

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК
ОЦЕНОК УГЛОВЫХ КООРДИНАТ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЦЕЛЕЙ
ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД**

В основу расчетов для исследования характеристик измерения угловых координат радиолокационных целей вблизи поверхности раздела двух сред положены математические модели, обусловленные суперпозицией в точке наблюдения отраженных от объекта прямой волны и волны, переотраженной поверхностью раздела сред. Показано, что рассмотренные математические модели удобны и эффективны для исследования характеристик амплитудных алгоритмов измерения и хорошо согласуются с результатами измерения угла места цели, полученными на натуральных испытаниях.

При отражении радиолокационных сигналов от целей с малыми углами места возникают интерференционные ошибки пеленгования в угломестной и азимутальной плоскостях, в измерении доплеровского смещения частоты, в измерении дальности. Причиной возникновения этих ошибок является суперпозиция в точке наблюдения прямой волны и волны, переотраженной поверхностью раздела сред. В случае измерения координат точечной цели возникающие ошибки аналогичны угловому и дальномерному шумам. Их характеристики определяются свойствами отраженного сигнала.

Если для ультракоротких волн выполняется критерий Рэлея [1]

$$\Delta h \leq \frac{\lambda}{8 \sin \gamma}, \quad (1)$$

где Δh — средняя высота неровностей поверхности, λ — длина волны, γ — угол скольжения, поверхность можно считать гладкой или зеркально отражающей.

В случае невыполнения критерия (1) с точки зрения теории геометрической оптики отражающую поверхность (например, морскую) можно считать состоящей из отдельных элементарных отражающих «зеркал» — факетов, размеры которых существенно превышают длину радиолокационной радиоволны [3]. При диффузном отражении отраженный сигнал формируется как суммарный совокупностью всех факетов.

Для расчета статистических характеристик отраженных сигналов удобно предположить, что в случае шероховатой отражающей поверхности наряду с диффузным рассеиванием имеется и зеркальное отражение. Соотношение между зеркальным отражением и диффузным рассеиванием зависит от степени шероховатости поверхности и значения угла зеркального отражения γ . Геометрическое представление путей распространения радиолокационного сигнала представлено на рис. 1.

В [1] предложено характеризовать эти процессы коэффициентами отражения поля $\rho_{03} = \rho_0 \rho_3$ и $\rho_{0д} = \rho_0 \rho_д$, где ρ_0 — коэффициент отражения при чисто зеркальном отражении, ρ_3 и $\rho_д$ — среднеквадратические значения коэффициентов ослабления зеркального компонента и усиления диффузного соответственно.

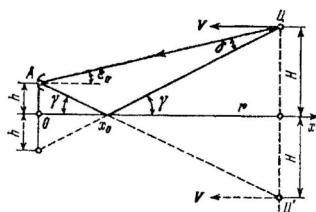


Рис. 1

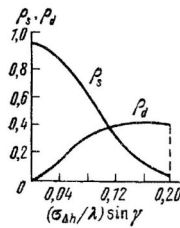


Рис. 2

Величина ρ_3 может быть определена по формуле

$$\rho_3 = \exp \left[-2 \left(\frac{2\pi\sigma_{\Delta h} \sin \gamma}{\lambda} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где $\sigma_{\Delta h}$ — среднеквадратическое изменение высоты участков поверхности. Величина $\rho_д$ имеет сложную зависимость от $\sigma_{\Delta h}$, γ и λ . Графики их изменений приведены на рис. 2 [1, 2].

Из анализа графиков следует, что в случае $\sigma_{\Delta h} \approx \lambda / (8 \sin \gamma)$ доли зеркального и диффузного компонентов в суммарном отраженном сигнале примерно одинаковы. При меньшей шероховатости поверхности диффузным рассеянием можно пренебречь и пользоваться зеркальной моделью с измененным коэффициентом отражения $\rho_{03} = \rho_0 \rho_3$, а при большей шероховатости — пренебречь зеркальным компонентом. В промежуточном случае, когда $0,07 \leq (\sigma_{\Delta h} / \lambda) \sin \gamma \leq 0,15$, необходимо учитывать оба компонента.

