоутворення, дозирование), швидкість яких визначається законами фізичного тіла; серед базових законів в першу чергу слід вказати закон Гуку, який в окремому випадку може бути записаний в наступному виді :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0; \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0; \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0, \end{cases}$$

5. Хімічні процеси, пов'язані з перетворенням речовин і зміною їх хімічних властивостей. Швидкість цих процесів визначається закономірностями хімічної кінетики і законом Фіка.

6. Біохімічні процеси, пов'язані з синтезом речовин і здійснювані під дією і при непосредній участі живих мікроорганізмів і виділених з них ферментів.

З приведеної класифікації процесів видно, що в основі їх математичного опису лежать системи диференціальних рівнянь в приватних похідних, рішення для яких в аналітичному виді, візможна, отримати тільки в окремих випадках. Тому при математичному моделюванні вказаних процесів необхідно прибїгати до тих або інших чисельних методів, що дозволяють знайти наближене рішення дифференциальной задачі у вигляді таблиці чисел, на основі якої можна побудувати графічне відображення рішення, отримати ті або інші кількісні характеристики процесу, вибрати оптимальні параметри, тобто, кінець кінцем, отримати досить повне представлення проблеми, що відносно вивчається [6, 15, 24, 33, 34, 45].

Для моделювання добре організованих систем застосовуються традиційні методи аналітичного моделювання. При моделюванні погано організованих систем найпоширенішими методами є статистичні методи, методи теорії випадкових процесів.

Модель процесу гідролізу крохмалю без стохастичної складової

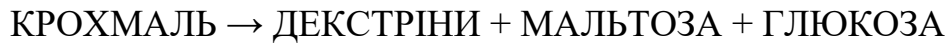
Моделювання технологічних систем, що самоорганізуються, вимагає нових методів і моделей, які враховують основні риси таких систем:

- нестационарність;

- непередбачуваність поведінки;
- здатність до адаптації;
- здатність протистояти руйнівним тенденціям;
- здатність до альтернативної поведінки й до зміни власної структури.

Кінетична нелінійна модель, яка описує процес гідролізу крохмалю, виглядає наступним чином

α -амілаза



β -амілаза



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dG_n}{dt} = a - k \frac{E}{L+E} \frac{G_n}{K+G_n+M_1G_2}; \\ \frac{dG_2}{dt} = k \frac{E}{L+E} \frac{G_n}{K+G_n+M_1G_2} - l_1 \frac{E_1}{L_1+E_1} \frac{G_2}{K_1+G_2+M_2*G}; \\ \frac{dG}{dt} = k_1 \frac{E_1}{L_1+E_1} \frac{G_2}{K_1+G_2+M_2G} - \mu \frac{XG}{1+G+\mu_2X}; \\ \frac{dE}{dt} = E_0 \frac{G_n}{\beta+G_n} X \frac{N}{N+G_2+MG} - \alpha E; \\ \frac{dE_1}{dt} = E_{01} \frac{G_2}{\beta_1+G_2} X \frac{N_1}{N_1+G} - \alpha_1 E_1; \\ \frac{dX}{dt} = \mu_1 \frac{XG}{1+G+\mu_2X} - \mu_0 X. \end{array} \right.$$

де G_n – концентрація крохмалю; G_2 – концентрація мальтодекстрину; G – концентрація мальтози; E – концентрація α -амілази; E_1 – концентрація β -амілази; X – концентрація глюкози; E_0 – коефіцієнт активності β -амілази; E_{01} – коефіцієнт активності α -амілази.

На основі теорії синергетичного управління, шляхом комп'ютерного моделювання була досліджена поведінка технологічного процесів гідролізу затору і бродіння суслу. Були встановлені різноманітні прояви атрактивної поведінки об'єктів (фокус, граничний цикл, дивний атрактор).

Представлені математичні моделі дозволять дослідити технологічні процеси з використанням ентропійного та синергетичного підходів до оцінки стану складної системи, що дозволить виявити явища самоорганізації та утворення дисипативних структур, визначити атрактори.

Лістинг програми для розв'язання даної математичної моделі:

```
function gidroliz
Gp0=0.14;
G20=0;
G0=0;
X0=0.00001;
E0=0.01;
E1_0=0.01;
t_mod=[0 10000];
[t,y]=ode45(@f,t_mod,[Gp0 G20 G0 E0 E1_0 X0]);
comet3(y(:,1),y(:,2),y(:,3));plot3(y(:,1),y(:,2),y(:,3));xlabel('kroxmal,
г/г');ylabel('dekstriny, г/г');zlabel('maltoza, г/г');pause;figure;
comet3(y(:,2),y(:,3),y(:,6));plot3(y(:,2),y(:,3),y(:,6));xlabel('dekstriny,
г/г');ylabel('maltoza, г/г');zlabel('glukoza, г/г');pause;figure;
comet3(y(:,3),y(:,1),y(:,6));plot3(y(:,3),y(:,1),y(:,6));xlabel('maltoza,
г/г');ylabel('kroxmal, г/г');zlabel('glukoza, г/г');pause;figure;
comet3(y(:,6),y(:,1),y(:,2));plot3(y(:,6),y(:,1),y(:,2));xlabel('glukoza,
г/г');ylabel('kroxmal, г/г');zlabel('dekstriny, г/г');pause;figure;
comet3(y(:,4),y(:,5),y(:,6));plot3(y(:,4),y(:,5),y(:,6));xlabel('b-amilaza,
г/г');ylabel('a-amilaza, г/г');zlabel('glukoza, г/г');pause;figure;
comet3(y(:,3),y(:,4),y(:,6));plot3(y(:,3),y(:,4),y(:,6));xlabel('maltoza,
г/г');ylabel('b-amilaza, г/г');zlabel('glukoza, г/г');pause;figure;
function dydt=f(t,y)
```

```

a=0.01;l=0.5;l1=2;k=1;k1=4;mu=4;mu1=2.3;L=0.09;L1=0.6;K1=0.1;K=1;E0
=0.04;E10=1.3;al=0.005;
mu0=0.2;al1=0.2;mu2=1;N=0.05;N1=0.1;beta=1;beta1=1;
dydt=zeros(6,1);
dydt(1)=a-l*y(4)/(1+y(4))*y(1)/(1+y(1)+y(2));
dydt(2)=k*y(5)/(L+y(5))*y(1)/(K+y(1)+y(2))-
l1*y(4)/(L1+y(4))*y(2)/(K1+y(2)+y(3));
dydt(3)=k1*y(4)/(L1+y(4))*y(1)/(K1+y(1)+y(3))-
mu*(y(2)*y(3))/(1+y(3)+mu2*y(2));
dydt(4)=E0*y(1)/(beta+y(1))*y(6)*N/(N+y(2)+y(3))-al*y(4);
dydt(5)=E10*y(2)/(beta1+y(2))*y(6)*N1/(N1+y(2)+y(3))-al1*y(5);
dydt(6)=mu1*y(6)*y(3)/(1+y(3)+mu2*y(6))-mu0*y(6);

```

2. Синергетичне керування

В основі синергетичних процесів лежить принцип підпорядкування, згідно якого вихідна система може бути представлена у вигляді деякої складної ієрархічної системи, що складається із сокупності динамічних підсистем. Ці підсистеми підпорядковані одна одній і знаходяться між собою в певному динамічному взаємозв'язку. В математичному плані принцип підпорядкування базується на методі адіабатичного наближення або, говорячи мовою нелінійної механіки, на ідеї розділення вихідної системи на повільні і швидкі підсистеми. При цьому здійснюється процедура адіабатичного виключення змінних з характерними тимчасовими масштабами. Окрім принципу підпорядкування, для синергетики важливе значення має таке поняття як параметри порядку. Виявим зміст цих основних понять синергетики на конкретному прикладі нелінійної системи другого порядку:

$$x_1'(t) = \lambda_1 x_1 - x_1 x_2;$$

$$x_2'(t) = -\lambda_2 x_2 + x_1^2,$$

де $\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 > 0$.

Такими диференціальними рівняннями описується ряд процесів в фізиці, хімії, екології, та інше. Припустим, що коефіцієнт λ_1 дуже малий і $\lambda_2 \gg |\lambda_1|$. Тоді якщо змінні x_1 і x_2 малі, тобто можна знехтувати квадратичною формою x_1 і x_2 , то змінна x_1 буде змінюватись дуже повільно. З другого рівняння видно, що приріст x_2 визначається членом x_1 , а так як змінна x_1 змінюється дуже повільно можна чекати, що і x_2 буде змінюватися також досить повільно. Оскільки $\lambda_2 > 0$ і набагато більше λ_1 , то похідною $x_2'(t)$ можна знехтувати в порівнянні з величиною $\lambda_2 x_2$. Показаний наближений аналіз математичних властивостей вихідної системи диференціальних рівнянь по суті означає, що ця система може бути представлена повільною підсистемою, такою що описується першим рівнянням, і швидко підсистемою, описується другим рівнянням. Зміну поведінки швидкої і

повільної підсистем визначається перехідними процесами, тривалість яких можна оцінити наступними нерівностями:

$$r_2 \approx \lambda_2^{-1} \ll r_1 \approx \lambda_1^{-1}$$

Ця нерівність і описані вище думки дозволяють припустити $x_2'(t) \approx 0$ тобто запишемо вихідне рівняння у вигляді

$$x_1'(t) = \lambda_1 x_1 - x_1 x_2$$

$$x_2'(t) = -\lambda_2 x_2 + x_1^2,$$

Звідси випливає вираз $x_2 \approx \frac{x_1^2}{\lambda_2}$, підставивши яке в перше рівняння, отримаємо

$$x_1'(t) \approx \lambda_1 x_1 - \frac{x_1^3}{\lambda_2}.$$

Тепер вже поведінка вихідної системи визначається в основному еволюцією повільної підсистеми, яка якби керує швидкою підсистемою, при цьому змінна x_2 підпорядковується змінній x_1 системи. Тому що повільна зміна x_1 , до якої підлаштовується швидка змінна x_2 , і називається параметром порядку. В багатовірних системах параметр порядку x_1 може бути підпорядковане дуже великому числу інших змінних. Це і дозволяє принципово спростити складну задачу, а саме: дослідити лише одне рівняння відносно x_1 , а потім виразити всі інші змінні через x_1 на основі принципу підпорядкування. В загальному випадку в складній багатовимірній системі таких параметрів порядку може бути декілька, але це часто невелике число, суттєво менше розмірності вихідної системи. До цих колективних змін – параметрам порядку підстроюється інші змінні, які можна виключити при описі макроскопічної поведінки системи. А саме невелике число рівнянь для виявлених параметрів порядку дозволяє дослідити макроскопічні властивості вихідної нелінійної динамічної системи. В цьому випадку для багатовимірних систем вдається знайти автомодельні(самоподібні) рішення, характерні тільки для далеких від положень рівноваги стану. Відмінною особливістю систем з описаними властивостями є «забування» початкових умов і формування нерівноважних структур. А саме нерівноважність може

служити причиною упорядкування, тобто самоорганізації нелінійної динамічної системи[37, 39, 41, 44, 47].

Отже, основоположним поняттям синергетики є принцип підпорядкування і параметри порядку. Виявляється, що між втратою стійкості системи в лінійному наближенні, виникнення параметрів порядку принципу підпорядкування не існує важливо внутрішній взаємозв'язку. В результаті зміни параметрів управління нелінійна система може втратити стійкість в лінійному наближенні. Для розглянутої тут системи другого порядку управління є коефіцієнт λ_1 , в результаті зміни якого $\text{Re}(\lambda_1)$ може стати дуже малою величиною або змінити знак і тим самим стати причиною нестійкості системи в лінійному наближенні. В таких випадках застосуємо принцип підпорядкування. Звідси випливає, що в тих точках, в яких відбуваються структурні зміни, поведінка системи визначається тільки параметрами порядку. Зв'язок між принципом підпорядкування, параметра порядку і втратою стійкості в лінійному наближенні дозволяє виявити загальні аналогії властивості самоорганізації при макроскопічній поведінці різних по своїй природі нелінійних динамічних систем. Необхідно відмітити, що адіабатичний підхід, викладений на прикладі нелінійної системи другого порядку, не є принципово новим і вже достатньо давно використовується в нелінійній механіці, хімії, з метою спрощення досліджень вихідних складних систем. Такого роду підхід заснований на властивостях редукції і математичному відношенні зв'язані з методами малого параметру при похідних в теорії нелінійних диференціальних рівнянь. Ці підходи є поясненням принципу підпорядкування – базового принципу синергетики. На цьому принципі побудована теорія самоорганізації нелінійної динамічної системи.

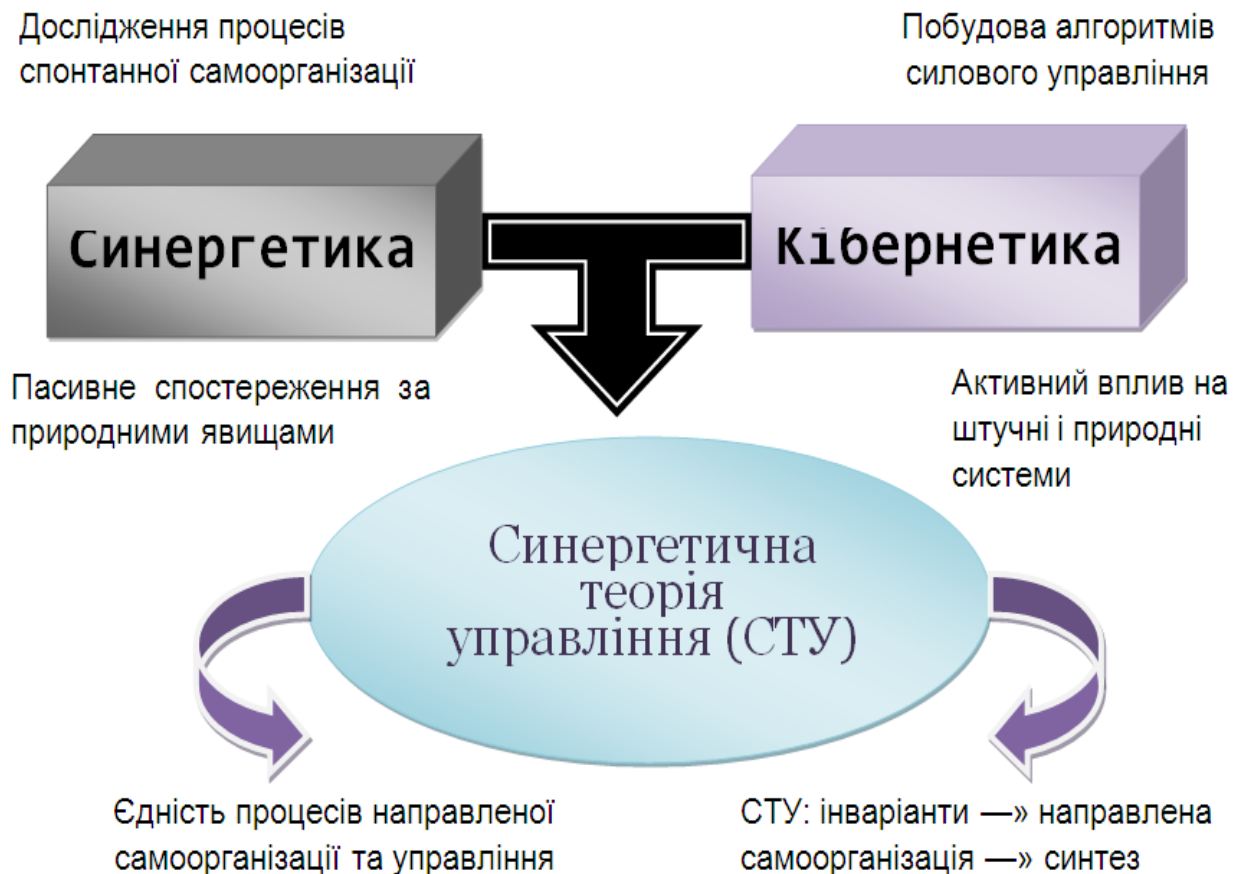


Рис. 5 Структурна схема СТУ

2.1 Концептуальні положення синергетичної теорії управління

Сучасна теорія управління досить успішна засвоїла методи досить грубої зовнішньої дії на різні технічні об'єкти. Виникає необхідність створення способів формування внутрішніх сил взаємодії, які могли б створити в фазовому просторі системи стійкі до десепативних структур, адекватні фізичної (хімічно, біологічної) сутності відповідної системи.

