

Інститут математики НАН України
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова
Національний технічний університет України «КПІ»

**ЧОТИРНАДЦЯТА
МІЖНАРОДНА НАУКОВА
КОНФЕРЕНЦІЯ
ІМЕНІ АКАДЕМІКА
М. КРАВЧУКА**

19–21 квітня 2012 року, Київ

МАТЕРІАЛИ КОНФЕРЕНЦІЇ

I

ВІДОКРЕМЛЕННЯ ЗМІННИХ І РЕДУКЦІЯ НЕЛІНІЙНИХ ХВИЛЬОВИХ РІВНЯНЬ

Богатирчук А. С., Юрик І. І.

Національний університет харчових технологій, Київ, Україна

an1952@ukr.net

Одним з ефективних методів побудови точних розв'язків диференціальних рівнянь є симетрійна редукція за одновірними підалгебрами алгебри інваріантності даного рівняння. В такий спосіб кожній однопараметричній підгрупі повної групи симетрій рівняння відповідає клас інваріантних відносно підгрупи розв'язків, які отримуються з розв'язків редукованого звичайного диференціального рівняння. Наявність достатньо широкої групи симетрій рівняння дозволяє розширити список інваріантних розв'язків, діючи на кожен з них перетвореннями з повної групи симетрій. Але частину інваріантних розв'язків можна отримати безпосередньо використовуючи підстановку

$$u = a(x)b(t).$$

Так для рівняння теплопровідності

$$u_t - u_{xx} = 0$$

розв'язки з відокремленими змінними

$$u(x,t) = ke^{\lambda t} \operatorname{ch}(\sqrt{\lambda}x - \delta), \lambda > 0,$$

$$u(x,t) = ke^{\lambda t} \cos(\sqrt{\lambda}x + \delta), \lambda < 0$$

можна отримати з цією підстановкою. Ми пропонуємо узагальнити цю підстановку. Розв'язки шукати у вигляді

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^m b_i(t)a_i(x) + f(x,t)$$

Ця підстановка (абзац) містить невідому функцію $f(x,t)$ і m невідомих функцій $b_i(t)$ і $a_i(x)$, які визначаються з умови, що цей абзац редукує розглядуване рівняння до системи m звичайних диференціальних рівнянь з невідомими функціями $b_i(t)$. Слід відмітити, що ми не накладаємо вимогу на функцію $f(x,t)$ бути поданою у вигляді скінченної суми доданків з розділеними змінними. В такий спосіб ми знайшли нові точні розв'язки для таких рівнянь

$$u_{tt} = uu_{xx}, \quad u_{tt} = uu_{xx} + au_x^2 + u^2,$$

$$u_{tt} = uu_{xx} + au_x^2 + b_1x + b_2u.$$

Слід відзначити, що за допомогою такої підстановки можна побудувати розв'язки, які не можна отримати з використанням класичного методу С. Лі або методу умовної симетрії.