Наличие сигнала, переотраженного поверхностью раздела сред, значительно осложняет измерение угла места цели при сопровождении радиолокационной цели. Эту проблему следует рассматривать в трех различных ситуациях: а) отраженный сигнал поступает по боковым лепесткам, когда главный луч направлен так, что отражения от поверхности приходят только по боковым лепесткам диаграммы направленности; б) отраженный сигнал поступает по главному лепестку, когда отражения от поверхности приходят по главному

лепестку и замирание сигнала умеренное; в) локация в далекой зоне, когда направления на цель и на ее зеркальное изображение настолько близки, что прямой и отраженный сигналы принимаются антенной с почти максимальным коэффициентом усиления, и зеркально отраженный сигнал может почти полностью подавить прямой сигнал.

В ситуации а) значительные ошибки возможны из-за зеркального отражения, источник которого лежит в первой зоне Френеля, окружающей точку зеркального отражения. Отраженный сигнал поступает по боковым лепесткам, расположенным под углом приблизительно $2\varepsilon_0$ ниже направления антенна-цель и лишь слабо воздействует на прямой сигнал. Как следует из графиков, приведенных в [1], среднеквадратическая ошибка в этом случае меньше $0,1\varepsilon_{0,5}$, $\varepsilon_{0,5}$ — ширина ДН в угломестной плоскости по половинному уровню мощности.

В случае в) невозможно сопровождение целей, угол места которых меньше $0,3\varepsilon_{0,5}$. Если коэффициент отражения достигает 0,7, а угол места цели меньше $0,7\varepsilon_{0,5}$, локатор стремится сопровождать точку, расположенную посередине между целью и ее зеркальным отображением на линии горизонта или вблизи нее [1].

Далее рассматриваем случай б). Вначале — об ошибках измерения координат цели при зеркальном отражении (при гладкой или слабо шероховатой поверхности) [2].

Пусть используется достаточно узкая диаграмма направленности (ДН), основной лепесток которой по напряженности электрического поля в угломестной плоскости можно аппроксимировать кривой Гаусса $f(\varepsilon) = \exp(-p_1^2 \varepsilon^2)$, где $p_1^2 = 1,39/\varepsilon_{0,5}^2$ — множитель аппроксимации. Тогда, если принять полярную систему координат с нулевым направлением $\varepsilon = 0$ по линии «антенна-цель», при угловом перемещении ДН (изменении угла ε) относительное изменение суммарной напряженности поля в точке приема будет происходить по следующему закону:

$$\frac{E_{\text{сум}}}{E} = \sqrt{\exp(-2p_1^2 \varepsilon^2) + 2\rho \cos \psi \exp[-p_1^2 ((\varepsilon + \gamma_1)^2 + \varepsilon^2)] + \rho^2 \exp[-2p_1^2 (\varepsilon + \gamma_1)^2]}, \quad (3)$$

где ψ — разность фаз прямого и переотраженного сигналов, определяемая изменением фазы при отражении сигнала поверхностью ψ_0 и запаздыванием сигнала из-за разности хода лучей Δr_0 :

$$\psi = \psi_0 + (2\pi/\lambda)\Delta r_0, \quad (4)$$

$\gamma_1 = \gamma + \epsilon_0$ — угол наблюдения двухточечной цели (цель + «антипод»), ρ — коэффициент отражения от поверхности раздела сред.

На рис. 3 показаны графики зависимости (3) как функции нормированной угловой координаты $\xi = 2\epsilon / \epsilon_{0,5}$ при значениях коэффициента отражения $\rho = 0,5$ (сплошные линии) и при $\rho = 1$ (пунктирные линии) для значений разности фаз $\psi = 0, \pi / 2, \pi$, значение $\gamma_1 = \epsilon_{0,5} / 2$.

