Taurida National V. Vernadsky University
Crimea Scientific Center of Ukrainian NAS
Crimea Mathematical Foundation
Crimea Academy of Sciences

Международная конференция
International Conference

КММК-2013
(CIMC-2013)

Крымская Международная Математическая Конференция

Crimea International Mathematical Conference

СБОРНИК ТЕЗИСОВ

BOOK OF ABSTRACTS

Том 1 (Vol. 1)

Секция 1. Вещественный и комплексный анализ
Секция 2. Общая теория операторов
Секция 3. Спектральная теория операторов
Секция 4. Теория функциональных пространств

Судак, Украина, 22 сентября – 4 октября
Sudak, Ukraine, September, 22 – October, 4

2013

О $*$-ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ КОММУТАЦИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ С УСЛОВИЯМИ ОРТОГОНАЛЬНОСТИ

Островская О.В., Якымив Р.Я.

Национальный университет пищевых технологий (Украина, Киев)

E-mail: olyushka.ostrovska@gmail.com

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины (Украина, Киев)

E-mail: yakymiv@ukr.net

Рассматривается категория интегрируемых $*$-представлений класса коммутационных соотношений вида

$$a_i^* a_i - a_i a_i^* = 1, \quad a_i^* a_j = 0, \quad i \neq j,\ i, j = 1, \ldots, d. \tag{1}$$

Ниже $*$-алгебру, порожденную этими соотношениями, будем обозначать через $C_0^{(d)}$. Заметим, что соотношения (1) являются частным случаем q_{ij}-канонических коммутационных соотношений, введенных в работе [1].

Напомним, что в любом представлении соотношения $a^*a - aa^* = 1$ образ элемента a является неограниченным оператором. Поэтому в любом представлении соотношений (1) образы образующих a_i, $i = 1, \ldots, d$, являются неограниченными операторами, и возникает вопрос об определении класса интегрируемых (well-behaved) представлений $C_0^{(d)}$ неограниченными операторами. Ниже приведены такие определения в терминах инвариантных областей и в терминах соотношений между ограниченными функциями от образов образующих.

Алгеброй Кунца-Теплица $O_d^{(0)}$, см. [2], называется $*$-алгебра, порожденная изометрическими элементами, которые удовлетворяют условиям ортогональности

$$O_d^{(0)} = \mathbb{C}\langle s_i,\ s_i^* \mid s_i^* s_i = 1,\ s_i^* s_j = 0,\ i \neq j, \quad i, j = 1, \ldots, d \rangle.$$

Определение 1. Пусть $A_1, \ldots, A_d$ — замкнутые операторы в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$. Будем говорить, что A_i, $i = 1, \ldots, d$, задают интегрируемое представление $*$-алгебры C_0^d, если

(1) Существует плотная линейная область $\mathcal{D} \subset \mathcal{H}$, инвариантная относительно операторов A_i, A_i^*, $i = 1, \ldots, d$.

(2) Для каждого $x \in \mathcal{D}$ выполняются равенства $A_i^* A_i x = (1 + A_i A_i^*)x$, $A_i^* A_j x = 0$, $i \neq j$, $i, j = 1, \ldots, d$.

(3) Оператор $\Delta = \sum_{i=1}^{d} A_i^* A_i$ существенно самосопряжен на $\mathcal{D}$.

Определение 2. Пусть $A_1, \ldots, A_d$ — замкнутые операторы в гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$. Построим полярные разложения $A_i = S_i C_i$, $C_i^2 = A_i^* A_i$, и рассмотрим $D_i = S_i C_i S_i^*$. Будем говорить, что A_i, $i = 1, \ldots, d$, задают интегрируемое представление $C_0^{(d)}$, если

(1) Операторы C_i и C_j коммутируют в смысле коммутации спектральных проекторов при всех $i, j = 1, \ldots, d$.

(2) $S_i^* S_j = 0$, $i \neq j$, $S_i^* S_i = 1$, $i, j = 1, \ldots, d$.

(3) Для любой ограниченной измеримой функции $F(\cdot)$ выполнено $F(D_i^2) S_i = S_i F(1 + D_i^2)$.

Определения 1 и 2 эквивалентны.

Определим категорию интегрируемых представлений $*$-алгебры $C_0^{(d)}$, которую обозначим через $\operatorname{Rep} C_0^{(d)}$: объектами $\operatorname{Rep} C_0^{(d)}$ являются классы унитарной эквивалентности интегрируемых представлений, а множество морфизмов $\operatorname{Mor}(\pi_1, \pi_2)$ состоит из операторов, сплетающих представления π_1 и π_2.

Обозначим через $\operatorname{Rep}_0 O_d^{(0)}$ полную подкатегорию категории $\operatorname{Rep} O_d^{(0)}$, объектами которой являются представления, у которых образы образующих $O_d^{(0)}$ являются чистыми изометриями.

Теорема 1. *Категории* $\operatorname{Rep} C_0^{(d)}$ *и* $\operatorname{Rep}_0 O_d^{(0)}$ *изоморфны.*

Список литературы

[1] M. Bożejko, R. Speicher, *Completely positive maps on Coxeter groups, deformed commutation relations and operator spaces*, Mat. Ann., **300** (1994), 97–120.

[2] J. Cuntz, *Simple C^*-algebras generated by isometries*, Comm. Math. Phys., **57** (1977), no. 2, 173–185.