Останні результати загальної теорії розвитку і синергетики, дозволяють сподіватись, що теорія управління, як і інші науки, здатна прямувати природнім шляхом з метою переходу на нові концептуальні основи. В цьому зв'язку представляється досить перспективне для розвитку сучасної теорії автоматичного управління здійснити спробу переносу базових властивостей синергетичних систем на конструктивні системи управління нелінійними динамічними об'єктами. Для такого переносу виділим такі властивості

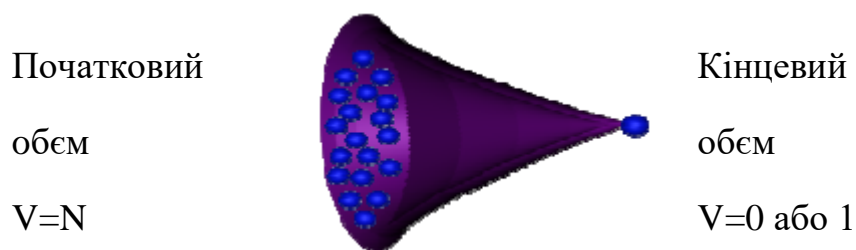
синергетики, принципово важливі для формування основ синергетичної теорії управління.

Процеси самоорганізації систем різної природи мають наступні признаки: по-перше, рух системи повинен протікати в нелінійній області її простору; по-друге, відкритість (розімкнутість) системи, що рівносильно обміну енергією з зовнішнім середовищем; по-третє, кооперативність, когерентність протікаючих в системі процесів; по-четверте, наявність нерівноважної термодинамічної ситуації, згідно якій приток енергій до системи повинен бути достатній не тільки для погашення росту ентропії, але і для її зменшення, що посилює порядок в системі. Виділені чотири основні признаки самоорганізації показують, що синергетика має справу з неklasичними процесами явищами фізики, в тому числі і теорії управління.

Для використання методів синергетик в теорії управління необхідно задовільнити вказаним чотирьом признакам самоорганізації. Із них першочерговим в концептуальному плані є другий признак, тобто відкритість системи, без виконання конкретного забезпечить інші признаки принципово неможливо. В цьому зв'язку виникає важливе питання про те, до якого виду слід відносити систему автоматичного управління: до ізольованих або відкритих системам (в термодинамічному сенсі). Відповідь на це питання таке. В вихідній постановці стандартної задачі управління систем описуються диференціальними рівняннями об'єкта, в зміст яких входять деякі зовнішні сили, що складаються тільки управляючих $u(t)$, задаючих $q(t)$, збурюючих $M(t)$ дій. Об'єкт по діям цих сил може здійснити відповідні рухи. Однак таке формування задачі управління ще не достатнє для виникнення явища самоорганізації. З метою переходу від описаної системи «об'єкт – зовнішні сили» до управління самоорганізації необхідно ці сили необхідним чином виключити. Для цього, очевидно, слід розширити вихідні управління системи «об'єкт – зовнішні сили» таким чином, щоб включені в управління системи зовнішні сили виявилися для неї внутрішніми. Тоді для нової, розширеної системи її управління можуть стати рівняння самоорганізації,

тобто в результаті вказаного розширення можна перейти від організації системи до її самоорганізації[9,11].

А саме, такого роду розширення, по суті, і проходить при відповідному твердженні проблеми синтезу систем управління, яка складається в законі управління $u(x_1, \dots, x_n)$ в функції координат стану системи. Ці закони, є рівняннями регулятора, повинні забезпечити бажані динамічні властивості замкнутої системи «об'єкт – закон управління (регулятор)». Тоді по відношенню до нової, розширеної системи («об'єкт – регулятор») необхідно примінити співвідношення, що характеризують процес самоорганізації у відповідності з виділеними вище ознаками. Іншими словами, вихідна система, що складається із деякого динамічного об'єкта і діючи на нього зовнішніх сил (управляючих, задаючих, збуджуючих дій), в результаті замикання прямими і оберненими зв'язками перетворюється в нову, розширену систему при цьому першочергові дії, попередні зовнішні сили по відношенню до вихідного об'єкта стають розширеною системою. Така система дійсно стає відкритою (в термодинамічному сенсі) і через неї буде протікати енергія або інформація від відповідного джерела. Носіями енергії або інформації як раз і будуть синтезовані управлінням.



Отже, для застосування синергетичного підходу, заснованого на кооперативних процесах самоорганізації, в проблемах управління необхідно перейти від вихідної задачі управління, включаючи в себе управління об'єктом і зовнішніх сил (у вигляді управляючих, задаючих і збуджуючих дій), до розширеної постановки задачі таким чином, щоб вказані сили стали внутрішніми взаємодіями замкнутої системи.

Для цього слід представити зовнішні задаючі $q(t)$ і збуджуючі $M(t)$ як приватні рішення деяких додаткових диференціальних рівнянь і тим самим

здійснює їх «введення» в загальну структуру системи. Потім цю проблему управління необхідно вже сформулювати як задачу пошуку законів взаємодії між компонентами розширеної системи, що забезпечує виникнення в ній процесів самоорганізації. Конкретно ця проблема зводиться до синтезу відповідних законів замкнутого управління $u(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_r)$ в функції координат стану розширеної системи. Тоді шляхом підведення енергії або речовини в такій розширеній системі можна створити, нерівноважну ситуацію, необхідну для виникнення управляючих процесів самоорганізації. А саме вказане розширення вихідної системи і формування рівнянь самоорганізації дозволяє встановити зв'язок між методами синергетики і проблемою синтезу нелінійних систем управління. Звідси випливає, що синергетична теорія управління – це, перед усім, теорія синтезу систем замкнутого управління на основі формування взаємопогоджуваних, кооперативних процесів в системах різної природи. Сформулюємо, тепер базові положення синергетичної теорії управління.

По-перше, в синергетичних системах процеси самоорганізації базових дисипативних структур (атрактор) відбувається зменшення числа степенів свободи, шляхом виділення лише деяких координат, до яких присвоюється всі інші. А саме ці виділені зміни і визначають основні особливості динаміки системи, і тому вони отримали назву параметри порядку. Вказані параметри порядку дозволяють виявити закономірності в поведінці нелінійних динамічних систем на основі побудованих ієрархічних базових спрощених (агрегованих) моделей, включаючих взаємозв'язок лише деяких змінних. По іншому кажучи, в лінійних дисипативних системах в результаті самоорганізації відбувається динамічна декомпозиція фазового простору, що приводить до виділення параметрів порядку – макрозмінних, до яких підлаштовуються інші координати системи. Очевидно, що утворення параметрів порядку супроводжується процесом стиснення об'єму (площі) у фазовому просторі систем.

По-друге, наслідком процесу самоорганізації є утворення атракторів – інваріантних різноманітностей, до яких притягуються траєкторії системи. І така поведінка системи дозволяє поставити питання про направлення процесів, про їх цілі. Вказані атрактори мають розмірність, завжди меншу розмірність вихідної системи, що означає «втрату» початкових умов, звідки починається траєкторія руху до атрактору. Наслідком цього є утворення інваріантних рішень нелінійних диференціальних рівнянь системи.

По-третє, кожний атрактор має свою область притягання в фазовому просторі і тому можна виділити границю, розділяючу ці області. Тоді достатньо малі зміни початкових умов, що знаходяться поблизу вказаної границі, може призвести якісно різної поведінки всієї нелінійної системи. Це буде означати, що діє на система достатньо малими силами, узгодженні з її внутрішніми властивостями, можна забезпечити якісно нову поведінку нелінійної системи на відстанні від її положення рівноваги. При цьому часто виявляється, що тривалість амплітуди таких дій менш важливі, чим їх відповідним внутрішніми властивостями системи, що визначається типовою структурою атракторів. Такі незвичайні властивості, що пояснюються ефектом самоорганізації в десепативних системах, відкриває нові можливості у вирішенні задачі управління нелійними динамічними об'єктами різної природи.

Виділені тут основні принципи і властивості синергетичних систем мають першочергове значення для синергетичної теорії управління. Розуміється, що при цьому виникає непроста проблема переходу від синергетичних принципів до кількісних співвідношень, наприклад, при вирішенні відомій своєю складністю сучасної фундаментальної проблеми синтеза нелінійних динамічних систем. Безпосереднє застосування викладених вище загальнонаукових фундаментальних концепцій синергетики в задачах управління нелійними динамічними об'єктами є досить непростою проблемою, зв'язаною з іншими важливими обставинами. По-перше, методи синергетики відображають явно цілісний підхід, який поки

не займає головне значення в теорії автоматичного управління і в певній мірі навіть суперечить традиційним напрямкам. По-друге, введення методів синергетики невідворотно приводить до необхідності переходу на нову базову мову науки – мова інваріантів яких хоча і лежить в основі класичного знання.

Викладені тут обставини приводять до повного розгляду основної проблеми сучасної теорії управління, а також вивчення переваг і недостатків існуючих підходів до її вирішення. І тільки виявивши принципові труднощі в подальшому розвитку цієї проблеми, можна перейти до формулювання синергетичних основ нелінійної теорії автоматичного управління. Є підстави сподіватися, що синергетичний підхід дозволить створити теорію синтезу систем управління нелінійними об'єктами різної природи, що має наукове обґрунтування як застосування фундаментальних принципів збереження в проблемах управління [17, 18, 20].

Загальний вигляд нелінійних дифузійних рівнянь

Аналіз динаміки фізичних та технічних систем при випадкових зовнішніх впливах зводиться до дослідження імовірнісних і статистичних властивостей розв'язків систем диференціальних рівнянь, обурених випадковими процесами. У досить загальному випадку такі системи описуються рівнянням

$$\frac{dx_t}{dt} = a(x_t, u(t), t) + \sum(x_t, t)r_t, x_0 = x(0, \omega) \quad (2.1)$$

де $x_t \in \mathfrak{R}^n$ – вектор стану системи; $u(t): [0, T] \rightarrow \mathfrak{R}^k$ – керуючий не випадковий вплив; $r_t = r(t, \omega): [0, T] \times \Omega \rightarrow \mathfrak{R}^m$ – стохастичне збурення, що представляє собою векторний випадковий процес; $a(x, u, t): \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^k \times [0, T] \rightarrow \mathfrak{R}^n$ і $\sum(x, t): \mathfrak{R}^n \times [0, T] \rightarrow \mathfrak{R}^{n \times m}$ – матричні функції своїх аргументів; $x_0 \in \mathfrak{R}^n$ – випадковий вектор початкових умов. Рівняння (2.1) розглядається на деякому ймовірнісному просторі $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$.

До дослідження систем рівнянь виду (2.1) зводиться рішення широкого класу задач статистичної механіки, електродинаміки, теорії управління,

фінансової математики, кінетики та ін. Перша така задача була розглянута Л. Башельє [24] в зв'язку з вивченням одновимірного броунівського руху частки. Результати Л. Башельє були узагальнені А. Ейнштейном і М. Смолуховським [13] на випадок багатовимірного броунівського руху. Більш широку постановку задачі про стохастичних динамічних системах можна знайти в роботі А.А. Андронова, А.А. Вітта і Л.С. Понтрягіна. Ці фундаментальні роботи поклали початок статистичному опису динамічних систем, що отримав в даний час розвиток і широке застосування.

Кореляційні або спектральні властивості рішень рівнянь виду (2.1) істотно залежать від взаємозв'язку динамічних характеристик системи та частотних властивостей, що обурює, випадкового процесу. Якщо смуга пропускання динамічної системи (2.1) на вході значно вужча смуги частот рівномірності спектру стаціонарного збурюючого процесу r_t , то цей процес може вважатися білошумним щодо даної системи, т. тобто маючи постійну спектральну щільність у діапазоні частот, істотному для динаміки системи (2.1).

Як відомо, білошумний процес є узагальненим випадковим процесом з δ -образної кореляційною функцією і постійної спектральною щільністю у всьому частотному діапазоні, тобто $R_r(\tau) = I\delta(\tau), S_r(\omega) = \delta(\tau)$ - узагальнена δ -функція Дірака; I - одинична матриця (тут мова йде про векторному білому шумі з незалежними компонентами).

Поняття ієлошумності випадкового процесу умовно. Один і той же випадковий процес може вважатися білошумним щодо однієї динамічної системи і небілошумним ("кольоровим") щодо іншої, що має більш широку смугу пропускання. Стратоновичем була запропонована наступна параметризована модель білошумного випадкового процесу. Введемо малий параметр $\mu > 0$ таким чином, що $r_t = \frac{1}{\mu} \xi_{\frac{t}{\mu^2}}$, де $\xi \in \mathfrak{R}^m$ - стаціонарний гауссівський процес з кореляційною функцією $R_\xi(\tau)$ такою, що $\int_{-\infty}^{\infty} R_\xi(t, t + \tau) d\tau = I$, спектральною щільністю $S_\xi(\omega)$. Тоді процес r_t матиме кореляційну

функцію $R_r(\tau)$ і спектральну щільність $S_r(\omega)$ такі, що при $\mu \rightarrow 0$: $R_r(\tau) = \frac{1}{\mu^2} R_\xi\left(\frac{\tau}{\mu^2}\right) \rightarrow I\delta(\tau)$, $S_r(\omega) = S_\xi(\mu^2\omega) \rightarrow S_\xi(0)$, тобто буде наближатися за властивостями до білого шуму.

Система диференціальних рівнянь (2.1) для параметризованих таким чином випадкових збурюючих процесів приймає вигляд

$$\frac{dx_t}{dt} = a(x_t, u(t), t) + \sum(x_t, t) \frac{1}{\mu} \xi_{\frac{t}{\mu^2}}, x_0 = x(0, \omega) \quad (2.2)$$

При досить малому μ , процес $\frac{1}{\mu} \xi_{\frac{t}{\mu^2}}$ може вважатися білошумним щодо даної динамічної системи, так як смуга частот рівномірності спектру, що обурює процесу $\frac{1}{\mu} \xi_{\frac{t}{\mu^2}}$ необмежено розширюється за $\mu \rightarrow 0$, а смуга пропускання системи залишається незмінною.

Якщо смуга пропускання системи (2.1) недостатньо вузька щодо смуги рівномірності спектру, що обурює процесу r_t , то білошумна апроксимація цього процесу є не адекватною вихідної постановці завдання стохастичної динаміки. У зазначених випадках виявляється істотним облік "кольоровості" процесу r_t , для цього, наприклад, спектральна щільність цього процесу представляється або апроксимується наступним чином:

$$S_r(\omega) = H_r(i\omega)H_r(-i\omega) = \frac{F_r(i\omega)F_r(-i\omega)}{A_r(i\omega)A_r(-i\omega)} \quad (2.3)$$

Де $H_r(p) = F_r(p)/A_r(p)$ - передавальна функція стійкої системи, тобто $F_r(p)$ - діагональна матриця, що складається з поліномів кінцевого ступеня m ; $A_r(p)$ - гурвіцем поліном кінцевого ступеня n ($m < n$), а i - уявна одиниця.

Відомо, що спектральною щільністю (2.3) мають усталені вихідні процеси лінійної стохастичною системи, представленої в просторі станів у вигляді

$$\frac{dz_t}{dt} = \tilde{A}_r z_t + \tilde{F}_r f_t, r_t = H z_t, \quad (2.4)$$

Для матриць $\tilde{A}_r, \tilde{F}_r, H$ якої справедлива рівність

$$H_r(p) = H(pI - \tilde{A}_r)^{-1} \tilde{F}_r = \frac{F_r(p)}{A_r(p)}$$

де f_t - білошумний процес ; I – одинична матриця.

Наведемо найпростіший приклад випадкового процесу z_t в одновимірному випадку. Нехай $\tilde{A}_r = a < 0$, $\tilde{F}_r = b$, $N = 1$. Перепишемо рівняння (2.4) у формі одновимірного стохастичного диференціального рівняння Іто з урахуванням обраних параметрів:

$$dr_t = ar_t dt + bdf_t,$$

де f_t - скалярний стандартний вінерівський процес. Обчислимо кореляцію випадкового процесу r_t (він називається випадковим процесом Орнштейна-Уленбека) скориставшись формулою:

$$M\{r_t r_s\} = \frac{b^2}{2|a|} e^{-|a|*|t-s|}.$$

Таким чином випадковий процес r_t , є експоненціально корельованих, тобто є кольоровим шумом.

Обчислимо спектральну щільність процесу r_t , за формулою (1.3):

$$S_r(\omega) = \frac{b^2}{|a|^2 + \omega^2} = \frac{b}{|a| + i\omega} \cdot \frac{b}{|a| - i\omega}.$$

Зіставляючи отримані результати з формулою (2.3) маємо

$$H_r(i\omega) = \frac{b}{|a| + i\omega}, F_r(i\omega) = b, A_r(i\omega) = |a| + i\omega.$$

Система (2.4) називається формує фільтром процесу r_t , який може бути заданий також у операторної формі:

$$r_t = H_r(D)f_t,$$

де $D = d/d_t$ - оператор диференціювання, або в інтегральній формі:

$$r_t = \int_{-\infty}^t h_r(t - \tau) f_t dt,$$

де $h_r(t)$ - оригінал $H_r(p)$:

$$\int_0^{\infty} h_r(t) e^{-pt} dt = H_r(p).$$

Якщо розширити систему рівнянь (2.1), доповнивши її рівняннями (2.4), то математичний опис динамічної системи зводиться до стохастичною системі диференціальних рівнянь з білошумним збуренням [18, 24].

