УДК 681.3:664.1

ПОБУДОВА ФУНКЦІЙ НАЛЕЖНОСТІ ДЛЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ВИРОБНИЦТВОМ ЦУКРУ НА БАЗІ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ

І. І. Пархоменко, канд. техн. наук, А. П. Ладанюк, докт. техн. наук, В. Д. Кишенько, канд. техн. наук

Застосування теорій нечітких множин для вирішення практичних задач передбачає в якості першого кроку формалізацію нечітких понять і відношень, які використовуються при описі елементів задачі керування. Тому питання побудови функцій належності нечітких множин по результатам опитування ОПР (особи, що приймає рішення) чи шляхом аналізу документів є важливим [1].

Метод, який застосовується в даній статті, був викладений в публікації [2], де пропонується процедура побудови функцій належності $M_A(x)$ на основі кількісного парного порівняння степенів належності індивідуальним ОПР. Результатом опитування ОПР є матриця $M = \|a_{ij}\|$ розмірністю $n \times n$, де n — число точок, в яких порівнюються значення функцій. Число m_{ij} показує, в скільки разів, на думку ОПР, $M_A(x_i) > M_A(x_j)$. При цьому кількість питань до ОПР складає $(n^2 - n)/2$. Значення функцій належності $M_A(x_1),\dots, M_A(x_n)$ в точках $x_1,\dots,x_n$ визначаються на основі рішення задачі

$$M\Phi^T = V_{\max}\Phi, \tag{1}$$

де $\Phi = (\Phi_1,\dots,\Phi_n)$ — вектор довжиною n; $V_{\max}$ — максимальне число матриці M; T — символ транспонування. Оскільки матриця M — позитивна по побудові, вирішення задачі (1) існує і є єдиним.

Остаточно отримаємо

$$M_A(x_i) = \frac{\Phi_i}{\sum_{i=1}^{n}\Phi_i}. \tag{2}$$

Звідси слідує, що $\sum_{i=1}^{n} M_A(x_i) = 1.$

Обчислення степенів належності по формулі (2) на основі рішення задачі (1) витікає з наступних міркувань [2, 3]: M_0 — матриця, складена із відношень степенів належності, а $\Phi_0 = (M_A(x_1), M_A(x_2),\dots, M_A(x_n))$

$$M_0 = \left\| \begin{array}{cccc} \frac{M_A(x_1)}{M_A(x_1)} & \frac{M_A(x_1)}{M_A(x_2)} & \cdots & \frac{M_A(x_1)}{M_A(x_n)} \\ \frac{M_A(x_2)}{M_A(x_1)} & \frac{M_A(x_2)}{M_A(x_2)} & \cdots & \frac{M_A(x_2)}{M_A(x_n)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{M_A(x_n)}{M_A(x_1)} & \frac{M_A(x_m)}{M_A(x_2)} & \cdots & \frac{M_A(x_n)}{M_A(x_n)} \end{array} \right\|.$$

Тоді $M_0\Phi_0^T = n\Phi_0$. Оскільки M_0 — невід'ємна матриця — дорівнює 1, то її власне число $V_{\max} = n$, а вектор Φ_0, складений із степенів належності, — власний вектор. Матриця M є апроксимацією матриці M_0, створеної на основі відповідей ОПР. Тому вектор степені належності і розраховується із виразу (2), а величини a_{ij} інтерпретуються відповідно з таблиці.

Таблиця значень належності до певної властивості параметра

a_{ij} значення	Зміст
1	$M_A(x_i)$ приблизно рівна $M_A(x_j)$
3	$M_A(x_i)$ несуттєво більше $M_A(x_j)$
5	$M_A(x_i)$ більше $M_A(x_j)$
7	$M_A(x_i)$ досить більше $M_A(x_j)$
9	$M_A(x_i)$ значно більше $M_A(x_j)$
2, 4, 6, 8	Значення, проміжні по степені між перерахованими

Методика побудови функцій належності детально ілюструється для одного із факторів об'єкта другої сатурації цукрового заводу. При побудові матриць парних порівнянь використовуються експертні оцінки спеціалістів (операторів-технологів) ділянки очищення дифузійного соку на таких цукрових заводах: Рокитнянський, Первухінський, Парафіївський, Цибулівський [4].

Для факторів, що мають кількісні виміри, діапазон зміни фактора розбивається на чотири кванта з урахуванням апріорної інформації про взаємозв'язки, що існують між кількісними оцінками та якісними термінами. Це забезпечило можливість перетворення неперервної універсальної множини $U = \lfloor \underline{U}, \overline{U} \rfloor$ в п'ятиелементну множину

$$U = \{U_1, U_2, U_3, U_4, U_5\}, \tag{3}$$

де $U_1 = \underline{U}$; $U_2 = \underline{U} + \Delta_1$; $U_3 = \underline{U} + \Delta_1 + \Delta_2$; $U_4 = \underline{U} + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3$; $U_5 = \overline{U}$, причому $\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 = \underline{U} - \overline{U}$; $\underline{U}(\overline{U})$ — нижня (верхня) межі діапазону фактора. Тому всі матриці парних порівнянь мають розмірність 5x5. Вибір чотирьох квантів обумовлений можливістю апроксимації нелінійних кривих по п'яти точкам [3].

