УДК 517.97

Лобок О.П.
НУХТ (Україна)

ІМПУЛЬСНЕ МІНІМАКСНЕ УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ, ЩО ОПИСУЮТЬСЯ РІВНЯННЯМИ В ЧАСТКОВИХ ПОХІДНИХ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ

ДЛЯ СИСТЕМ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ, НА ЯКІ ДІЮТЬ НЕВІДОМІ ЗОВНІШНІ ЗБУРЕННЯ, РОЗГЛЯДАЄТЬСЯ І РОЗВ'ЯЗУЄТЬСЯ ЗАДАЧА ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНИХ ІМПУЛЬСНИХ РЕГУЛЯТОРІВ.

Розглянемо об'єкт, стан якого описується диференціальним рівнянням в часткових похідних гіперболічного типу

$$\frac{\partial^2\varphi(t)}{\partial t^2}=A(t)\varphi(t)+K(t)f(t) \quad \text{в} \quad \Omega\times(t_k,t_{k+1}], \quad k=1,2,...,N \tag{1}$$

з початковими та крайовими умовами

$$\varphi(0)=Lf_0, \quad \frac{\partial\varphi(0)}{\partial t}=Mf_1 \quad \text{в} \quad \Omega; \qquad \frac{\partial\varphi(t)}{\partial\nu_A}=0 \quad \text{в} \quad S_T, \tag{2}$$

де $A(t)$ – еліптичний оператор другого порядку виду

$$A(t)=\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x,t)\frac{\partial}{\partial x_j}\right)-a_0(x,t),$$

коефіцієнти якого $a_{ij}(x,t)$, $a_0(x,t)$ задовольняють умовам існування розв'язку системи (1),(2); $\partial\varphi(t)/\partial\nu_A$ – оператор конормальної похідної

$$\frac{\partial\varphi(t)}{\partial\nu_A}=\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}(x,t)\frac{\partial\varphi(t)}{\partial x_j}\cos(\vec{n},x_j);$$

$K(t)\in\Im(L_2(Q_T),L_2(Q_T))$, $L,M\in\Im(L_2(\Omega),L_2(\Omega))$ – задані інтегральні оператори; $f_0,f_1\in L_2(\Omega)$, $f(t)\in L_2(Q_T)$ – невідомі збурення, що належать області $S_{\mu(t)}$ виду

$$S_{\mu(t)}=\left\{(f_0,f_1,f):\langle F_0f_0,f_0\rangle+\langle F_1f_1,f_1\rangle+\int_0^t\langle F(\tau)f(\tau),f(\tau)\rangle d\tau\le\mu^2(t)\right\},$$

де $F_0,F_1\in\Im(L_2(\Omega),L_2(\Omega))$, $F(t)\in\Im(L_2(Q_T),L_2(Q_T))$ – самоспряжені додатновизначені інтегральні оператори, $\mu(t)\in C(0,T)$, $\mu(t)\neq 0$, $t\in(0,T]$.

Управління системою (1), (2) здійснюється в імпульсному режимі наступним чином

$$\varphi(t_k^+)=\varphi(t_k^-)+b_{1k}u_{1k}, \quad \frac{\partial\varphi(t_k^+)}{\partial t}=\frac{\partial\varphi(t_k^-)}{\partial t}+b_{2k}u_{2k}, \quad k=1,2,...,N,$$

де $b_{1k},b_{2k}\in L_2(\Omega)$ – задані функції, u_{1k},u_{2k} – імпульсні управління, $t_k^\pm=t_k\pm 0$.

Припустимо, що в моменти часу $t_k\in(0,T)$ ми можемо точно вимірювати $\varphi(t_k)$ і $\partial\varphi(t_k)/\partial t$. Задача полягає в тому, щоб знайти оптимальне управління у вигляді лінійного зворотного зв'язку

$$u_{ik}^0=\langle R_{1i}^k,\varphi(t_k)\rangle+\left\langle R_{2i}^k,\frac{\partial\varphi(t_k)}{\partial t}\right\rangle, \quad i=1,2; \quad k=1,2,...,N$$

і оптимальні моменти часу $\tau^0=[t_1^0,t_2^0,...,t_N^0]^T$ з умови $I(u^0,\tau^0)=\inf\limits_{\tau}\inf\limits_{u}I(u,\tau)$, де

$$I(u,\tau)=\sup_{S_{\mu(T)}}\left[\langle l_1,\varphi(T)\rangle+\left\langle l_2,\frac{\partial\varphi(T)}{\partial t}\right\rangle\right]^2+\int_0^T\sup_{S_{\mu(t)}}\left[\langle m_1(t),\varphi(t)\rangle+\left\langle m_2(t),\frac{\partial\varphi(t)}{\partial t}\right\rangle\right]^2dt+\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{2}\left(\alpha_{ik}\sup_{S_{\mu(t_k)}}u_{ik}^2\right),$$

$l_i\in L_2(\Omega)$, $m_i(t)\in L_2(Q_T)$, $i=1,2$, $\alpha_{ik}>0$ – задані вагові множники.

В роботі дається розв'язок даної задачі, приводяться конструктивні формули обчислення оптимальних операторів зворотного зв'язку R_{1i}^k і R_{2i}^k, дається алгоритм обчислення оптимальних моментів часу імпульсних управлінь.