Таким чином, досить універсальною математичною моделлю, що описує стохастичну динаміку систем, є модель нелінійної системи диференціальних рівнянь, обурених векторним білошумним випадковим процесом

$$\frac{dx_t}{dt} = a(x_t, u(t), t) + \sum(x_t, t)f_t, x_0 = x(0, \omega). \quad (2.5)$$

де збережені всі позначення формули (2.1). Корельованих обурення r_t замінено білим шумом футів f_t .

Необхідно відзначити, що білошумний процес є узагальненим випадковим процесом з нескінченною дисперсією. Тому перетворень, що включає в себе білошумний процес, слід надавати точний математичний сенс.

Відомо, що системі рівнянь (2.5) можна надавати різний математичний сенс, наприклад, сенс стохастичних диференціальних рівнянь Іто або стохастичних диференціальних рівнянь Стратоновича (див. розділ 1), які найбільш часто зустрічаються в літературі. При цьому в ряді випадків у ході аналітичних обчислень систему рівнянь виду (2.5) буває зручно приводити до рівнянь Іто. У той же час іноді формою рівнянь, адекватної математичному опису конкретних фізичних або технічних систем, є рівняння Стратоновича. Оскільки ці рівняння переводяться один в одного, то при математичному моделюванні динамічних стохастичних систем можливо їх розумне поєднання.

Випадкові процеси

Сімейство випадкових величин, що параметризується параметром t , що інтерпретується як час, називатимемо випадковим процесом і позначати $\xi_t = \text{det} \xi(t, \omega) \in X \in R^1$, де $t \in T \in R^1$ - часовий параметр; T - множина визначення, а X - множина значень випадкового процесу ξ_t . Область визначення T випадкового процесу може бути, наприклад, кінцевим,

напівбезкінечним або нескінченним інтервалом числової прямої. У цих випадках функція $\xi(t, \omega)$ називається випадковим процесом з безперервним часом. Якщо T містить кінцеву чи визначену множину елементів

$t_k \in T : t_k < t_{k+1}; k = 0, 1, 2, \dots$, то ξ_t називається випадковим процесом з дискретним часом, або випадковою послідовністю.

Випадковий процес $\xi(t, \omega)$ вважається повністю заданим, якщо задані його скінченномірні розподіли - набір функцій, які визначені для будь-кого $k \geq 1$ співвідношеннями

$$F_{\xi}(A_1, \dots, A_k, t_1, \dots, t_k) = P\{\bigcap_{j=1}^k \{\xi(t, \omega) \in A_j\}\},$$

де $t_1, \dots, t_k \in T; A_1, \dots, A_k$ - борелеві множини з області X значень процесу $\xi(t, \omega)$.

Справедливе наступне твердження А. Н. Колмогорова:

Нехай функції $F_{\xi}(A_1, \dots, A_k, t_1, \dots, t_k)$ визначена при $t_1, \dots, t_k \in T; A_1, \dots, A_k \in B(X)$. Тоді для існування такого випадкового процесу $\xi(t, \omega)$, скінченномірними розподілами якого є функції $F_{\xi}(A_1, \dots, A_k, t_1, \dots, t_k)$, необхідно і достатньо, щоб ці функції при $k \geq 1$ задовольняли наступним умовам:

1. $F_{\xi}(A_1, \dots, A_k, t_1, \dots, t_k)$ - спільна функція розподілу до випадкових величин при фіксованих t_1, \dots, t_k .
2. Для будь-якої перестановки i_1, i_2, \dots, i_k чисел $1, 2, \dots, k$

$$F_{\xi}(A_1, \dots, A_k, t_1, \dots, t_k) = F_{\xi}(A_{i_1}, \dots, A_{i_k}, t_{i_1}, \dots, t_{i_k})$$
3. $F_{\xi}(A_1, \dots, A_{k-1}, X, t_1, \dots, t_k) = F_{\xi}(A_1, \dots, A_{k-1}, t_1, \dots, t_{k-1})$

В якості імовірнісного простору можна узяти (Ω, F, P) ,

де Ω - множина усіх функцій $\omega(t) : T \rightarrow X$; F - σ -алгебра, вироджена циліндричними множинами $\{\omega : \omega(t) \in A_1, \dots, \omega(t) \in A_k\}$ де $C(A_1, \dots, A_k, t_1, \dots, t_k)$; міра P визначає співвідношенням

$P\{C(A_1, \dots, A_k, t_1, \dots, t_k)\} = F_\xi(A_1, \dots, A_k, t_1, \dots, t_k)$. Тоді випадковий процес $\xi(t, \omega)$ на уявному просторі (Ω, F, P) визначається рівністю $\xi(t, \omega) = \omega(t)$.

Скінченномірні щільності розподілені $p_\xi(x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k)$ процесу $\xi(t, \omega)$ представляються рівністю

$$F_\xi(A_1, \dots, A_k, t_1, \dots, t_k) = \int \dots \int p_\xi(x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k) dx_k \dots dx_1$$

Функція $\xi(t, \omega)$ при фіксованому ω називається вибірковою функцією (траєкторією, реалізацією) випадкового процесу.

Випадковий процес називається гаусом, якщо його кінцевомірні щільності розподілу має вигляд

$$p_\xi(x_1, \dots, x_k, t_1, \dots, t_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \det(K)}} \exp\left(-\frac{(x-m)^T K^{-1} (x-m)}{2}\right)$$

де $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)^T$; $m = (m_1, m_2, \dots, m_k)^T$; m_i $\det M\{x_i\}$; K - симетрична, позитивно визначена матриця; $\det(K)$ - визначник матриці K .

Можливо також загальніше визначення гауса випадкового процесу за допомогою його скінченномірних розподілів.

Випадковий процес ξ_t заданий на безлічі T називається стаціонарним у вузькому сенсі, якщо для будь-якого $n \geq 1$ і будь-яких моментах t_1, t_2, \dots, t_n таких, що $t_i + t \in T$, $i=1, \dots, n$ спільні функції розподілу або щільності розподілу сукупності випадкових величин $\xi_{t_1+t}, \dots, \xi_{t_n+t}$ не залежать від t .

Очевидно, що для стаціонарного у вузькому сенсі випадкового процесу ξ_t маємо, що $M\{\xi_t\}$ - постійна, $R_\xi(t_1, t_2) = R_\xi(t_1 - t_2)$, $D\{\xi_t\} = R_\xi(0)$

Проте виконання цих умов для випадкового процесу ξ_t , взагалі кажучи, не гарантує його стаціонарності у вузькому сенсі. Тому процеси ξ_t , що задовольняють умовам 1 - 3, називаються стаціонарними в широкому сенсі. Поняття стаціонарності в широкому і вузькому сенсі опиняється еквівалентним тільки на класі гаусовських процесів [19, 21].

Відомо, що для того щоб функція $R_\xi(t)$ була кореляційною функцією стаціонарного в широкому сенсі випадкового процесу ξ_t , що задовільняє

умові $M \{(\xi_{t-T} - \xi_t)^2\} \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$, необхідно і достатньо, щоб було допустимо представлення

$$R_\xi(t) = \int e^{it\omega} dF_\xi(\omega)$$

де $F_\xi(\omega)$ - будь-яка додатня обмежена монотонно зростаюча функція, неперервна зліва.

Функція $F_\xi(\omega)$, що входить в представлення кореляційної функції $R_\xi(\omega)$ стаціонарного в широкому сенсі випадкового процесу ξ_t називається спектральною функцією. Якщо $F_\xi(\omega)$ абсолютно неперервна і допустимо представлена

$$F_\xi(\omega) = \int S_\xi(\omega) dv$$

то $S_\xi(\omega)$ називається спектральною платністю процесу ξ_t .

Пояснимо фізичний сенс спектральної функції. Нехай ξ_t інтерпритується як електричний струм, уявний у виді "кінтинувальної суми" гармонійних коливань з випадковими амплітудами. Тоді приріст $F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)$, $\omega_2 > \omega_1$ рівно середньою потужності, що розсіюється гармоніками, частоти яких лежать в напівінтервалі (ω_1, ω_2) .

Спектральна функція може бути відновлена по кореляційної функції. Так, якщо ω_1 і ω_2 - точки безперервності спектральної функції $F_\xi(\omega)$, то справедливе співвідношення

$$F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{e^{-it\omega_1} - e^{-it\omega_2}}{it} R_\xi(t) dt$$

де інтеграл в правій частині розуміється в сенсі середнього значення.

В точках розриву спектральної функції $F_\xi(\omega)$ співвідношення залишається справедливим, якщо в ліву частину його замість $F_\xi(\omega)$ підставити $\frac{1}{2} (F_\xi(\omega + 0) - F_\xi(\omega))$.

Якщо кореляційна функція $R_\xi(t)$ абсолютно інтегрована на інтервалі $\int R_\xi(t)dt$, то існує спектрально щільність процесу ξ_t , яка визначається рівністю

$$S_\xi(\omega) = \int e^{-it\omega} R_\xi(t)dt$$

Випадковий процес визначений при усіх $t \in [0, T]$, називається безперервним у момент часу $t_1 \in [0, T]$, у одному з наведених вище імовірнісних сенсів, якщо справедливо граничне співвідношення $\xi_t \rightarrow \xi_{t_1}$ при $t \rightarrow t_1$ що розуміється відповідному імовірнісному сенсі.

Вінерівські процес

Процес ξ_t називається безперервним на проміжку $[t_1, t_2]$ в цьому імовірнісному сенсі, якщо він безперервний у цьому сенсі при будь-якому $t \in [t_1, t_2]$ - Безперервність в середньому степені 2 випадкові процеси ξ_t називатимемо середньоквадратичною безперервністю.

Випадковий процес ξ_t , визначений для усіх $t \in [0, T]$, називається таким, що диференціюється у момент $t \in [0, T]$ у одному з імовірнісних сенсів, якщо існує права частина граничного співвідношення $(\xi_{t+\Delta} - \xi_t)/\Delta \rightarrow d\xi_t/dt$ при $\Delta \rightarrow 0$, що розуміється у цьому імовірнісному сенсі. Процес ξ_t називатимемо диференційованим на проміжку $[t_1, t_2] \cap [0, T]$ у цьому імовірнісному сенсі, якщо він диференціюємо в цьому сенсі при усіх $t \in [t_1, t_2]$.

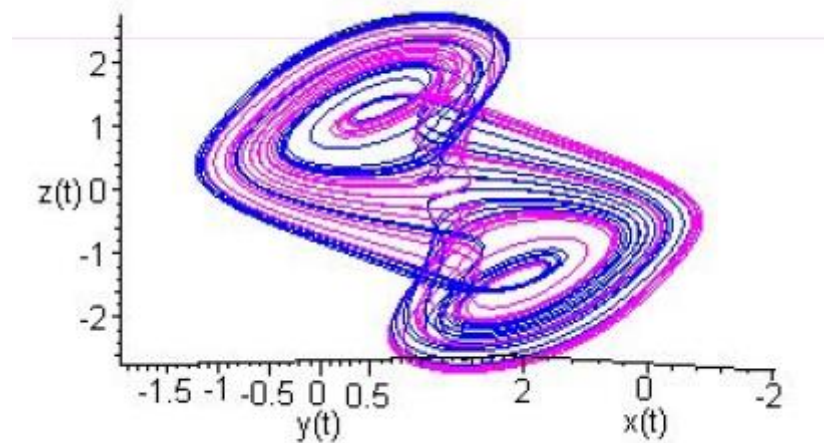
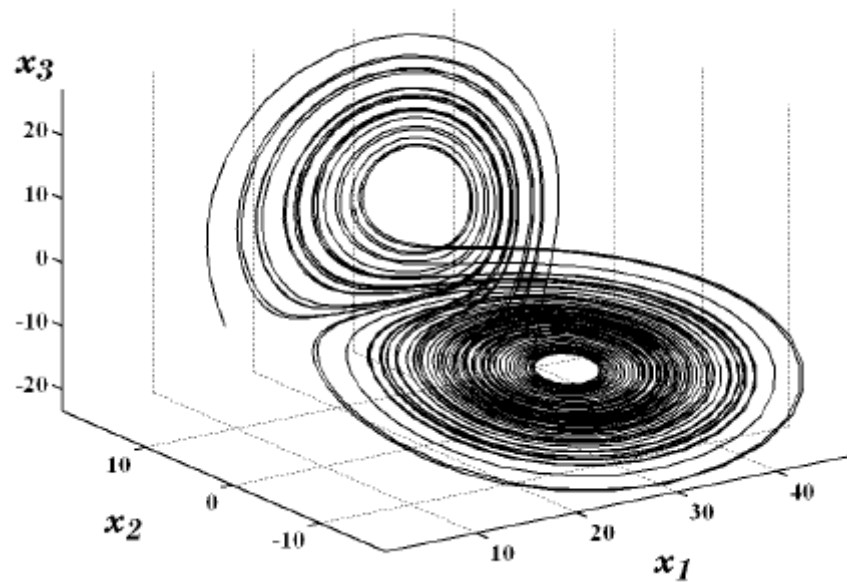
Випадковий процес ξ_t , визначений на проміжку $[0, T]$, називається процесом з незалежними приростами, якщо для будь-яких $t_0, t_1, \dots, t_k \in [0, T]$ таких що $0 < t_0 < t_1 < \dots < t_k < T$, випадкові величини $\xi_{t_0}, \xi_{t_1} - \xi_{t_0}, \dots, \xi_{t_k} - \xi_{t_{k-1}}$ стохастичні незалежні в сокупності.

Особливу роль в подальшому викладі гратимуть вінерівські випадкові процеси, що відносяться до класу процесів гаусів з незалежними приростами. Приведемо визначення і розглянемо властивості цих процесів.

Випадковий процес $f_t \in R^1$ з незалежними приростами, визначений при усіх $t \in [0, T]$ називатимемо вінерівським, якщо він задовольняє умовам:

1. $M \{f_t\} = 0$
2. $M \{(f_{t_2} - f_{t_1})^2\} = \sigma_f^2 |t_2 - t_1|, \sigma_f^2 > 0$
3. Процеси $f_t, f_{t_2} - f_{t_1}$ мають нормальне розподілення при всіх $t_1, t_2 \in [0, T]$.

Приклади дивних атракторів:



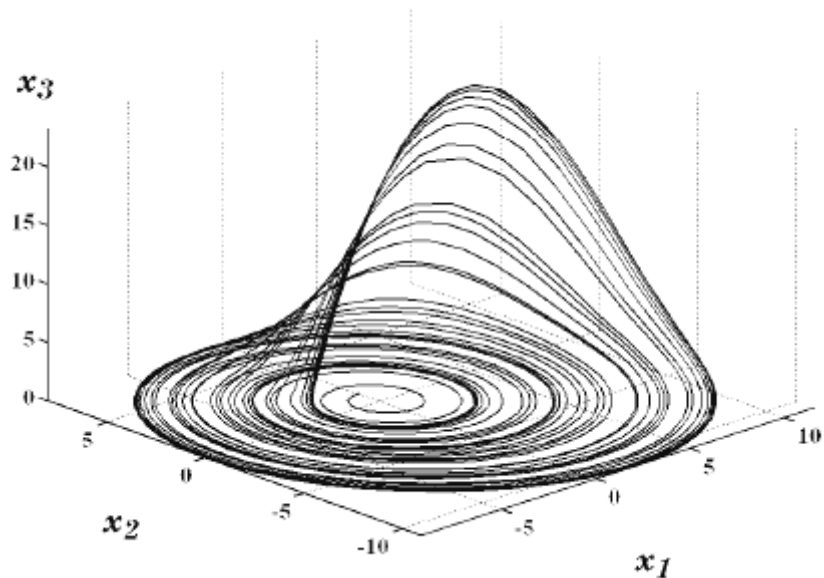
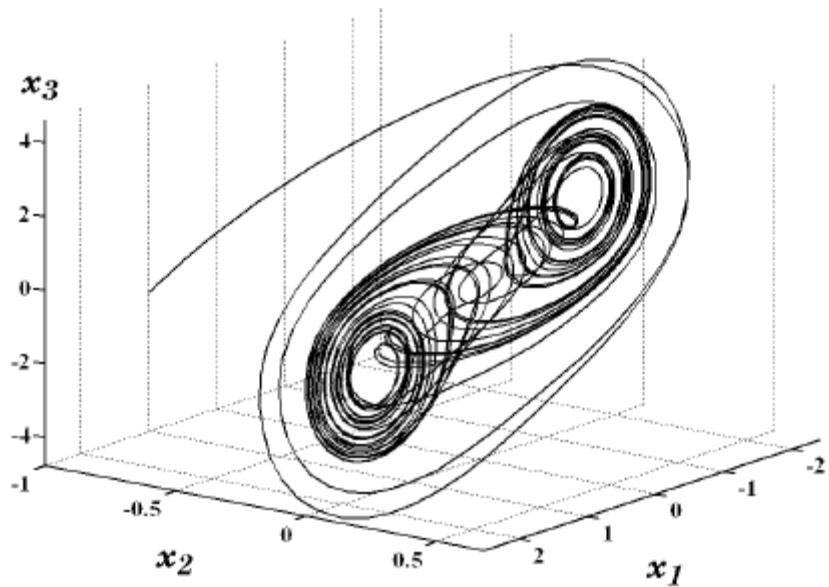


Рис. 6 Дивні атрактори

2.4 Модель Лоренца

Розглянемо вплив випадкових величин на прикладі числового дослідження стохастичного збурення на трьохвимірну дискретну модель Лоренца. У зв'язку з проблемою турбулентності рідин, газів і плазми виник значний інтерес до тривимірної дискретної моделі конвективної турбулентності Лоренца, що описується наступною системою звичайних диференціальних рівнянь:

$$dx_1(t) = (-ax_1(t) + ax_2(t))dt$$

$$dx_2(t) = (rx_1(t) - x_2(t) - x_1(t)x_3(t))dt$$

$$dx_3(t) = (-bx_3(t) + x_1(t)x_2(t))dt$$

Відомо, що в системі при певному поєднанні параметрів a , r , b можуть виникати хаотичні рухи навколо двох станів рівноваги. Ці рухи можна трактувати як перехід з одного стану рівноваги в інше в результаті наростання коливань біля кожного з них. Такі коливання можуть відбуватися не тільки від одного нестійкого стану рівноваги до іншого, але і від одного нестійкого періодичного руху до іншого [22, 28, 30].