Для цього виберемо фактор $z - pH$ на 2-му сатураторі. Даний фактор визначений на універсальній множині:

$$U(z) = [8{,}5 \div 11{,}5] \text{ од. } pH$$

за допомогою сукупності термів $T(z)$ = <значно менше, менше, норма, більше, значно більше>

$$U(z) = (U_1 = 8{,}5, U_2 = 9{,}25, U_3 = 10{,}0, U_4 = 10{,}75, U_5 = 11{,}5). \tag{4}$$

При формуванні цієї матриці експертно визначається тільки п'ятий рядок, елементи інших рядків розраховуються наступним чином:

$$a_{ij} = 1;\ a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}};\ a_{ij} = \frac{a_{kj}}{a_{ki}};\ i, j, k = \overline{1, m}. \tag{5}$$

По близькості до властивості «менше» значення $U_1 = 8{,}5$ абсолютно переважає значення $U_5 = 11{,}5$. Тому елемент a_{51} матриці $A^{\text{менше}}(z)$ визначений рівнем дев'яти ($a_{51} = 9$).

По близькості до властивості «менше» значення $U_2 = 9{,}25$ переважає явно значення $U_5 = 11{,}5$. Тому елемент a_{52} визначений рівнем восьми ($a_{52} = 8$).

Аналогічно встановлено, що $a_{53}=5$, $a_{54}=2$, $a_{55}=1$. Це свідчить про те, що по близькості ці властивості «менше» мають такі рівні переваг: значення $U_3=10{,}0$ суттєво переважає значення $U_5=11{,}5$, значення $U_4=10{,}75$ слабо переважає значення $U_5=11{,}5$ і в значенні U_5 відсутня перевага над самим собою.

Всі діагональні елементи матриці парних порівнянь визначені одиницею, тобто

$$a_{11}=a_{22}=a_{33}=a_{55}=1.$$

Оскільки відомими опинилися елементи п'ятого рядка матриці, то довільний елемент a_{ij} знаходиться із співвідношення:

$$a_{ij}=\frac{a_{5j}}{a_{5i}},\ \ i,j=\overline{1,5}. \tag{6}$$

Користуючись цим співвідношенням, визначаємо елементи першого рядка:

$$a_{12}=\frac{a_{52}}{a_{51}}=\frac{8}{9};\ a_{13}=\frac{a_{53}}{a_{51}}=\frac{5}{9};\ a_{14}=\frac{a_{54}}{a_{51}}=\frac{2}{9};\ a_{15}=\frac{a_{55}}{a_{51}}=\frac{1}{9}.$$

Елементи другого рядка визначені таким чином:

$$a_{21}=\frac{1}{a_{12}}=\frac{9}{8};\ a_{23}=\frac{a_{53}}{a_{52}}=\frac{5}{8};\ a_{24}=\frac{a_{55}}{a_{52}}=\frac{2}{8};\ a_{25}=\frac{a_{55}}{a_{52}}=\frac{1}{8}.$$

Елементи третього рядка

$$a_{31}=\frac{1}{a_{13}}=\frac{9}{5};\ a_{32}=\frac{1}{a_{23}}=\frac{8}{5};\ a_{34}=\frac{a_{54}}{a_{53}}=\frac{2}{5};\ a_{35}=\frac{a_{55}}{a_{53}}=\frac{1}{5}.$$

І нарешті елементи четвертого рядка

$$a_{41}=\frac{1}{a_{14}}=\frac{9}{2};\ a_{13}=\frac{a_{52}}{a_{54}}=\frac{8}{2};\ a_{43}=\frac{a_{53}}{a_{54}}=\frac{5}{2};\ a_{45}=\frac{a_{53}}{a_{54}}=\frac{5}{2};\ a_{45}=\frac{a_{55}}{a_{54}}=\frac{1}{2}.$$

Застосовуючи співвідношення (2) до матриці $A^{\text{менше}}(z)$, отримуємо степені належності елементів $U_1 - U_2$ до терму «значно менше»

$$\mu^{\text{значно менше}}(U_1)=\frac{1}{1+\frac{8}{9}+\frac{5}{9}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}}=0{,}36|1;$$

$$\mu^{\text{значно менше}}(U_2)=\frac{1}{\frac{9}{8}+1+\frac{5}{8}+\frac{2}{8}+\frac{1}{8}}=0{,}24|0{,}67;$$

$$\mu^{\text{значно менше}}(U_3)=\frac{1}{\frac{9}{5}+\frac{8}{5}+1+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}}=0{,}20|0{,}56;$$