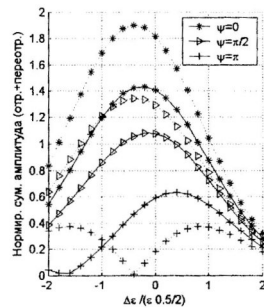


Рис. 3

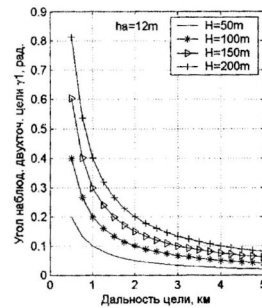


Рис. 4

Характер изменения амплитуды суммарного отраженного сигнала существенно зависит от разности фаз ψ . Смещение максимума амплитуды отражает получаемую в результате измерений смещенную оценку угла места.

Ее значение в аналитическом виде можно получить, дифференцируя (3) по ϵ и приравняв производную нулю. Получаем трансцендентное уравнение

$$\Delta\epsilon = -\gamma_1 \rho \frac{\cos \psi \mu + \rho \mu^2}{1 + 2\rho \cos \psi \mu + \rho^2 \mu^2}, \quad (5)$$

где $\mu = \exp[-\rho^2 (2\Delta\epsilon \gamma_1 + \gamma_1^2)]$, позволяющее легко получить решение $\Delta\epsilon$, используя рекуррентную оценку параметра μ . Величина $\Delta\epsilon$ характеризует отклонение получаемой оценки угла места цели от истинного угла места цели.

Для выяснения возможных значений угла наблюдения двухточечной цели γ_1 можно получить его аналитическое выражение как решение соответственной геометрической задачи (рис. 1):

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = 2 \cos \epsilon \cdot \frac{H}{D} \sqrt{\cos \epsilon + \left(\frac{h}{D}\right)^2 - \left(\frac{H}{D}\right)^2}, \quad (6)$$

где $\cos \varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{H-h}{D}\right)^2}$; h — высота антенны, H — высота цели, D — наклонная дальность антенна — цель.

Формула (5) легко преобразуется к виду:

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = 2 \frac{H}{D} \sqrt{1 - \left(\frac{H-h}{D}\right)^2} \left[1 - 2 \left(\frac{H}{D}\right)^2 + 2 \frac{H-h}{D} \right] \quad (7)$$

При этом составляющие угла γ_1 — угол места ε и угол отражения γ — определяются соотношениями:

$$\operatorname{tg} \gamma = \left(\frac{H}{D} + \frac{h}{D}\right) / \sqrt{1 - \left(\frac{H-h}{D}\right)^2}; \quad \sin \varepsilon = \frac{H-h}{D}.$$

На рис. 4 представлены графики зависимости угла наблюдения двухточечной цели γ_1 от дальности до цели D для различных значений высоты цели $H = 50, 100, 150, 200$ м при $h = 12$ м.

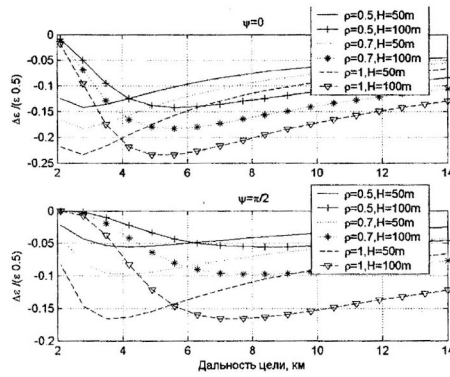


Рис. 5

Из формулы (7) следует, что при малых значениях отношения $H/D < 1$ можно полагать

$$\gamma_1 \approx 2H/D. \quad (8)$$

Зависимость γ_1 от отношения H/D имеет линейный характер и практически не зависит от высоты антенны.