Один з таких хаотичних рухів виникає в системі при зростанні параметра r і переході його через значення 24.06 при $b = 8/3$, $a = 10.00$. Цей рух носить назву дивного атрактора Лоренца.

Виконаємо чисельне моделювання системи з допомогою метода третього порядку точності (мається на увазі метод, заснований на стандартній формулі Тейлора) при наступних початкових даних:

$t \in [0, 100.00]$, $\Delta = 5 \cdot 10^{-3}$, $b = 8/3$, $a = 10.00$. Еволюція фазових траєкторій системи на фазовій площині $(x_1(t), x_2(t))$ при $r = 19.8, 24.00, 24.10, 24.30$.

Інтенсивною є поведінка системи при дії на неї стохастичних збурень. Розглянемо таку дію збурення системи, що розуміємо як систему стохастичних диференціальних рівнянь Іто:

$$d \begin{pmatrix} x_t^{(1)} \\ x_t^{(2)} \\ x_t^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -ax_t^{(1)} + ax_t^{(2)} \\ rx_t^{(1)} - x_t^{(2)} - x_t^{(1)}x_t^{(3)} \\ -bx_t^{(3)} + x_t^{(1)}x_t^{(2)} \end{pmatrix} dt + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} d \begin{pmatrix} f_t^{(1)} \\ f_t^{(2)} \\ f_t^{(3)} \end{pmatrix}$$

де $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ – компоненти розв’язку $x(t) \in \mathbb{R}^3$, f_t^i – незалежні стандартні вінеровські процеси, a , r , b , c – постійні.

Представляється природним, що стохастичне збурення, що підсилюється випадковим чином коливання навколо двох положень рівноваги, внаслідок чого рух, що зовні нагадує дивний аттрактор Лоренца, виникає, взагалі кажучи, при $r < 24.06$. Середнє порогове значення параметра r , при якому

народжується стохастичний аналог аттрактора Лоренца, очевидно залежить як від інтенсивності стохастичного обурення, т. е. від значення параметра λ , так і від часу спостереження за системою.

Визначим число різних повторень стохастичних інтегралів, що входить в розкладання Тейлора-Іто.

$$n_\varepsilon(r) = \sum_{s=1}^r \sum_{l=0}^{\lfloor \frac{r-s}{2} \rfloor} C_{\lfloor \frac{r-s}{2} \rfloor + s - l}^s$$

Друге універсальне розкладання Тейлора-Іто

$$R(x_s, s) = R(x_t, t) + \sum_{q=1}^r \sum_{(k,j,l_1,\dots,l_k) \in A_q} \frac{(s-t)^j}{j!} \sum_{i_1,\dots,i_k=1}^m G_{l_1}^{(i_1)} \dots G_{l_k}^{(i_k)} L^j R(x_t, t) * I_{l_1 \dots l_k, s, t}^{(i_1 \dots i_k)} + D_{r+1, s, t}$$

де $k=1, 1l=0, 1, 2$

$$LR(x, t) = \frac{dR}{dt}(x, t) + \sum_{i=1}^n a^{(i)}(x, t) \frac{dR}{dx^{(i)}}(x, t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{l,i=1}^n \Sigma^{(ji)}(x, t) \frac{d^2 R}{dx^{(l)} dx^{(i)}}(x, t)$$

$$G_0^{(i)} R(x, t) = \sum_{j=1}^n \Sigma^{(ji)}(x, t) \frac{dR}{dx^{(j)}}(x, t); i = 1, \dots, m.$$

$$dx_t = a(x_t, t)dt + \Sigma(x_t, t)df_t, x_0 = x(0, \omega)$$

$$G_p^{(i)} R(x, t) = \frac{1}{p!} \sum_{q=0}^p (-1)^q C_p^q L^q G_0^{(i)} L^{p-q} R(x, t)$$

$$C_p^q = p! / (q!(p-q)!)$$

$$A_q = \{(k, j, l_1, \dots, l_k) : k + j + \sum_{p=1}^k l_p = q; k, j, l_1, \dots, l_k = 0, 1, \dots\}$$

$$I_{0, t, t}^{(i1)} = \sqrt{T-t} \zeta_0^{(i1)},$$

$$I_{1, t, t}^{(i1)} = -\frac{(T-t)^{3/2}}{2} (\zeta_0^{(i1)} + \frac{1}{\sqrt{3}} \zeta_1^{(i1)}),$$

$$I_{2, t, t}^{(i1)} = \frac{(T-t)^{5/2}}{3} (\zeta_0^{(i1)} + \frac{\sqrt{3}}{2} \zeta_1^{(i1)} + \frac{1}{2\sqrt{5}} \zeta_2^{(i1)})$$

$$D_{r+1, s, t} = \int_t^s (Q^{A_r} \{\eta_\tau\} d\tau \otimes (s - \tau)^{A_r}) + \int_t^s ((H^{A_r} \{\eta_\tau\} df_\tau) \otimes (s - \tau)^{A_r}),$$

$$\eta_s = \eta_t + \sum_{q=1}^r (C^{A_q} \{\eta_t\} \otimes (s - t)^{A_q}) + D_{r+1, s, t}$$

Як чисельний метод рішення системи візьмемо співвідношення (без залишкових членів) на розбитті $\{T_j\}_j^N=0$ проміжку $[0, T]$ з кроком Δ : $T_j = j\Delta$; $j = 0, 1, \dots, N$; $N\Delta = T$. В результаті отримуємо наступну явну числову схему:

$$\begin{aligned}
y_{k+1}^{(1)} = & y_k^{(1)} + a \Delta \left(-y_k^{(1)} + y_k^{(2)} \right) \\
& + a \frac{\Delta^2}{2} \left(-a \left(-y_k^{(1)} + y_k^{(2)} \right) + r y_k^{(1)} - y_k^{(2)} - y_k^{(1)} y_k^{(3)} \right) \\
& - a c y_k^{(1)} \Delta^{\frac{5}{2}} \left(\frac{1}{6} \xi_{k+1,k}^{(3)} - \frac{1}{4\sqrt{3}} \xi_{k+1,k}^{(3)} + \frac{1}{6\sqrt{20}} \xi_{k+1,k}^{(3)} \right) \\
& + a \frac{\Delta^3}{6} \left(a \left(-y_k^{(1)} + y_k^{(2)} \right) \left(a + r - y_k^{(3)} \right) - (a + 1) \right. \\
& \left. * \left(r y_k^{(1)} - y_k^{(2)} - y_k^{(1)} y_k^{(3)} \right) - y_k^{(1)} \left(-b y_k^{(3)} + y_k^{(1)} y_k^{(2)} \right) \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_{k+1}^{(2)} = & y_k^{(2)} + \Delta \left(r y_k^{(1)} - y_k^{(2)} - y_k^{(1)} y_k^{(3)} \right) - c y_k^{(1)} \Delta^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \xi_{k+1,k}^{(3)} - \frac{1}{2} \xi_{k+1,k}^{(3)} \right) \\
& + \frac{\Delta^2}{2} \left(a \left(-y_k^{(1)} + y_k^{(2)} \right) \left(r - y_k^{(3)} \right) - r y_k^{(1)} + y_k^{(2)} + y_k^{(1)} y_k^{(3)} \right. \\
& \left. - y_k^{(1)} \left(-b y_k^{(3)} + y_k^{(1)} y_k^{(2)} \right) \right) \\
& + \left(a \left(y_k^{(1)} - y_k^{(2)} \right) + (1 + b) y_k^{(1)} \right) c \Delta^{\frac{5}{2}} \left(\frac{1}{6} \xi_{k+1,k}^{(3)} - \frac{1}{4\sqrt{3}} \xi_{k+1,k}^{(3)} \right. \\
& \left. + \frac{1}{6\sqrt{20}} \xi_{k+1,k}^{(3)} \right) + a c \Delta^{\frac{3}{2}} \left(-y_k^{(1)} + y_k^{(2)} \right) \left(-\frac{1}{6} \xi_{k+1,k}^{(3)} + \frac{1}{3\sqrt{20}} \xi_{k+1,k}^{(3)} \right) \\
& + \frac{\Delta^3}{6} \left(a \left(-y_k^{(1)} + y_k^{(2)} \right) \left(-(a + 1) \left(r - y_k^{(3)} + b y_k^{(3)} - 2 y_k^{(1)} y_k^{(2)} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(r y_k^{(1)} - y_k^{(2)} - y_k^{(1)} y_k^{(3)} \right) \left(\left(r - y_k^{(3)} \right) a + 1 - \left(y_k^{(1)} \right)^2 \right) \right. \right. \\
& \left. \left. + \left(-b y_k^{(3)} + y_k^{(1)} y_k^{(2)} \right) \left(a \left(y_k^{(1)} - y_k^{(2)} \right) + y_k^{(1)} (1 + b) \right) \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_{k+1}^{(3)} = & y_k^{(3)} + cI_{s,t}^{(3)} + \Delta \left(-by_k^{(3)} + y_k^{(1)}y_k^{(2)} \right) - bc \Delta^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \xi_{k+1,k}^{(3)} - \frac{1}{2} \xi_{k+1,k}^{(3)} \right) \\
& + \frac{\Delta^2}{2} \left(a \left(-y_k^{(1)} + y_k^{(2)} \right) y_k^{(2)} + \left(ry_k^{(1)} - y_k^{(2)} - y_k^{(1)}y_k^{(3)} \right) y_k^{(1)} \right. \\
& \left. - b \left(y_k^{(1)}y_k^{(2)} - by_k^{(3)} \right) \right) \\
& + c \left(b^2 - \left(y_k^{(1)} \right)^2 \right) \Delta^{\frac{5}{2}} \left(\frac{1}{6} \xi_{k+1,k}^{(3)} - \frac{1}{4\sqrt{3}} \xi_{k+1,k}^{(3)} + \frac{1}{6\sqrt{20}} \xi_{k+1,k}^{(3)} \right) \\
& + \frac{\Delta^3}{6} \left(a \left(-y_k^{(1)} + y_k^{(2)} \right) \left(-ay_k^{(2)} + ry_k^{(1)} - y_k^{(2)} - y_k^{(1)}y_k^{(3)} \right) \right. \\
& + y_k^{(1)} \left(r - y_k^{(3)} \right) - by_k^{(2)} \\
& + \left. \left(ry_k^{(1)} - y_k^{(2)} - y_k^{(1)}y_k^{(3)} \right) \left(-ay_k^{(1)} + 2ay_k^{(2)} - (1+b)y_k^{(1)} \right) \right. \\
& \left. + \left(-by_k^{(3)} + y_k^{(1)}y_k^{(2)} \right) \left(b^2 - \left(y_k^{(1)} \right)^2 \right) \right),
\end{aligned}$$

де $y_{k\Delta}^{(j)}$ det $y_k^{(j)}$; $j = 1, 2, 3$; $\xi_{i,k+1,k}^{(3)}$; $i = 0, 1, 2$; $k = 0, 1, \dots, N-1$ – незалежні

в сокупності стандартні гаусовські випадкові величини.

На прикладі системи нелінійних диференціальних рівнянь Лоренца мною була розглянута система нелінійних диференціальних рівнянь (1).

Додано до даної системи випадкову складову у вигляді

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} d \begin{bmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \\ f4 \\ f5 \\ f6 \end{bmatrix}$$

Змоделювавши отримані результати у середовищі MatLab отримав атрактивну поведінку.

3. Метод АКАР

3.1 Основні положення і суть методу

Розвиток сучасної нелінійної науки показало, що багато складних природних і технічних системах вирішальну роль відіграє десипативні структури, що супроводжуються біфлуктуаціями і хаотичними проявами. Хаотичний режим таких систем може бути як небажаним, так і таким що потребують технологічні процеси. Прикладом необхідності хаотичності поведінки є процеси в генераторах хаотичних автоколивань, технологій псевдозрідження, що широко використовуються при спалюванні палива на електростанціях, сушці різноманітних матеріалів, в хімічних процесах та інше. Небажана хаотична поведінка об'єктів часто виникає в критичних режимах руху, наприклад в літальних апаратах, енергосистемах та інше. Новою проблемою управління хаосом визначає постійно підвищена увага в світовій науково-технічній літературі, при цьому в більшості робіт для управління хаосом використовується ідеологія нечіткого управління. В якості базових моделей, в яких виникає хаотична динаміка, зазвичай виступає моделі Лоренца і Рестлера, а інколи модель Чуа.

Розглянемо використання методу аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР) для управління хаосом. Цей метод заснований на введенні в простір стану стану синтезуючих ситем, що притягують (інваріантних) різноманітних – атракторів, на яких найкращим чином зєднуються справжні властивості (фізичні, хімічні, біологічні та інші) об'єкта і вимоги задач управління[8].

На прикладі широко відомої моделі Лоренца покажемо застосування методу АКАР для вирішення складної задачі управління нелінійними об'єктами з хаотичною динамікою.

Ця модель

$$X(t) = \sigma y - \sigma x;$$

$$Y(t) = -y + rx - xz;$$

$$Z(t) = -bz + xy.$$

описує в залежності від значення управляючого параметра, як стійкі так і хаотичні процеси в різних фізичних системах.

Припустимо, що модель Лоренца, може ввести деякі дії наприклад в перше рівняння системи, тобто:

$$X(t) = \sigma y - \sigma x + u_1;$$

$$Y(t) = -y + rx - xz;$$

$$Z(t) = -bz + xy.$$

В загальному випадку u_1 може бути деякою зовнішньою дією. Але більш перспективним є представлення $u_1(x, y, z)$ як деякого внутрішнього оберненого зв'язку, яким можна додатково ввести з метою формування бажаних процесів. Отже стоїть задача синтезувати таку функцію $u_1(x, y, z)$, яка дозволить надати нових властивостей моделі, наприклад забезпечити асимптотичну стійкість стаціонарних станів або наділити цю модель новими типами атракторів та інше.

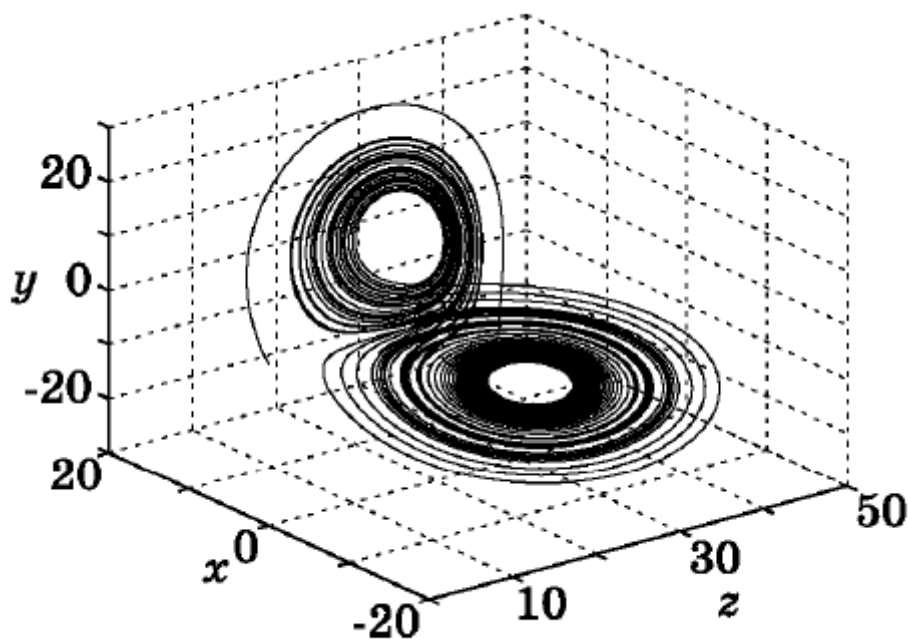


Рис. 7 «Дивний аттрактор» Лоренца

«Дивний аттрактор» виникає при $r > 25$, $b = 8/3$, $\sigma = 10$. І принципово не виникає при $b > 2\sigma$.

