

## ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ

**Маковецька С., Сєдих О.,**

*Національний університет харчових технологій,  
м. Київ*

Проблеми прийняття оптимальних проектних рішень, які виникають у різних областях науки і техніки, часто можуть бути сформульовані як задачі дискретної оптимізації. Розглянемо застосування апарату генетичних алгоритмів до задач оптимізації на прикладі задачі комівояжера (ЗК).

Задача комівояжера в багатокритеріальному вигляді визначається наступним чином: існує  $n$  точок (міст), які з'єднані дорогами, проїзд по них характеризується деяким вектором вартості. Задача — пройти з мінімальними витратами через кожне місто лише один раз, при цьому на останньому кроці повернутися в початкове місто. Вектор вартості маршруту в даній постановці задачі буде представлений трьома компонентами: пройдена відстань, час у дорозі, матеріальні витрати. Оскільки маршрут повинен пройти через кожне місто тільки один раз, то вибір здійснюється серед гамільтонових циклів.

Нехай дано граф з  $n$  вершинами,  $C = [c_{ij}]$  — матриця ваги даного графа (у цій задачі вага дуги має сенс довжини або вартості маршруту з міста  $i$  в місто  $j$ ). Нехай  $[\xi_{ij}]$  матриця ( $n \times n$ ), в якій  $\xi_{ij} = 1$ , якщо маршрут йде з вершини  $x_i$  безпосередньо у вершину  $x_j$ , і  $\xi_{ij} = 0$  в іншому випадку. Щоб усунути некоректні розв'язки з  $\xi_{ij} = 1$ , будемо вважати  $c_{ij} = \infty$  ( $i = 1, \dots, n$ ). Тоді ЗК формулюється так: знайти величини  $\xi_{ij}$ , що мінімізують

$$z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ij} \xi_{ij} \quad (1)$$

за умови, що

$$\sum_i \xi_{ij} = \sum_j \xi_{ij} = 1 \quad (2)$$

(для всіх  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ),

$$\xi_{ij} = 0 \text{ або } 1, \quad (3)$$

Умова (2) гарантує, що рішення буде циклічне, тобто в кожному вершині входить і з неї виходить одна дуга. Рівняння (1)–(3) разом з додатковим обмеженням, що полягає в тому, що рішення має давати єдиний цикл (гамільтонів), а не просто певну кількість незв'язаних циклів, дають нам формулювання ЗК.

Знаходження гамільтонових циклів так само, як і ЗК, є NP-повною задачею. Для розв'язання таких задач були розроблені алгоритми, які знаходять точні або наближені рішення. Алгоритми перебору дозволяють розв'язати ЗК для 10–15 міст, оскільки для  $N$  міст буде потрібно перевірити  $N!$  маршрутів. Більш складні алгоритми перебору (наприклад, загальновідомий метод гілок і границь [1]) може розв'язати ЗК для сотні міст, але навіть і в цьому випадку може зустрітися такий набір вхідних даних, для яких алгоритм не зможе розв'язати ЗК за прийнятний час (наприклад, алгоритм довго працює на симетричних матрицях). Введення в задачу додаткових обмежень (тимчасові рамки або порядок відвідування для деяких міст) також призводить до ускладнення алгоритму та подальшого збільшення часу, необхідного для знаходження розв'язання задачі.

Для того, щоб задачу можна було розв'язати за допомогою генетичних алгоритмів, потрібно з'ясувати, що саме буде її розв'язком, закодувати рішення у вигляді хромосоми і скласти функцію пристосованості для таких хромосом. Рішенням ЗК буде будь-який маршрут між містами, який задовольняє наступні умови: він проходить всі без винятків міста і кожне місто відвідує не більше одного разу. Закодувати такий маршрут можна у вигляді послідовності номерів міст, починаючи з найпершого, в кінці послідовності номер передостаннього міста, оскільки маршрут замкнений, то останнім буде місто, з якого він починався. Очевидно, що в цій послідовності значення не повторюються [2].

У даній реалізації кожна хромосома являє собою маршрут і містить набір генів, що не повторюються, де ген відповідає місту мережі. Якісна характеристика хромосоми — сумарна вага відстаней між містами мережі, тобто довжина шляху від початкової до кінцевої вершини. Початкове покоління з'являється випадково, кожне наступне покоління створюється із попереднього шляхом застосування операцій селекції, схрещування і мутації. Для схрещування вибирається «найкраща» хромосома — хромосома, що представляє найбільш короткий маршрут. Мутація змінює місцями гени в випадково вибраній хромосомі. Як операція схрещування використовується так зване «жадібне» схре-

щування (Greedy Crossover), а в результаті мутації гени хромосоми міняються місцями.

Основні переваги генетичних алгоритмів — паралельність процесу пошуку, залучення у відповідну процедуру одночасно більшого числа індивідумів (кандидатів на рішення) і більшого числа досліджуваних областей простору пошуку.

#### **ДЖЕРЕЛА**

1. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. — М. : Мир, 1978.
2. Исаев С.А., Генетические алгоритмы — эволюционные методы поиска [Электронный ресурс] / С.А. Исаев. — Режим доступа : <http://saisa.chat.ru/ga/text/part1.html>