$$\mu^{\text{значно менше}}(U_4)=\frac{1}{\frac{9}{2}+\frac{8}{2}+\frac{5}{2}+1+\frac{1}{2}}=0{,}08|0{,}22;$$

$$\mu^{\text{значно менше}}(U_5)=\frac{1}{9+8+5+2+1}=0{,}04|0{,}11;$$

$$
A^{\text{значно менше}}(z) = \begin{array}{c|ccccc|}
 & U_1 & U_2 & U_3 & U_4 & U_5 \\
U_1 & 1 & 8/9 & 5/9 & 2/9 & 1/9 \\
U_2 & 9/8 & 1 & 5/8 & 2/8 & 1/8 \\
U_3 & 9/5 & 8/5 & 1 & 2/5 & 1/5 \\
U_4 & 9/2 & 8/2 & 5/2 & 1 & 1/2 \\
U_5 & 9 & 8 & 5 & 2 & 1
\end{array}. \qquad (7)
$$

Аналогічно будуємо функції належності для терму «менше», «норма», «більше», «значно більше».

Отримані значення функцій належності шляхом ділення на найбільшу степінь належності виставляємо в діапазоні від 0 до 1. В результаті цього маємо такий вміст наступних нечітких множин:

значно менше

$$\left[\frac{1}{9{,}5};\frac{0{,}67}{10{,}25};\frac{0{,}56}{11};\frac{0{,}22}{11{,}75};\frac{0{,}11}{12{,}5}\right];$$

менше

$$\left[\frac{0{,}78}{9{,}5};\frac{1}{10{,}25};\frac{0{,}56}{11};\frac{0{,}33}{11{,}75};\frac{0{,}11}{12{,}5}\right];$$

норма

$$\left[\frac{0{,}11}{9{,}5};\frac{0{,}55}{10{,}25};\frac{1}{11};\frac{0{,}64}{11{,}75};\frac{0{,}11}{12{,}5}\right];$$

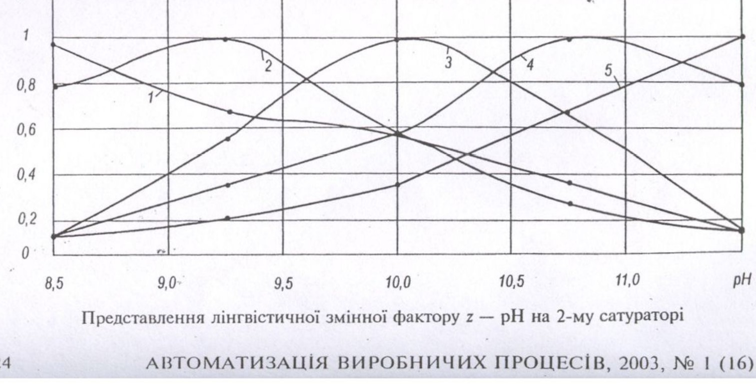
більше

$$\left[\frac{0{,}11}{9{,}5};\frac{0{,}33}{10{,}25};\frac{0{,}56}{11};\frac{1}{11{,}75};\frac{0{,}78}{12{,}5}\right];$$

значно більше

$$\left[\frac{0{,}11}{9{,}5};\frac{0{,}18}{10{,}25};\frac{0{,}33}{11};\frac{0{,}67}{11{,}75};\frac{1}{12{,}5}\right].$$

Отримані нечіткі множини описуються графіком, представленим на рисунку, де по горизонталі знаходяться значення універсальної множини, а по вертикалі M — значення функції належності: *1* — функція належності для терма «значно менше»; *2* — для терма « менше»; *3* — для терма «норма»; *4* — для терма «більше»; *5* — для терма «значно більше»



Представлення лінгвістичної змінної фактору z — pH на 2-му сатураторі

Лінгвістичні змінні з функціями належності нечітких термів будуються на основі метода, який базується на шкалі парних порівнянь Сааті. Отримані аналітичні моделі функцій належності оцінок вхідних змінних для об'єкта другої сатурації дозволяють переводити вхідні сигнали з цифрової форми в лінгвістичну, що є необхідним для синтезу системи керування на базі нечіткої логіки.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Алиев Р. А., Церковный А. З., Мамедова Г. А.* Управление производством при нечеткой исходной информации. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 240 с.

2. *Саати Т. Л.* Взаимодействие в технических системах // Техническая кибернетика. — 1979. — №1. — С. 68—84.

3. *Ротштейн О. П., Ларюшкін С. П., Катєльніков Д. І.* Багатофакторний аналіз технологічного процесу біоконверсії на основі лінгвістичної експертної інформації // Вісник ВПІ. — 1997. — №3. — С. 38—44.

4. *Пархоменко І. І., Ладанюк А. П., Кишенько В. Д.* Побудова локального регулятора процесу другої сатурації на базі нечіткої логіки // Харчова промисловість. — 2001. — №1(46). — С. 55—57.