Поставим задачу синтезу такої функції $u_1(x, y, z)$, яка забезпечить асимптотичну стійкість стаціонарних станів системи для будь-якого значення додатніх значень параметрів r, σ, b . Для вирішення цієї задачі використовуємо метод АКАР, заснований на введенні деякої макрозмінної $\psi_1(x, y, z)$ і забезпечення властивості асимптотичної стійкості управляючої моделі відносно різноманітності $\psi_1 = 0$. Цю властивість можна забезпечити шляхом використання, наприклад, диференціального рівняння типу

$$T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0,$$

де $T_1 > 0$ – задаючий параметр. Введемо наступну макрозмінну

$$\psi_1 = x + \beta y$$

і знайдем рівняння

$$u_1 = -(\beta r - \sigma)x - (\sigma - \beta)y + \beta xz - (1/T_1)\psi_1,$$

яке забезпечить перехід зображення точки системи, що замкнута зворотнім зв'язком, на багатозначущість $\psi_1 = 0$. Рух по цій багатозначущості описується диференціальним рівнянням

$$\dot{Y}\psi(t) = -Y\psi - r\beta Y\psi + \beta Y\psi Z\psi;$$

$$\dot{Z}\psi(t) = -bZ\psi + \beta Y^2\psi.$$

Введення зворотнього зв'язку u_1 гарантує асимптотичну стійкість стаціонарного стану $X_s = Y_s = Z_s = 0$ початку координат при будь-яких додатніх значеннях параметрів r, σ, b системи.

Тепер припустимо, що коефіцієнт β має від'ємний знак. Припустим $\beta = -\beta_0$ запишемо рівняння в вигляді

$$\dot{Y}\psi(t) = (\beta_0 r - 1)Y\psi - \beta_0 Y\psi Z\psi;$$

$$\dot{Z}\psi(t) = -bZ\psi + \beta_0 Y^2\psi$$

Виявляється, що структура попереднього рівняння точно співпадає із структурою базових еволюційних рівнянь синергетики. Це ще раз вказує на дивовижний нетривіальний внутрішній зв'язок між собою універсальних еволюційних рівнянь синергетики і нелінійної теорії самоорганізації.

З попереднього рівняння управляючим параметром є $\lambda = \beta_0 r - 1$, який при $b_0 = 1$ визначає величину в вихідній моделі Лоренца. Очевидно, що при малому значенні r , коли $\beta_0 r < 1$ і $\lambda < 0$ система асимптотично стійка відносно стаціонарного стану $Y_s = Z_s = 0$. При $\beta_0 r > 1$ і, відповідно, $\lambda > 0$ в системі може виникнути колективний рух, що визначається рівнянням для параметру порядку:

$$Y_\psi(t) \approx \lambda Y_\psi - (\beta_0^2 / b) Y^3_\psi, Z_\psi(t) \approx 0$$

Із синергетики відомо, що попереднє рівняння має біфуркацію типу «вилки», яка проходить в точці $\lambda = 0$. Після проходження точки біфуркації попереднє рівняння може рівноможливо прямувати до одного із асимптотично стійких станів

$$Y_s = \pm (1 / \beta_0) \sqrt{b \lambda} = \pm (1 / \beta_0) \sqrt{b(\beta_0 r - 1)}$$

і відповідно,

$$X_s = \pm \sqrt{b(\beta_0 r - 1)}, Z_s = (\beta_0 r - 1) / \beta.$$

Таким чином введений зворотній зв'язок дозволяє гарантувати при довільному $r > 1$ асимптотично стійкому в цілому, тобто в усьому фазовому просторі, відносно бажаних стаціонарних станів при $\beta > 0$ або $\beta < 0$ відповідно. При $\beta < 0$ в системі на різноманітності $\psi_1 = 0$ виникають кооперативні прояви з біфуркацією типу «вилка». Це означає, що обернений зв'язок, введений в модель Лоренца, природнім чином відображає ідеологію синергетики і теорії самоорганізації.

Припустимо, що обернений зв'язок u_3 можна ввести в третє рівняння моделі Лоренца:

$$X(t) = \sigma y - \sigma x;$$

$$Y(t) = -y + rx - xz;$$

$$Z(t) = -bz + xy + u_3.$$

Аналогічно попередньому варіанту введемо макрозмінну

$$\Psi_2 = z - \gamma - \eta x^2$$

і на основі рівняння

$$T_2 \Psi_2(t) + \Psi_2 = 0$$

Отримаємо рівняння

$$u^3 = (2\eta\sigma - 1)xy + bz + 2\eta\sigma x^2 - (1/T^2)\psi^2,$$

яке незмінно веде систему на $\psi^2 = 0$. Підставимо $z = \gamma + \eta x^2$ в другому рівнянні отримаємо диференціальне рівняння

$$X\psi(t) = \sigma Y\psi - \sigma X\psi;$$

$$Y\psi(t) = -Y\psi + rX\psi - (\gamma + \eta X^2\psi)X\psi,$$

які описують рух системи при $\psi^2 = 0$

$$X\psi(t)(1/\sigma) + (1+1/\sigma)X\psi(t) = (r - 1 - \gamma)X\psi - \eta X^3\psi.$$

Очевидно, що при виборі коефіцієнта $\gamma \geq r$ і $\eta \geq 0$ попередня система є асимптотично стійкою відносно стану $X\psi = 0$. Це означає, що при виборі $\gamma \geq r$ і $\eta \geq 0$ гарантує асимптотичну стійкість в цілому стаціонарного стану системи.

$$X_s = 0; Y_s = 0; Z_s = \gamma.$$

Якщо вибрати $0 \leq \gamma \leq r - 1$ і $\eta > 0$, то виникає точка біфуркації $r_c = 1 + \gamma$, а на біфуркаційній діаграмі типу «вилка» появляється дві рівноподібних сторони, що ведуть до двох асимптотично стійких станів:

$$X_s = \pm \sqrt{\frac{r-1-\gamma}{\eta}}$$

По іншому кажучи, в цьому випадку система має наступні стаціонарні стани

$$X_s = Y_s = \pm \sqrt{\frac{r-1-\gamma}{\eta}}, Z_s = r - 1,$$

асимптотично стійкий в цілому, тобто для всього фазового простору. Якщо покласти в коефіцієнти $\gamma = 0$; $\eta = 1/b$, то отримаємо стаціонарний стан вихідної моделі Лоренца без управління.

Дослідивши рівняння з допомогою адіабатичного наближення, поширеного в синергетиці. Враховуючи структуру рівняння системи, припустимо, що через деякий час $Y(t) \approx 0$, тоді отримаємо стаціонарне співвідношення

$$Y\psi = (r - \gamma)X\psi - \eta X^3\psi$$

Підставимо $Y\psi$ в перше рівняння системи, отримаємо

$$X\psi(t) = \sigma(r - \gamma - 1)X\psi - \sigma\eta X^3\psi$$

Перетворимо до вигляду

$$X\psi(t) = \lambda_1 X\psi - \lambda_2 X^3\psi$$

де

$$\lambda_1 = \sigma(r - \gamma - 1), \lambda_2 = \sigma\eta.$$

Рівняння показує собою широко відомий в синергетичній еволюційному рівнянні з біфуркації типу «вилка». Дивно, що вихідне рівняння u_3 в вихідному рівнянні Лоренца знову привело до відомого еволюційного рівняння. Цей факт свідчить, по перше про справжність рівняння u_3 , і по друге, глибоку внутрішній зв'язок природних явищ, що описуються моделю Лоренца і інших відомих еволюційних рівнянь синергетики [6, 12, 23, 25, 26].

Таким чином, введення зворотнього зв'язку u_3 в систему дозволяє в залежності від вибору коефіцієнтів γ і η забезпечить асимптотичну стійкість стаціонарних систем і управляючих систем. В цій системі виникає кооперативні явища і процеси направленої самоорганізації.

Управління u_1 і u_3 відноситься до класу об'єктивних законів управління, перетворюючих моделей Лоренца в типові еволюційні рівняння теорії самоорганізації. На основі методу АКАР може отримати аналогічні закони управління об'єктами, що описуються моделями Расслера і Чуа.

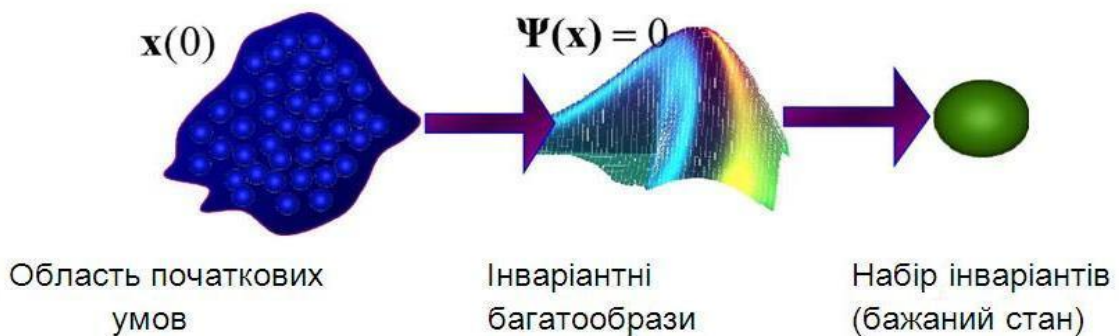
Отже, метод АКАР дозволяє ефективно вирішити складну задачу управління хаосом і синтезувати об'єктивні закони управління нелінійними об'єктами з динамічним хаосом. Таким законом є антихаотичний, що упорядковує хаос в нелінійних динамічних системах. Вони формують на інваріантних типових управляючих синергетичних рівнянь з розповсюдженими видами біфуркації. Це свідчить про справжність вказаних законів, що дозволяють виявити глибоку внутрішній зв'язок між кооперативних процесів, що виникають в нелінійних самоорганізуючих системах невизначеної природи.

Проблема управління нелінійними об'єктами і процесами з хаотичною динамікою мають важливе прикладне значення. Справа не тільки в боротьбі з

хаосом, що звичайно погіршує або навіть руйнує складні системи. В сучасній нелінійній науці хаос може грати суттєву конструктивну роль і бути джерелом порядку. Для реалізації в управляючих складних системах цілеспрямоване використання методів теорії АКАР для синтезу впорядкованих об'єктивних законів управління відповідними нелінійними об'єктами, в яких виникають хаотичні режими на визначеному інтервалі часу приводить до значного покращення результатів якості їх технологічних процесів.

3.2 Структура системи керування

Основна ідея СТУ – формування в просторі стану системи штучних атракторів (багатомірних інваріантів)



Основний метод СТУ - метод аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР)



Рис. 8 Формування інваріантів

Синергетична теорія управління дозволяє по новому подавати а потім і ефективно вирішувати багато складних проблем управління, які чи не можна було вирішити попередньо відомими методами існуючої теорії управління, чи і зовсім не стояли через їх особливу складність. Синергетичний підхід дозволить принципово вирішити саму постановку проблеми управління і

якісно змінити її склад як у відношенні включення природніх властивостей управління процесів в контекст задачі управління, так і відношення об'єму макрообластей фазового простору конструктивних систем. Цей підхід представляє собою розвиток якісної і кількісної теорії динамічних систем з сильно вираженим фізичним (хімічним, біологічним) управляючих процесів і пошуком аналогів і законів поведінки середовища природніх систем. На відміну від традиційної постановки задачі управління, для синергетичної постановки характерна оптимізація поведінки системи не тільки в «великому», що є ще не вирішальним в повній мірі проблеми існуючої проблеми теорії управління, але і те що принципово важливо, в «величезному» - це «макропостановка» задачі управління.

Відмінність «макропостановки» від традиційної постановки задачі управління заключається не тільки в розглянутому номінальному режимі руху системи і області «малих» чи «великих» відхилень від них, що притаманно відповідно для класичної і сучасної теорії управління, але і для введення в розгляд якісно нових режимів поведінки нелінійних динамічних систем – біфуркації і фазових переходів, небажаних і небезпечних атракторів в їх просторовому стані, відсутності єдності вирішення задач управління. Необхідність введення цих якісно нових для теорії управління понять, що відображають фізичну суть управління процесами різної природи, зв'язаного з встановленням факту сучасного знання – можливості виникнення дисипативних просторово-часових структур в фазовому просторі складних динамічних систем. Утворення таких структур характерне для мікроскопічного рівня опису поведінки системи, що відповідає явищу самоорганізації. Дисипативні структури наділяють систему принципово новими властивостями, які не були притаманні окремим її компонентам. Ці структури представляють собою деякі притягуючі інваріантні структури – атрактори, які в свою чергу, формують внутрішньо системні динамічні зв'язки, в результаті чого в фазовому просторі системи управління виникають когерентні, кооперативні рухи.

Синергетичний підхід дозволяє також по новою підійти до проблеми високоточного мікроуправління. Справа в тому, що цей підхід вперше дає можливість перейти від силового централізованого управління, на якому базувались багато класичних методів управління, до малопотужних високоточному управлінню заснованому на «інформаційній динаміці» Її суть заключається у високій чутливості нелінійних систем до початкових умов в околі області притягання атракторів, що формують динаміку синергетичних систем управління нелінійними динамічними об'єктами[31, 36, 37].

Таким чином, синергетична постановка проблеми управління на відміну від відомих абстрактно-математичних постановок, виділяється яскравим фізичним (хімічним, біологічним) складом процесів управління. Це дозволить зробити великий крок у вирішенні поставленої проблеми синтезу об'єктивних законів управління, які формують внутрішні кооперативні взаємодії між процесами в динамічних об'єктах відповідної природи. Синергетична теорія управління дає унікальну можливість здійснити оптимізацію в «найбільшому» з подоланням притягання системи до небажаних атракторів і попаданням в область притягання цільового, бажаного атрактора системи. Властивості синергетичних кооперативних систем дозволяє по новому підійти до проектування і створення систем управління нового класу з унікальним, раніше недосяжними динамічними властивостями.

На основі синергетичної постановки проблеми управління в останній час розроблені нові дуже ефективні методи вирішення найскладніших задач управління складними об'єктами в їх критичних режимах руху. До таких режимів можна віднести, наприклад, штопор літальних апаратів, виникнення граничного слою при взльті і посадці гідросамольотів, режими з загостренням в різних середовищах та інші.

Зупинимся тепер на питанні про місце синергетичного підходу в теорії управління. Раніше вже багаторазово підкреслювалось, що в основу цього підходу покладено інваріантну багатозначущість, що визначають суть і склад

синергетичної теорії управління. Введена мова інваріантів кардинально відрізняється від традиційної мови класичної теорії автоматичного управління (вхід-вихідні співвідношення передаточних функцій, частотні характеристики) і певній мірі співвідноситься з мовою сучасної теорії управління, хоча помітно і відрізняється від її основних понять. В синергетичній теорії управління базовим поняттям є інваріанти, самоорганізація, нелінійність, когерентність і каскадний синтез, що складають основу її концептуального лексикону.



Рис. 9 Вплив інваріантів на систему

Однак не дивлячись на вказані відмінності, прямі чи непрямі признаки синергетичного підходів нескладно виявити як в класичній теорії нелінійних динамічних систем, так і в сучасній теорії управління. З інтегрованими динамічними системами класичної механіки його звязують поняття першого (часного) інтеграла або інваріантного співвідношення. Що ж стосується сучасної теорії управління, то елементи синергетичного підходу бажані,

наприклад, в теорії оптимальних по бистродії систем (поверхні переключення – інваріантна багатозначущість), в системах із скільськими режимами (поверхня ковзання), в теорії бінарних систем. Потрібно відмітити, що організація руху по багатозначущості в такого роду системах має примусовий характер через дію релейних управлінь.

В синергетичному підході рух деякому околі інваріантних значень реалізується в основному за рахунок організації «внутрішніх» управлінь, тобто в певній мірі в процесі саморуху до відповідного атрактору. Властивість цього руху і час попадання на атрактор визначається мірою відповідності структури вибраної інваріантної багатозначущості динаміки вихідного об'єкту. Синергетичний підхід дозволяє організувати рух не стільки в результаті дії сильного управління, а в більшій степені погоджений з внутрішньою, природньою динамікою об'єкту.

Необхідно відмітити, що подавляюча більшість існуючих систем автоматичного управління структурно побудовані по широко відомій класичній схемі: на вході є деякі задаючі дії (еталоний сигнал), необхідно синтезувати регулятор, який прагне звести до нуля відхилення, тобто різницю між заданими діями і вихідними координатами системи. Ця схема покладена в основу різноманітних промислових систем автоматичного регулювання, систем числового програмного управління, автопілотів, слідкуючих систем. На відміну від вказаної схеми слідкування, синергетична схема управління будується по загальному принципу, внутрішньої генерації, коли розширена замкнута система, по перше, поглинає зовнішні задаючі і збурюючі дії, а по друге, система, і це її головна відмінність, обов'язково виходить на бажаний інваріантний просторовий стан. Іншими словами, синергетична система генерує бажаний геометричний атрактор (чи деяку сокупність атракторів), до якого прямують всі траєкторії руху. Така побудова синергетичних систем дозволить наділити їх принципово новими властивостями самоорганізації[33, 38, 39].