Используя соотношение (8), можно рассчитать зависимость отклонения оценки угла места цели $\Delta\varepsilon$ от истинного угла места цели согласно формулам (5) от дальности цели для различных значений коэффициента отражения $\rho = 0,5$, $\rho = 0,7$ и $\rho = 1$, для высоты цели $H = 100$ м и $H = 50$ м, для значений разности фаз прямого и отраженного сигналов $\psi = 0, \pi/2$ — рис. 5, и для $\psi = \pi$ — рис. 6.

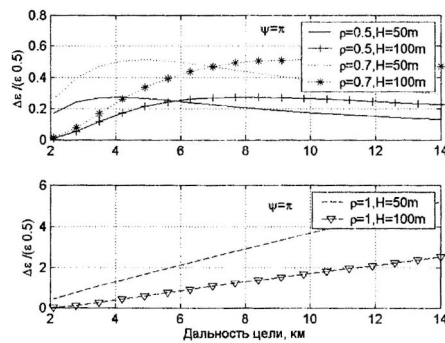


Рис. 6

Как показывают результаты моделирования, для большинства значений ψ ошибка измерения угла места имеет отрицательное значение (оценка угла места меньше истинной) и при $\rho \leq 0,7$ не превосходит полуширины ДН по уровню половинной мощности (рис. 5, 6). При $\psi = \pi$ ошибка становится положительной (оценка угла места больше истинной) и при $\rho \rightarrow 1$ резко увеличивается (больше ширины ДН), так что измерение угла места невозможно (рис. 6).

Поскольку ошибка измерения угла места в значительной степени зависит от разности фаз ψ прямого и переотраженного сигналов, необходимо проанализировать закономерности изменения этой величины. Для случая зеркального отражения можно использовать формулу (4). В других случаях в формировании разности фаз ψ присутствуют много случайных составляющих (фазы комплексных коэффициентов отражения при многопутном распространении, зависящие от характера «шероховатости» поверхности), так что нельзя указать какой-либо закон для описания изменения фазы.

циент отражения в большинстве случаев есть ограниченной величиной, не превышающей единицу, принимается усеченный закон Релея:

$$W(\rho) = b\rho \exp(-a^2 \rho^2), 0 \leq \rho \leq 1, b = 2a^2 / (1 - e^{-a^2}), \quad (9)$$

где b — коэффициент нормирования; величина a^2 связана со средним значением коэффициента отражения зависимостью

$$\overline{\rho^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{e^{-a^2}}{1 - e^{-a^2}} \text{ или } a^2 \approx \frac{1}{\overline{\rho^2} - 2}. \quad (10)$$

В этом случае закон распределения относительной угломестной ошибки $\eta = \operatorname{tg} \Delta \varepsilon / \gamma_1$ (ошибки, нормированной удвоенным отношением высоты цели к дальности) имеет вид:

$$W(\eta) = \frac{be^{-a^2}}{4(1+\eta)^3} \cdot \Phi\left(\frac{3}{2}; 2; z\right), -1/2 \leq \eta < \infty, z = \frac{a^2(1+2\eta)}{(1+\eta)^2}, \quad (11)$$

где $\Phi(a, b, z)$ — конфлюэнтная гипергеометрическая функция Куммера [5]. На рис. 9 приведены графики законов распределения (9) для различных значений $\rho = \sqrt{\overline{\rho^2}}$.

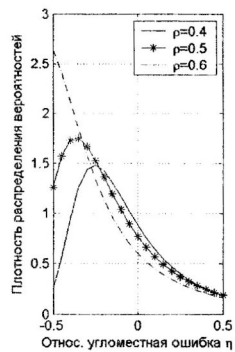


Рис. 9

Аналитические исследования показывают, что закон распределения значений ρ (например, равномерный или Симпсона) мало влияет на оценку среднеквадратического значения ошибки, которая в основном определяется углом наблюдения двухточечной цели $\gamma_1 \approx 2H/D$ и среднеквадратическим значением коэффициента ρ . Среднее значение отклонения угла места имеет отрицательные значения. При сужении ДН значения ошибок измерения угла места уменьшаются, но при этом ухудшается качество возможного усреднения ошибок по разности фаз прямого и реотраженного сигналов.