З точки зору проблеми синтезу законів управління, принциповими відмінностями розвинутого нового підходу в теорії управління є, по перше, перенос основної уваги на поведінку системи на атракторах, що призводить до динамічної декомпозиції системи і відповідно до суттєвого її спрощення, тому що при цьому виникає можливість сконцентрувати увагу на стійких асимптотичних режимах руху, і, по друге, каскадний синтез паралельно-послідовної сокупності внутрішніх управлінь, тобто динамічно зв'язаних між собою зв'язків синтезуємої системи. При синергетичному підході виникає внутрішній пошук самоуправління в синтезованій системі, коли формується каскадна послідовність внутрішніх управлінь, що зжимають об'єм фазового простору системи по напрямленню від зовнішньої, максимально можливої області, до сокупності вкладаємих один в одного внутрішніх областей, навіть до попадання в бажаний стан системи.

В основі розвиваємого нового синергетичного підходу в теорії управління лежить базовий принцип асимптотичного переходу від одного притягуючого багатозначущості до наступної багатозначущості, пониженого порядку, чи по іншому кажучи принцип «атрактор в аттракторі». В результаті такої «ланцюгової реакції» - естафети атракторів проходить послідовно, тобто реалізується управляюча асимптотична редукція розмірності синтезованої системи, що супроводжується стисненням фазового простору. Це суттєво спрощує використання в методі аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР) математичний апарат. Необхідно особливо підкреслити, що цей метод є аналітичним по його суті, в той же час він охоплює широкий клас багатомірних нелінійних динамічних об'єктів будь-якої природи. Як відмітив Єшбі «теорія систем повинна будуватися на методах спрощення і по суті справи являє собою науку спрощення. Я впевнений, що в майбутньому теоретики систем повинен стати ао спрощенню».

Цьому побажання знаменитого кібернетика повністю задовольняє синергетичний підхід, який представляє собою науку асимптотичного спрощення в задачах управління.

Необхідно відмітити, що застосування в теорії управління інваріантних притягуючих багатозначущості дозволило принципово просунутись у вирішенні кардинальної проблеми створення нового механізму природної генерації оберненого зв'язку. При цьому відповідні закони управління, що включають в себе як відємні так і додатні нелінійні обернені зв'язки, формуються в результаті автоматичного застосування аналітичних процедур, що реалізуються на ЕОМ з використанням символічних розрахунків.

Відмітим, що системи, які синтезуються методом АКАР, володіють властивостями грубості (робастності) тобто малою чутливістю до розкиду параметрів з різними похибками в об'єкті. Справа в тому, що в таких системах, взагалі кажучи, не виникає необхідності суворо підтримувати внутрішні параметри, важливо лише, щоб система потрапляла в заданий інваріантну багатозначущість – атрактор, на якому обов'язково підтримується бажане співвідношення між координатами об'єкту. Іншими словами, не зважаючи на різного роду внутрішні шуми і параметричні пертурбації, синергетична система всеодно вирішує поставлену перед нею задачу – незмінно прямує до бажаного атрактору і досягає його через деякий час. Згідно принципам синергетики, саме в цьому проявляються властивості самоорганізації, а вказаний атрактор зв'язаний з «параметрами порядку», яким підпорядковуються всі інші змінні, що самоорганізуються в системі. Сама ж система завжди асимптотично стійка в цілому відносно цього атрактору. Із теорії стійкості відомо, що властивості асимптотичної стійкості, тим більше в цілому, є грубими властивостями динамічних систем. Звідси виходить, що синергетичні системи, які синтезуються методом АКАР, володіють робастною стійкістю до параметричних збурень. Це значить, що метод АКАР дозволяють синтезувати систему управління нелінійними об'єктами, що володіють малою чутливістю до параметричних збурень і

селективної інваріантності до задоного класу зовнішніх збурень. В цьому відношенні виявлені тут особливості синергетичних систем управління наближають їх до властивостей самоорганізації природних систем.

Синергетичний закон притягання

Розглянемо задачу притягання двох тіл з точки зору синергетичного підходу, тобто як задачу синтезу закону гравітаційної взаємодії двох тіл. Така спроба є тестом на системну ефективність методу аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР). В основу синергетичного підходу для вирішення поставленої задачі притягування покладено наступні базові принципи:

1. Існуюча теорія притягування спирається на фундаментальних принципах і постулатах класичної механіки – принцип найменшої дії і закону збереження: енергії і імпульсу і, відповідно, моменту системи. Однак відомо, що ці постулати справедливі, в першу чергу, для такзваних «закритих» (ізольованих), консервативних систем, що не взаємодіють з навколишнім середовищем. Для динаміки відкритих систем, що підтримана діями зовнішнього середовища, закони збереження енергії і імпульса, точно не виконуються і, відповідно, їх безпосереднє використання в цьому випадку некоректно;
2. Відомо, що в явищі притягування енергії гравітаційного поля початково знаходиться поза системою взаємодії тіл. Це важливе положення необхідно обов'язково враховувати при побудові динамічної теорії притягання. Звідси отримуємо, що гравітаційна динаміка – це процес динамічної взаємодії системи з двох і більше тіл з активним зовнішнім гравітаційним полем, а стаціонарні орбітальні рухи тіл – це встановлена рівновага між зовнішніми і внутрішніми силами, що діють на ці тіла. Зрозуміло, що для стаціонарного руху взаємодіючих тіл вказані вище принципи і постулати механіки в повній мірі справедливі. Отже, активність гравітаційного поля – це друге базове положення в синергетичній гіпотезі притягання;

3. Припускається, що гравітаційна взаємодія двох тіл є результатом перетворення енергії зовнішнього гравітаційного поля в енергію механічного руху. Це по суті, спирається на польову концепцію в теорії гравітації. Це означає, що тіла (частинки) і поля що вони створюють мають взаємодоповнюючу роль. Згідно цієї концепції, тіла не взаємодіють один з одним безпосередньо і на відстані, а кожне тіло проходить прискорення під дією гравітаційного поля в тому місці, де воно знаходиться. Концепція поля, по суті, відштовхує дії на відстані, а пустоту заміняє польовим середовищем, динаміка якої і визначають відносно руху тіла. Звідви отримуємо гіпотезу, що система з двох гравітаційно взаємодіючих тіл можна представити як «генератор» нелінійних коливань, що описують рух пробного тіла по відповідній орбіті – подібно «граничному циклу». Таке перетворення означає, що гравітаційна система – це активна система, яка автономно генерує коливання в своєму власному ритмі. Самі ж коливання не залежать від початкових умов (по меншій мірі, в певній області) чи від того, яким чином виник рух в системі, яка перетворює зовнішню енергію гравітаційного поля в коливальні рухи пробного тіла. Конкретний механізм подачі в систему гравітаційної енергії тут не розглядається. При певних умовах ($e \geq 1$, енергія $E \geq 0$) описана автоколивальна система може «розвалитися».

Вказане динамічне перетворення польового механізму гравітаційної взаємодії двох тіл може показатися сильно ортодоксальною і викликати активну незгоду. Однак саме воно дозволить отримати цілий ряд нових непередбачуваних результатів, які як пояснювалось раніше незрозумілі ефекти в теорії притягання. Простіше кажучи, викладене вище є основою в синергетичній гіпотезі притягання, а будь-яка наукова гіпотеза, як відомо, повинна бути цікавою[40, 43, 45, 47].

Закон притягання в прямокутних координатах

Спираючись на викладане вище, приступим до розгляду синергетичного методу синтезу системного закону притягання двох взаємодіючих тіл. Спочатку введемо прямокутні координати.

$$x = r \cos\theta, \quad y = r \sin\theta, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Далі, позначим $x = x_1$ і $y = y_1$, запишем у відповідності з другим законом Ньютона рівняння руху системи

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= x_2; & x_2'(t) &= U_x; \\ y_1'(t) &= y_2; & y_2'(t) &= U_y. \end{aligned}$$

Де U_x, U_y – складові закони притягання.

Тоді закони Кейплера можна записати у вигляді наступних інваріантів – інваріантів руху системи:

- Перший закон – інваріант

$$w_1 = r + ex_1 - p = 0 \quad \text{або} \quad w_1 = r(1 + e \cos\theta) - p = 0$$

- Другий закон – інваріант

$$w_2 = x_1 y_2 - x_2 y_1 - h = 0 \quad \text{або} \quad w_2 = r^2 \theta'(t) - h = 0$$

У відповідності з методом АКАР поставимо задачу гравітаційної взаємодії двох тіл: потрібно синтезувати такі складові

$$U_x = U_x(x_1, x_2, y_1, y_2) \quad \text{і} \quad U_y = U_y(x_1, x_2, y_1, y_2)$$

Синергетичного закону притягання, який забезпечує рух системи у відповідності з інваріантами Кеплера. Для цього, згідно методу АКАР, введемо наступні макрозмінні:

$$w_1'(t) = r'(t) + e x_2; \quad w_2 = x_1 y_2 - x_2 y_1 - h.$$

Це значить, що кінцевий стаціонарний рух системи повино проходити на перехресті $w_1(t) = 0$ і $w_2 = 0$. При цьому закони повинні переводити систему з довільного початкового положення на вказаний перетин, тобто замкнута система повина володіти властивостями асимптотичної стійкості орбітального руху.

Для вирішення поставленої задачі, згідно теорії інваріантності співвідношень класичної механіки і методу АКАР, сформуємо функціональні управління

$$\Omega_1''(t) + \varphi(x_1, x_2, y_1, y_2) w_1'(t) = 0$$

$$\Omega_2''(t) + \varphi(x_1, x_2, y_1, y_2) w_2(t) = 0$$

де $\varphi(x_1, x_2, y_1, y_2)$ – деяка гладка функція, що вибирається із фізичних міркувань, зв'язаних з особливостями гравітаційної взаємодії двох тіл. Структура управління вибрана у відповідності з сетодом АКАР і є найпростішою, тобто згідно принципу Ньютона. В результаті спільного вирішення рівняння було знайдено наступні складові системного закону притягання:

$$U_x = U_{xn} + U_{xs} = -\frac{(w_2+h)^2}{pr^3} x - \frac{rxw_1'(t) - yw_2}{pr} \varphi$$

$$U_y = U_{yn} + U_{ys} = -\frac{(w_2+h)^2}{pr^3} y - \frac{ryw_1'(t) + (x+er)w_2}{pr} \varphi$$

де U_{xn} і U_{yn} – ньютонівські складові; U_{xs} і U_{ys} – синергетичні складові закону притягання.

Отже, на основі методу АКАР синтезований новий синергетичний закон притягання в прямокутних координатах з компонентами U_x і U_y , які на відміну від закону притягання Ньютона, включають в себе синергетичні динамічні складові U_{xs} і U_{ys} , що забезпечують асимптотичну стійкість переводу замкнутої системи на інваріантну багатозначущість $w_1 = w_1(t) = 0$ і $w_2 = 0$ із випадкових початкових умов. Запишемо тепер замкнуту систему в стандартній формі рівняння класичної механіки

$$ax = x''(t) = -\frac{(w_2+h)^2}{pr^3} x - \frac{rxw_1'(t) - yw_2}{pr} \varphi$$

$$ay = y''(t) = -\frac{(w_2+h)^2}{pr^3} y - \frac{ryw_1'(t) + (x+er)w_2}{pr} \varphi$$

Як видно з правих частин рівняння, вони містять скоросні компоненти $w_1(t)$ і $w_2(t)$, які входять в склад загального закону притягання. Саме ці компоненти і визначають, в першу чергу, асимптотичну стійкість системи відносно інваріантів Кеплера. Через деякий час, компоненти, що також залежать від функції φ , система декомпонується в ньютоніву виду

$$X''(\omega) = -\frac{h^2}{pr^3} x_\omega, \quad Y''(\omega) = -\frac{h^2}{pr^3} y_\omega$$

або з врахуванням позначень отримаємо

$$X''_{\omega}(t) = -\frac{GM}{r^3} x_{\omega}, \quad Y''_{\omega}(t) = -\frac{GM}{r^3} y_{\omega}$$

Закон притягання в полярних координатах

Для переходу до полярної форми системи гравітаційної взаємодії двох тіл, необхідно спочатку розрахувати другу похідну від радіус-вектору

$$r''(t) = \frac{(w_2+h)^2}{r^3} + 1/r (xU_x + yU_y)$$

Тоді підставив в вираз компоненти U_x і U_y знаходимо системний синергетичний закон притягання в полярних координатах

$$U_{r\Sigma} = U_{rN} + U_{rs} = -\frac{(w_2+h)^2}{pr^2} - \frac{rw_1(t) + ew_2 \sin\theta}{p} \varphi$$

Система гравітаційної взаємодії двох тіл під дією закону притягання буде описуватися наступним рівнянням:

$$a_r = r''(t) - \frac{(w_2+h)^2}{r^3} = -\frac{(w_2+h)^2}{pr^2} - \frac{rw_1(t) + ew_2 \sin\theta}{p} \varphi$$

Синергетичний закон на відміну від стаціонарного закону Ньютона, є динамічною і додатково містить скоростні компоненти $w_1'(t)$ і w_2 , які з урахуванням інваріанта $w_1 = 0$ приймають вигляд

$$w_1'(t) = (p/r)r'(t) - er\theta'(t) \sin\theta; \quad w_2 = r^2\theta'(t) - h.$$

Саме ці компоненти забезпечують асимптотичну стійкість орбітального руху. Через деякий час синергетичний закон притягування декомпозиється в закон Ньютона

$$F_{rN} = F_{rw} = mU_{rw} = -\frac{mh^2}{pr^2} = -\frac{GmM}{r^2}$$

Це значить, що системний закон, має латентний (прихований) характер, структурно включає в себе закон Ньютона, який таким чином представляє опорне системоутворююче ядро – серцевину в «асимптотичній естафеті» цим законом притягання.

Розглянемо тепер складне питання вибору функції φ , що входить в динамічну компоненту системи. Очевидно що ця функція безпосередньо впливає на тривалість процесу переходу системи із будь-яких початкових умов на інваріанти $w_1'(t) = 0$ і $w_2 = 0$. З фізичної точки зору функція φ , що

має розмірність оберненого часу, повинна залежати від швидкісних характеристик тіл, що взаємодіють. В цьому звязку прийнятний перший варіант вибору функції φ у вигляді відношення швидкостей

$$\varphi = \varphi_1 = \frac{2kr^2(t)}{h} = \frac{kTr^2(t)}{\pi ab}$$

де k – коефіцієнт інтенсивності гравітаційного поля.

Насправді, величини $V_s = 0.5h$ – це секторна швидкість, з якою радіус вектор r описує повну площу (πab) еліпса, тобто попередній вираз представляє собою швидкісні співвідношення.

Другим можливим варіантом вибору φ є функція

$$\varphi = \varphi_2 = \frac{kr'(t)}{p}$$

що включає в себе лінійну скоросну складову $r'(t)$ і також має розмірність оберненого часу.

Підкреслимо, що вибір структури функції φ – це в більшій мірі результат випадкової здогадки і фізичної інтуїції, а не математичних розрахунків. По іншому кажучи, вибір фізично обгрунтованих структур функції φ і коефіцієнта k – це непростасамостійна задача.

Логічно, що цей коефіцієнт залежить від величини гравітаційного потенціалу $|\varphi| = \frac{2GM}{r}$ «притягуючого» тіла M і граничної швидкості взаємодії – швидкості світла C , тобто

$$k = \frac{2GM}{rC^2} = \frac{\alpha}{r}$$

Цей вираз може також перетворитися, як відношення гравітаційного радіуса α маси M до геометричного радіуса r . Іншим способом вибору коефіцієнта k , практично еквівалентним попередньому, є

$$k \approx \frac{r^2(t)}{c^2}$$

Для сильних гравітаційних полів, що створюють наприклад нейрона зірка, коефіцієнт k може досягати значних величин ($k \leq 1$). Зрозуміло, щоприведені тут припущення відносно коефіцієнта інтенсивності k носять характер

пропозицій, які всеодно не впливають на суть процесу еволюції гравітаційної взаємодії системи.

Побудований тут системний закон притягання $U_{r\Sigma}$ володіє цілим рядом незвичайних властивостей. Закон отриманий математичним шляхом, крім функції φ , що вибирається із деяких фізичних розрахунків.

В структуру закону $U_{r\Sigma}$ входить функція w_2 і $w_1(t)$, які «обнуляються» тільки після певного «часу гальмування», що також залежить і від функції φ . При цьому функція w_2 безпосередньо зв'язана з кутовим моментом, чкий безпосередньо зв'язаний з другим законом Кеплера. Перша нерівність цієї функції нулю означає, що момент відкритої системи не постійний, а тільки поступовий, по мірі затухання функції $w_2(t)$ він прискорюється до свого постійного значення $h = \text{const}$. Класична механіка стверджує, що момент консервативної системи завжди і кругом постійний. Якщо прямувати по цій точці зору стаціонарного руху, то тоді в законі $U_{r\Sigma}$ необхідно просто присвоїти $w_2=0$. Однак схоже що в структурі синергетичного закону притягання $U_{r\Sigma}$ приховані нові динамічні закономірності, до цих пір невідомі в теорії притягання. В цьому зв'язку важливим є і дослід нових, наприклад енергетичних, ефектів, а також їх пояснення з фізичної точки зору.

Таким чином, можна зробити наступний важливий підсумок: відомий закон притягання Ньютона є редукцією системного закону притягання на інваріантах $w_1 = w_1(t) = w_2 = 0$. В фізиці встановлено такий фундаментальний факт: всі якища, що ми спостерігаємо в природі відбуваються у відповідних атракторах – деяких притягуючих значеннях. Гравітаційний атрактор – це статичний інваріант Кеплера $w_1 = 0$ і $w_2 = 0$ доповнений динамічним інваріантом $w_1(t)$. Отже:

- Синтезований системний закон $U_{r\Sigma}$ гравітаційної взаємодії складається з двох структурних компонентів, наявність яких принципово відрізняє його від закону Ньютона, так і від всіх інших варіантів закону притягання. Підкреслимо що компонент U_{rN} на

інваріанті $w_2 = 0$ безпосередньо редукується в закон притягання Ньютона;

- Особливою новизною володіє динамічна компонента U_{rs} , яка обнуляється на інваріантах $w_1(t) = 0$ і $w_2 = 0$. Саме ця компонента виявляє динамічну природу системного закону притягання $U_{r\Sigma}$, що принципово відрізняється від закону Ньютона. Динамічна компонента U_{rs} формує процес повернення пробного тіла на орбіту, після чого вона «обнуляється». Це означає, що $U_{r\Sigma}$ якби «пригальмовує» час взаємодії тіл. Справа в тому що час затухання цієї компоненти можна пояснювати як свого роду ефект «гальмування часу» якщо користуватися термінологією теорії відносності. В нашому випадку «час затухання» - це додатковий час, необхідне для внутрішнього гравітаційного взаємодії двох тіл;
- Саме ці два компоненти U_{rs} і визначають на наш погляд, додаткових, в порівнянні з законом притягання Ньютона, ефекти гравітаційної взаємодії двох тіл.

Синтез синергетичних законів управління

В основі синергетичного підходу лежить метод аналітичного конструювання агрегованих регуляторів (АКАР), який спирається на ідею введення в систему інваріантів – атракторів. Атрактор – це асимптотична границя в просторі станів синтезованої системи, яка відображає власну мету проектувальника. Приведемо також таке тверження інваріантів: це така поверхня в просторі координат об'єкту, на яку невідворотньо потрапляє траєкторія точки, що зображується системи при будь-яких початкових умовах. Таким чином, задача синергетичного синтезу заключається в створенні інваріантів, що мають різні властивості об'єкту і цілі управління[41, 42, 44, 47].

Суть методу АКАР заключається в наступному: в фазовому просторі синтезованої системи послідовно вводять притягуюче різноманіття $\psi_s = 0$, $s=1, 2, \dots, \eta < n$, де η – число каналів управління; n – розмірність системи.

Показуюча точка системи потрапляє спочатку на перше різноманіття, розмірність якого на одиницю менше розмірності вихідної системи, далі – на друге різноманіття, розмірність якого на одиницю менше від попереднього і так далі. Так організовується процес стійкого руху точки системи в початок координат – динамічна декомпозиція системи. Після завершення декомпозиції (розмірність системи $n - \eta$) вирішується система $(n - \eta)$ нелінійних диференціальних рівнянь з $(n - \eta)$ невідомими.

Для того щоб рух точки вздовж притягуючих різноманіть, було стійким, необхідно виконати наступні функціональні рівняння:

$$T_s \psi_s + \psi_s = 0; s = 1, 2, \dots, \eta < n$$

вирішення яких є стійким при $T_s > 0$

Синтезуємо закон управління асинхронним двигуном з короткозамкненим ротором (АДКР), для цього використаємо математичну модель (ММ), що записується в обертовій системі координат і орієнтованій по вектору потокозчеплення ротора:

$$\begin{cases} x_1'(t) = a_1 x_2 x_4 - a_2 M_c; \\ x_2'(t) = -a_4 x_2 + a_3 x_3; \\ x_3'(t) = -a_5 x_3 + x_4 x_1 + a_3 \frac{x_4^2}{x_2} + a_6 x_2 + b u_1; \\ x_4'(t) = -a_5 x_4 - x_3 x_1 - a_3 \frac{x_3 x_4}{x_2} - a_7 x_2 x_1 + b u_2, \end{cases}$$

де $x_1 = \omega_r$ – частота обертання ротора; $x_2 = \psi_r$ – потокозчеплення ротора; $x_3 = i_{sx}$ – проекція струму статора на вісь x ; $x_4 = i_{sy}$ – проекція струму статора на вісь y ; M_c – момент опору на валу АДКР; $u_1 = u_{sx}$ – проекція управління напруги статора на вісь x ; $u_2 = u_{sy}$ – проекція управляючої напруги статора на вісь y ;

$$a_1 = \frac{p^2 m L_m}{2 J L_r}; a_2 = \frac{p}{J}; a_4 = \frac{R_r}{L_r}; a_3 = a_4 L_m; b = \frac{L_r}{L}; a_5 = \frac{R_r L_m^2 + R_s L_r^2}{L_r L}; a_6 = \frac{L_m R_r}{L_r L};$$

$$a_7 = \frac{L_m}{L}; L = L_s L_r - L_m^2; R_s, R_r – активний опір статорної і роторної обмотки;$$

L_s, L_r – повні індуктивності статорної і роторної обмотки; L_m – взаємна

індуктивність між статорною і роторною обмотками; p – число пар полюсів; J -приведений момент інерції; m – число фаз двигуна.

Припускається, що змінні і параметри, які відносяться до ротора, приведені до числа витків обмотки статора.

Математична модель розглядається при наступних припущеннях, що виходять із визначених узагальнень машини:

- Машина є симетричною
- Машина має гладкий повітряний зазор
- Магнітопроводи машини ненасичені
- Магніторушійна сила в повітряному зазорі синусоїдальна

Як було відмічено вище, цілі управління в синергетичній теорії управління прийнято виражати у вигляді відповідних систем інваріантів. Оскільки об'єкт управління має два канали управління (u_1, u_2), число інваріантів буде також два: технологічний інваріант (в даному прикладі це швидкість обертання вала ротора) і електромагнітний інваріант (потокосцеплення ротора).

Згідно методу АКАР, введемо першу сукупність макрозмінних:

$$\psi_1 = x_3 - \varphi_1 \rightarrow 0;$$

$$\psi_2 = x_4 - \varphi_2 \rightarrow 0.$$

Це означає, що змінні x_3, x_4 будуть змінюватись по заданим, але поки невідомим, функціям φ_1, φ_2 .

Необхідно щоб попередня множина задовольняла функціональні рівняння

$$T_1\psi_1' + \psi_1 = 0;$$

$$T_2\psi_2' + \psi_2 = 0.$$

Після завершення переходу процес буде виконувати рівність $x_3 = \varphi_1, x_4 = \varphi_2$, тому рух точки на множинах ψ_1, ψ_2 можна описати тільки двома рівняннями математичної моделі об'єкту:

$$\begin{cases} x_1'(t) = a_1x_2\varphi_2 - a_2Mc \\ x_2'(t) = -a_4x_2 + a_3\varphi_1 \end{cases}$$

Таким чином при попаданні точки системи в окіл перехрестя множини $\psi_1 = 0, \psi_2 = 0$ проходить динамічна декомпозиція системи з четвертого в другий порядок.

Подальша процедура аналогічна. Вводимо другу сукупність макрозмінних:

$$\psi_3 = x_1 - x_1^0 \rightarrow 0$$

$$\psi_4 = x_2 - x_2^0 \rightarrow 0$$

задовільняє систему функціональних рівнянь

$$T_3\psi_3' + \psi_3 = 0$$

$$T_4\psi_4' + \psi_4 = 0$$

де $x_1^0 = 120$ рад/с – завдання по швидкості; $x_2^0 = 0.5$ Вб – завдання по потокозчепленню.

$$T_3x_1' + x_1 - x_1^0 = 0$$

$$T_4x_2' + x_2 - x_2^0 = 0$$

З врахуванням моделі декомпозованої системи, попередня система прийме вигляд

$$T_3(a_1x_2\varphi_2 - a_2Mc) + x_1 - x_1^0 = 0$$

$$T_4(-a_4x_2 + a_3\varphi_1) + x_2 - x_2^0 = 0$$

Враховуючи наведені вище формули знайдемо значення управляючих дій u_1, u_2 :

$$u_1 = -\frac{(T_1T_3a_4^2 - T_1a_4 + T_1a_6T_3a_3 - T_3a_4 + 1)x_2}{T_1bT_3a_3} - \frac{x_1x_4}{b} - \frac{(-T_1a_5T_3a_3 - T_1T_3a_4a_3 + T_1a_3 + T_3a_3)x_3}{T_1bT_3a_3} + \frac{x_2^0}{T_1bT_3a_3} - \frac{a_3x_4^2}{bx_2}$$

$$u_2 = \frac{a_7x_1x_2}{b} + \frac{(-T_2a_1 + T_2a_5T_4a_1 - T_4a_1)x_4}{T_2bT_4a_1} + \frac{x_3x_1}{b} + \frac{\frac{a_3x_3x_4}{b} - \frac{(T_2a_4 + 1)x_1}{T_2bT_4a_1} + \frac{(1 + T_2a_4)x_1^0}{T_2bT_4a_1} + \frac{T_4a_2Mc + T_2T_4a_2a_4Mc + T_2a_2Mc}{T_2bT_4a_1}}{x_2} + \frac{\left(\frac{a_3x_1}{bT_4a_1} - \frac{a_3x_1^0}{bT_4a_1} - \frac{a_2a_3Mc}{ba_1}\right)x_3}{x_2^2}$$

Попередній вираз є управління, що забезпечує перевід точки системи із довільного початкової умови в допустиму область змін фізичних координат в стан визначений інваріантами

$$w_r = w_{r0} = 120$$

$$\psi_r = \psi_{r0} = 0.5$$

при цьому на траєкторії руху точки системи гарантується асимптотична стійкість.

3.5 Застосування методу АКАР для моделювання процесу затирання

При створенні систем управління різними промисловими об'єктами на практиці часто застосовують так звані астатичні закони керування, які включають в себе інтегральні складові, що покращує точність систем в усталених режимах руху. Вказані закони реалізуються за допомогою ПІД-регуляторів, які широко застосовуються в промислових системах регулювання. Наявність інтегральної (І) складової дозволяє позбутись скачкоподібних збурень на виході замкнених систем та повисити їх статичну точність. Слід зазначити, що в теперішній час більшість мікропроцесорних систем конструюються з використанням ПІД-алгоритмів управління, хоча сучасні мікропроцесорні засоби дозволяють реалізувати набагато складніші алгоритми управління. Такий стан пояснюється широким досвідом успішного використання ПІД-регуляторів для забезпечення основних показників якості різних промислових систем регулювання. Однак, необхідно підкреслити, що ПІД-алгоритми управління в більшості випадків застосовуються для лінійних математичних моделей об'єктів, коли модель має бути, як правило, нелінійна, по-перше, виникає питання щодо асимптотичної стійкості замкненої системи, по-друге, синтез законів керування об'єктами, що дозволяють отримати принципово нові якісні властивості замкнених систем(наприклад, робастність). Дані питання можна розв'язати за допомогою методів АКАР.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dG_n}{dt} = a - l \frac{E}{1+E} \frac{G_n}{1+G_n+M_1 G_2} ; \\ \frac{dG_2}{dt} = \frac{E}{L+E} \frac{G_n}{1+G_n+G_2} - l_1 \frac{E_1}{L_1+E_1} \frac{G_2}{K_1+G_2+M_2 * G} ; \\ \frac{dG}{dt} = k p_1 \frac{E_1}{L_1+E_1} \frac{G_2}{K_1+G_2+M_2 G} - \mu \frac{XG}{1+G+\mu_2 X} ; \\ \frac{dE}{dt} = E_0 \frac{G_n}{1+G_n} X \frac{N}{N+G_2+MG} - \alpha E ; \\ \frac{dE_1}{dt} = E_{01} \frac{G_2}{1+G_2} X \frac{N_1}{N_1+G} - \alpha_1 E_1 ; \\ \frac{dX}{dt} = \mu_1 \frac{XG}{1+G+\mu_2 X} - \mu_0 X . \end{array} \right. \quad (2.3.10)$$

Приведемо математичну модель затирання (2.3.10) до відповідного вигляду (2.3):

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + M_i(t), i = 1..n \quad (2.3)$$

$$\dot{x}_k(t) = f_k(x_1, x_2, \dots, x_m) + u_k(t), k = 1..m ,$$

де вектор $x(t), u(t), M(t)$ - відповідно вектори координат стану об'єкта.

Зробимо відповідні заміни:

$$X=x_1; E_1=x_2; E=x_3; G=x_4; G_2=x_5; G_n=x_6 \quad ;$$

$$M(t)=-0.2X; U(t)=-0.5 \frac{E_1}{1+E_1} \frac{G_n}{1+G_n+G_2}; \quad (2.3.11)$$

$$\mu_1=k_1; E_{01}= k_2; N_1= k_3; \alpha_1= k_4; E_0= k_5;$$

$$N= k_6; k p_1= k_7; L_1= k_8; L= k_9; l_1= k_{10};$$

$$a= k_{11};$$

Отримаємо наступну систему:

$$\begin{aligned}
\hat{x}_1(t) &= \frac{k_1 * x_1 * x_4}{1 + x_4 * + x_1} + M; \\
\hat{x}_2(t) &= \frac{k_2 * x_5}{1 + x_5} \frac{k_3 * x_1}{k_3 + x_5 * + x_4} - k_4 x_2; \\
\hat{x}_3(t) &= \frac{k_5 * x_6}{1 + x_6} \frac{k_6 * x_1}{k_6 + x_5 * + x_4} - k_6 x_3; \\
\hat{x}_4(t) &= \frac{k_7 * x_3}{k_8 + x_3} \frac{x_6}{k_3 + x_6 * + x_4} - \frac{k_7 * x_5 * x_4}{1 + x_4 * + x_5}; \\
\hat{x}_5(t) &= \frac{x_2}{k_9 + x_2} \frac{x_6}{1 + x_6 * + x_5} - \frac{k_{10} * x_3}{k_8 + x_3} \frac{x_5}{k_3 + x_5 * + x_4}; \\
\hat{x}_6(t) &= k_{11} + U(t).
\end{aligned} \tag{2.3.12}$$

Для розв'язання задачі синтезу розширимо простір станів системи наступним чином:

$$\begin{aligned}
z^{\wedge}(t) &= x_1 \\
\hat{x}_1(t) &= \frac{k_1 * x_1 * x_4}{1 + x_4 * + x_1} + M; \\
\hat{x}_2(t) &= \frac{k_2 * x_5}{1 + x_5} \frac{k_3 * x_1}{k_3 + x_5 * + x_4} - k_4 x_2; \\
\hat{x}_3(t) &= \frac{k_5 * x_6}{1 + x_6} \frac{k_6 * x_1}{k_6 + x_5 * + x_4} - k_6 x_3; \\
\hat{x}_4(t) &= \frac{k_7 * x_3}{k_8 + x_3} \frac{x_6}{k_3 + x_6 * + x_4} - \frac{k_7 * x_5 * x_4}{1 + x_4 * + x_5}; \\
\hat{x}_5(t) &= \frac{x_2}{k_9 + x_2} \frac{x_6}{1 + x_6 * + x_5} - \frac{k_{10} * x_3}{k_8 + x_3} \frac{x_5}{k_3 + x_5 * + x_4}; \\
\hat{x}_6(t) &= k_{11} + U(t).
\end{aligned} \tag{2.3.13}$$

Використовуючи метод АКАР, синтезуємо астатичний закон управління:

$$u_{\Sigma} = F(x_1, x_2, x_3, \int x_1 dt), \tag{2.3.14}$$

який гарантує асимптотичну стійкість в цілому замкненої системи (2.3.12), та забезпечуючий необхідні(аперіодичні) перехідні процеси по вихідній координаті $x_1(t)$, при цьому в режимі невеликих відхилень закон u_{Σ} (2.3.14) містить ПД-алгоритм управління відносно $x_1(t)$, тобто:

$$u_{\Sigma \text{ inf}} = -k_p x_1 - k_p T_g \dot{x}_1(t) - \frac{k_p}{T_u} \int x_1 dt - \beta x_3 \tag{2.3.15}$$

Параметри k_p, T_g, T_u обираються виходячи із задання показників якості до замкненої системи в режимі невеликих відхилень. З постановки задачі синтезу впливає, що узагальнений закон керування (2.3.14), по мірі наближення зображуючої точки до початку координат простору станів, поступово переходить в закон (2.3.15), що відповідає процесу поступової оптимізації синтезуємої системи.