Полагая, что коэффициент отражения ρ светящейся точки принимает случайные значения, равномерно распределенные в интервале $0 \leq \rho \leq \rho_*$, можно считать, что суммарный коэффициент отражения ρ подчиняется закону распределения Симпсона, причем, среднее значение коэффициента отражения равно:

$$\overline{\rho^2} = \frac{7}{24} \rho_0^2, \text{ где } \rho_0 = 2\rho. \quad (12)$$

При этом дисперсия угломестной ошибки определяется соотношением:

$$\sigma_\epsilon^2 \approx \frac{2\gamma_1^2}{\rho_0^2} \left[\ln(1-\rho_0^2) - 2\ln\left(1-\frac{\rho_0^2}{4}\right) + \rho_0 \ln \frac{(1+\rho_0)(2-\rho_0)}{(1-\rho_0)(2+\rho_0)} - \frac{\rho_0^2}{2} \right] \quad (13)$$

При достаточно малых значениях ρ_0 ($\rho_0 < 0,6$) можно пользоваться более упрощенной формулой $\sigma_\epsilon^2 \approx 0,38\gamma_1 \rho_0$.

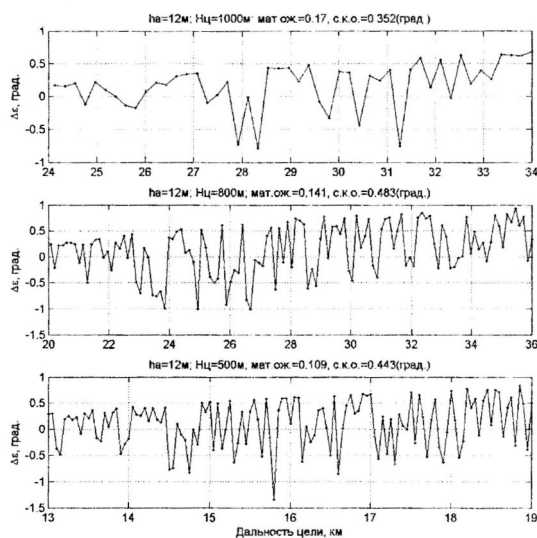


Рис. 10

В реализованной радиолокационной системе для измерения угла места был использован моноимпульсный амплитудный метод, согласно которому сигнал, отраженный от цели, принимался одновременно двумя лучами с узкими ДН ($\epsilon_{0,5} = 3^\circ$), оценка угла места рассчитывалась по формуле

$$\theta = (A_1\theta_1 + A_2\theta_2) / (A_1 + A_2), \quad (14)$$

где θ_1, θ_2 — углы места лучей, A_1, A_2 — амплитуды сигналов в приемных каналах, соответствующих первому и второму лучам. Согласно этому алгоритму в случае, если сигнал, отраженный от цели, принимается только одним лучом, угол места цели получается равным углу места максимума луча. Такой алгоритм существенно влияет на среднее значение ошибки измерения угла места цели. Для целей, угол места которых соответствует нижней части нижнего луча, увеличение математического ожидания в некоторой степени «нейтрализует» отрицательные значения средней ошибки измерения угла места при наличии переотраженного сигнала (в одном луче), в результате чего математическое ожидание может приобретать положительные значения.

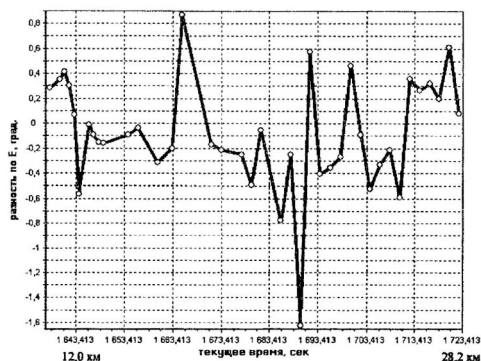


Рис. 11а

Теоретически описать закон распределения случайной оценки θ не представляется возможным вследствие того, что все входящие в формулу (14) составляющие есть случайные величины с различными законами распределений, зависящих от множества факторов. Поэтому для исследования характера ошибок для алгоритма (14), вызываемых наличием отраженного от подстилающей поверхности сигнала, использовали описанную выше математическую модель (3)–(6), (14). Для прямолинейной траектории цели, летящей на постоянной высоте, для заданных значений высоты антенны h_a и ширины луча в угломестной плоскости, для коэффициента отражения $\rho = 0,5$ данные о возможных значениях отклонения оценки угла места от истинного значения по-