Перейдемо до синтезу закона u_{Σ} (2.3.14) на основі методу АКАР з введенням послідовної сукупності інваріантних багатобразів в просторі санів об'єкта (2.3.13). Згідно методу АКАР введемо першу агреговану змінну :

$$\psi_1 = k_6 x_3 + \varphi_1(z, x_1, x_2) \quad (2.3.16)$$

підставляємо її в функціональне рівняння

$$T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 = 0; T_1 = \frac{c_1}{m_1} > 0, \quad (2.3.17)$$

в силу рівнянь (2.3.13) отримаємо закон керування

$$\begin{aligned} U_{\Sigma} = & -\frac{d\varphi_1}{dz} x_1 - \frac{d\varphi_1}{dx_1} \left(\frac{k_1 x_1 x_4}{1+x_4+x_1} \right) - \frac{d\varphi_1}{dx_2} \left(\frac{k_2 x_5}{1+x_5} \frac{k_3 x_1}{k_3+x_5+x_4} - k_4 x_2 \right) - \frac{d\varphi_1}{dx_3} \left(\frac{k_5 x_6}{1+x_6} \frac{k_6 x_1}{k_6+x_5+x_4} - \right. \\ & \left. - k_6 x_3 \right) - \frac{d\varphi_1}{dx_4} \left(\frac{k_7 x_3}{k_8+x_3} \frac{x_6}{k_3+x_6+x_4} - \frac{k_7 x_5 x_4}{1+x_4+x_5} \right) - \frac{d\varphi_1}{dx_5} \left(\frac{x_2}{k_9+x_2} \frac{x_6}{1+x_6+x_5} - \frac{k_{10} x_3}{k_8+x_3} \frac{x_5}{k_3+x_5+x_4} \right) - \\ & - \frac{1}{T_1} x_6 - \frac{1}{T_1} \varphi_1(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) - k_{12}. \end{aligned} \quad (2.3.18)$$

який зводить до мінімуму супроводжуючий функціонал

$$J_1 = \int_0^{\infty} \left[m_1^2 \psi_1^2 + c_1^2 \dot{\psi}_1^2(t) \right] dt. \quad (2.3.19)$$

Закон u_{Σ} (2.3.14) переводить зображуючу точку в окіл багатобразів $\psi_1 = 0$, рух вздовж якого описується системою рівнянь

$$\begin{aligned}
\hat{z}(t) &= x_1 \\
\hat{x}_1(t) &= \frac{k_1 * x_1 * x_4}{1 + x_4 * x_1} + M; \\
\hat{x}_2(t) &= \frac{k_2 * x_5}{1 + x_5} \frac{k_3 * x_1}{k_3 + x_5 * x_4} - k_4 x_2; \\
\hat{x}_3(t) &= \frac{k_5 * x_6}{1 + x_6} \frac{k_6 * x_1}{k_6 + x_5 * x_4} - k_6 x_3; \\
\hat{x}_4(t) &= \frac{k_7 * x_3}{k_8 + x_3} \frac{x_6}{k_3 + x_6 * x_4} - \frac{k_7 * x_5 * x_4}{1 + x_4 * x_5}; \\
\hat{x}_5(t) &= \frac{x_2}{k_9 + x_2} \frac{x_6}{1 + x_6 * x_5} - \frac{k_{10} * x_3}{k_8 + x_3} \frac{x_5}{k_3 + x_5 * x_4} - \varphi_1(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5).
\end{aligned} \tag{2.3.20}$$

Приймаємо $\varphi_1(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ за проміжне управління та використовуємо другу агреговану змінну

$$\psi_2 = k_3 x_2 + \varphi_2(z, x_1, x_2, x_3, x_4) \tag{2.3.21}$$

на основі функціонального рівняння

$$T_2 \dot{\psi}_2(t) + \psi_2 = 0; T_2 = \frac{c_2}{m_2} > 0, \tag{2.3.22}$$

в силу рівнянь (2.3.20) отримуємо

$$\begin{aligned}
\varphi_1(z, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) &= -\frac{d\varphi_2}{dz} x_1 - \frac{d\varphi_2}{dx_1} \left(\frac{k_1 * x_1 * x_4}{1 + x_4 * x_1} \right) - \frac{d\varphi_2}{dx_2} \left(\frac{k_2 * x_5}{1 + x_5} \frac{k_3 * x_1}{k_3 + x_5 * x_4} - k_4 x_2 \right) - \\
&\frac{d\varphi_2}{dx_3} \left(\frac{k_5 * x_6}{1 + x_6} \frac{k_6 * x_1}{k_6 + x_5 * x_4} - k_6 x_3 \right) - \frac{d\varphi_2}{dx_4} \left(\frac{k_7 * x_3}{k_8 + x_3} \frac{x_6}{k_3 + x_6 * x_4} - \frac{k_7 * x_5 * x_4}{1 + x_4 * x_5} \right) - \frac{1}{T_2} x_5 - \frac{1}{T_2} \varphi_2 - \\
&\left(\frac{x_2}{k_9 + x_2} \frac{x_6}{1 + x_6 * x_5} - \frac{k_{10} * x_3}{k_8 + x_3} \frac{x_5}{k_3 + x_5 * x_4} \right).
\end{aligned} \tag{2.3.23}$$

Проміжне управління (2.3.23) мінімізує супроводжуючий функціонал

$$J_2 = \int_0^{\infty} \left[m_2^2 \psi_2^2 + c_2^2 \dot{\psi}_2^2(t) \right] dt \tag{2.3.24}$$

і переводить зображуючу точку в окіл багатобразів $\psi_2 = 0$.

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі запропоновано новий підхід до удосконалення систем автоматизованого керування заторно-варильним відділенням пивзаводу, який полягає в організації ресурсоощадних стратегій керування на основі розроблених синергетичних моделей і алгоритмів

1. На основі проведеного системного аналізу технологічного комплексу заторно-варильного відділення пивзаводу виявлені чинники підвищення ефективності процесів приготування пивного сусла та сформульовані задачі оперативної реалізації ресурсоощадного керування, побудованих на засадах синергетики, детермінованого хаосу з використанням інтелектуальних технологій.

2. Одержали подальший розвиток математичні моделі процесів кінетики біохімічних перетворень за рахунок оцінки впливу зовнішніх стохастичних збурень, що передбачило виявлення проявів атрактивної поведінки об'єкта керування та встановлення діапазонів змінювання керувальних параметрів при утворенні дисипативних просторово-часових структур внаслідок самоорганізації процесів приготування пивного затору.

3. Удосконалено процедуру встановлення показників виявлення переміжності, хаотичності, що забезпечує підвищення ефективності синтезу стратегій синергетичного керування процесами приготування пивного сусла.

4. Удосконалені нелінійні моделі кінетики процесів приготування пивного затору, які дозволяють змінювати в реальному часі температурні режими та тривалості стадій приготування пивного затору для досягнення максимальної ефективності функціонування заторно-варильного відділення пивзаводу.

5. Вперше для технологічних об'єктів пивоварного виробництва здійснений синтез синергетичних агрегованих систем керування з

використанням лінгвістичної апроксимації за Коско для організації малопотужних ресурсощадних керувальних дій резонансного стимулюючого характеру, що гарантує досягнення визначених в залежності від виробничої ситуації цілей – атракторів як відображення бажаного у відповідності з фізико-хімічною природою об'єкта його цільового стану.

6. Вперше розроблена структура інтелектуальної автоматизованої системи синергетичного керування процесами приготування пивного сусла на основі динамічних баз знань та кінетичних нелінійних моделей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Домарецький В.А. Технологія солода та пива: підруч. [для студ. вищ. навч. закл.] [Текст] / В.А.Домарецький. – К.: Урожай, 1999. – 544 с.
2. Пат. 98892, Україна: МПК(2012.01), C12C7/165, C12C13/00. Варильний агрегат для пива / Соколенко А.І. Піддубний В.А.; заявник і власник Національний університет харчових технологій. – № а 201104854; заявл. 19.04.11; опубл. 25.06.12, Бюл. № 12. – 4 с.
3. Місюра М.Д. Ідентифікація біотехнологічних процесів в пивоварному виробництві [Текст] / М.Д. Місюра, В.Д. Кишенько // Матеріали 12-ої Міжнародної конференції по автоматичному управлінню «Автоматика - 2005». – 2005. – т. 2. – С. 55.
4. Колотуша П.В. Технологія виробництва пива [Текст] / П.В. Колотуша. – К.: Ін-т. системних досліджень, 1993. – 235 с.
5. Ладанюк А.П. Автоматизація технологічних процесів і виробництв харчової промисловості [Текст] / А.П. Ладанюк, В.Г. Трегуб, І.В. Ельперін, В.Д. Цюцюра. – К.: Аграрна освіта, 2001. – 224 с.
6. Місюра М.Д. Автоматизоване управління технологічним комплексом виробництва пива: дис. кан. техн. наук: 05.13.07 / Місюра Максим Дмитрович. – НУХТ. – К., 2010. – 210 с.
7. Чернецький М.В. Синергетичне керування технологічними процесами приготування пивного суслу [Текст] / М.В. Чернецький // Матеріали 78-ої міжнародної наукової конференції молодих вчених, аспірантів і студентів. – К.: НУХТ. – 2012. –ч.2, С. 282 – 283.
8. Чернецький М.В. Дослідження хаотичної поведінки технологічного об'єкта управління, аналіз, шляхи розв'язання проблем [Електронний ресурс] / М.В. Чернецький, В.Д. Кишенько // Міжнародна науково-технічна конференція "Сучасні методи, інформаційне, програмне та технічне забезпечення систем управління організаційно-технічними та технологічними комплексами", 27 листопада 2014 р.: тези доп. – К.: НУХТ. –

2014. – С. 108. – Режим доступу: <http://nuft.edu.ua/page/view/konferentsii>

9. Ареф'єва О.В. Економічна стійкість підприємства: сутність, складові та заходи її забезпечення [Текст] / О.В. Ареф'єва, Д.М. Городинська // Актуальні проблеми економіки. – 2008. – № 8. – С. 83–90.

10. Стрижак П.Є. Детермінований хаос в хімії [Текст] / П.Є. Стрижак. – К.: Академперіодика, 2002. – 286 с.

11. Кишенько В.Д. Синергетичне управління технологічними процесами приготування пивного суслу [Текст] / В.Д.Кишенько, О.П. Лобок, М.В. Чернецький // Наукові праці НУХТ. – К.: НУХТ. – 2012. – С. 81 – 86.

12. Чернецький М.В. Математична модель кінетики гідролізу затору в класі стохастичних нелінійних диференціальних рівнянь [Текст] / М.В. Чернецький // Матеріали 79-ої міжнародної наукової конференції молодих вчених, аспірантів і студентів. – К.: НУХТ. – 2013. – ч.2, С. 548 – 549.

13. Грицай В.Й. Прогнозованість структурної нестійкості та виду атратора біохімічного процесу [Текст] / В.Й. Грицай // Біофізичний вісник: науч.-техн. зб. – 2009. – Вип. 23. – С. 77 – 85.

14. Соловйов В. М. Моделювання складних економічних систем : навчальний посібник [Текст] / В. М. Соловйов, В. В. Соловйова, Н. А. Хараджян. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ. – 2010. – 119 с.

15. Стеценко І.В. Моделювання систем [Текст] / І.В. Стеценко. – Черкаси: ЧДТУ, 2010. – 399 с.

16. Томашевський В.М. Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання [Текст] / В.М. Томашевський, О.Г. Жданова, О.О. Жолдакова. – К.: Корнійчук, 2001. – 267 с.

17. Чернецький М.В. Аналіз часових рядів варочного відділення пивзавода з позиції нелінійної динаміки [Текст] / М.В. Чернецький // Матеріали 80-ої міжнародної наукової конференції молодих вчених, аспірантів і студентів. – К.: НУХТ. – 2014. – ч.2. – С. 409 – 410.

18. Чернецький М.В. Дослідження динамічної системи варочного відділення пивзаводу на основі джокер-методу [Текст] / М.В. Чернецький,

В.Д. Кишенько // Міжнародна наукова конференція присвячена 130-річчю Національного університету харчових технологій "Нові ідеї в харчовій науці – нові продукти харчовій промисловості", 13 -16 жовтня 2014 р.: тези доп. – К.: НУХТ. – 2014. – С. 259.

19. Кишенько В.Д. Нелінійний рекурентний аналіз часових рядів процесу затирання солоду як складної системи з переміжністю [Текст] / В.Д.Кишенько, М.В. Чернецький // Харчова промисловість. – К.: НУХТ. – 2015. – № 17. – С. 90–96.

20. Чернецький М.В. Дослідження властивостей атракторів складних систем на основі аналізу часових рядів варочного відділення [Текст] / М.В. Чернецький, В.Д. Кишенько // Східно-Європейський журнал передових технологій. – Харків. – 2014. – № 6/2 (72). – С. 38 – 42.

21. Чернецький М.В. Дослідження особливостей часових рядів варочного відділення пивзаводу методами вейвлет-перетворення [Текст] / М.В. Чернецький, В.Д. Кишенько // 3 Міжнародна науково-практична конференція "Проблеми інформатики та комп'ютерної техніки (ПКТ-2014)", 27 -30 травня 2014 р.: тези доп. – Чернівці: ЧНУ. – 2014. – С. 75 – 76.

22. Чернецький М.В. Нечітке синергетичне регулювання технологічних параметрів варочного відділення пивзаводу [Текст] / М.В. Чернецький, В.Д. Кишенько // 3 Міжнародна науково-практична конференція "Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи)", 12 -15 травня 2015 р.: тези доп. – Черкаси: ЧДТУ. – 2015. – С. 271.

23. Чернецький М.В. Бекстепінг і пасифікація в класі нелінійних систем із запізненням [Текст] / М.В. Чернецький, В.Д. Кишенько // 20 Міжнародна конференція з автоматичного управління "АВТОМАТИКА / AUTOMATICS – 2013", 25 -27 вересня 2013 р.: тези доп. – Миколаїв: НУК. – 2013. – С. 197 – 198.

24. Чернецький М.В. Прогнозування функціонування варочного відділення пивзаводу на основі теорії детермінованого хаосу [Текст] / М.В. Чернецький, В.Д. Кишенько // Всеукраїнська науково-практична internet-конференція

"Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології у виробництві та освіті: стан, досягнення, перспективи розвитку", 17 -21 березня 2014 р.: тези доп. – Черкаси: ЧНУ. – 2014. – С. 27 – 29.

25. Чернецький М.В. Реконструкція предиктор-функцій на основі аналізу часових рядів процесу затирання пивного сусла [Текст] / М.В. Чернецький, В.Д. Кишенько, А.П. Ладанюк // Східно-Європейський журнал передових технологій. – Харків. – 2015. – № 4/2 (76). – С. 57 – 62.

26. Чернецький М.В. Оцінка динамічної системи варочного відділення пивзаводу методами флікер-шумової спектроскопії [Текст] / М.В. Чернецький // 21 Міжнародна конференція з автоматичного управління "АВТОМАТИКА / AUTOMATICS – 2014", 23 -27 вересня 2014 р.: тези доп. – К.: КПІ. – 2014. – С. 302 – 303.

27. Чернецький М.В. Використання методу флікер-шумової спектроскопії для дослідження змінних технологічного процесу затирання [Текст] / М.В. Чернецький // XII міжнародна конференція «Контроль і управління в складних системах (КУСС-2014)», 14 – 16 жовтня 2014 р.: тези доп. – Вінниця: ВНТУ. – 2014. – С. 175.

28. Ладанюк А.П. Основи системного аналізу [Текст] / А.П. Ладанюк. – Вінниця: Нова книга, 2004. – 176 с.

29. Чернецький М.В. Отримання і обробка інформації в підсистемі технологічного моніторингу процесу варки сусла [Текст] / М.В. Чернецький // 22 Міжнародна конференція з автоматичного управління "АВТОМАТИКА / AUTOMATICS – 2015", 10 -11 вересня 2015 р.: тези доп. – Одеса: ОНПУ. – 2015. – С. 102 – 103.

30. Пат. 103580, Україна: МПК(2015.01), C12C7/00, G05B13/04. Спосіб інтелектуального синергетичного регулювання процесу затирання солоду / Кишенько В. Д., Чернецький М. В.; заявник і власник Національний університет харчових технологій.–№ u 201505454; заявл.03.06.15; опубл.25.12.15, Бюл. № 24.–4с.

31. Чернецький М.В. Аналітичне конструювання агрегованих регуляторів

варочного відділення пивзаводу [Текст] / М.В. Чернецький, В.Д. Кишенько //
Матеріали 81-ої міжнародної наукової конференції молодих вчених,
аспірантів і студентів. – К.: НУХТ. – 2015. – ч.2.– С. 310.