ложения цели представлены на рис. 10. Значения математического ожидания и среднеквадратического отклонения получены для совокупности точек траектории (без повторения вычислительного эксперимента).

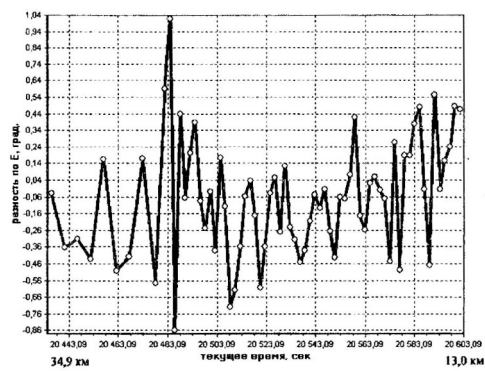


Рис. 11б

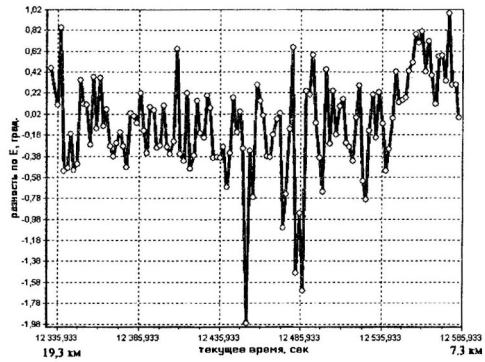


Рис. 11в

Для сравнения на рис. 11 представлены ошибки измерения угла места, полученные на натуральных испытаниях, для различных высот полета целей и различных дальностей: рис. 11а — $h_a = 12$ м, $H_{ц} = 1000$ м, мат. ож. 0,1, с.к.о. 0,443 град, рис. 11б — $h_a = 12$ м, $H_{ц} = 800$ м, мат. ож. 0,12, с.к.о. 0,344 град, рис. 11в — $h_a = 12$ м, $H_{ц} = 500$ м, мат. ож. 0,1, с.к.о. 0,487 град. Сравнение результатов, представленных на рис. 10 и рис. 11, позволяет сделать вывод о том, что, используя рассмотренные математические модели, можно эффективно исследовать точностные характеристики амплитудных алгоритмов измерения угла места при наличии сигнала, отраженного от подстилающей поверхности. Кроме того, условия вычислительного эксперимента и соответствующие математические модели несложно доработать для конкретного задаваемого вида ДН, характера возможных отражений от подстилающей поверхности, вида алгоритма измерения угловой координаты.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бартон Д. Радиолокационное сопровождение целей при малых углах места // ТИИЭР, 1974, т.62, №6, С.37—61.
2. Островитянов Р. В., Басалов Ф. А. Статистическая теория радиолокация протяженных целей. — М.: Радио и связь, 1982. — 232 с., ил.
3. Справочник по радиолокации в 4-х томах: Т. 1. Основы радиолокации / Под ред. М. Сколника: Пер. с англ. — М.: Сов. Радио, 1976. — 456 с.
4. Гутник В. Г., Кулемин Г. П., Шарпов Л. И. Особенности обратного рассеяния радиоволн сантиметрового и миллиметрового диапазонов морской поверхностью при малых углах скольжения // Успехи современной радиоэлектроники, 2005, №1, с.3—19.
5. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции: Пер. с нем. / Под ред. Л. И. Седова. — М.: Наука, 1964, — 344 с.