ПРО ІНВАРІАНТНУ МНОЖИНУ ЗБУРЕНОЇ СИСТЕМИ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ

А.М.Ткачук, асп.
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
Україна, 03127 Київ, пр-т. Глушкова, 6
tkachukam@ukr.net

Розглядається система різницевих рівнянь вигляду

$$x_{n+1}^h = x_n^h + hX(x_n^h), \tag{1}$$

де $h > 0$ – крок рівняння, $n \in Z$, $x \in R^n$, функція $X(x)$ визначена і ліпшіцева для $x \in D \subset R^n$.

Тоді збурена система різницевих рівнянь матиме вид

$$x_{n+1}^h = x_n^h + h\left[X(x_n^h) + \mu Y(x_n^h)\right], \tag{2}$$

μ – малий додатній параметр, що характеризує збурення. Функції X та Y визначені і задовольняють умову Ліпшіца для всіх $x \in D \subset R^n$.

Означення 1. Множину $M \subset D$ назвемо інваріантною множиною системи (1), якщо розв'язок $x_n^h(x_0)$ системи (1), що починається в точці $x_0 \in M$, залишається на M для довільного $n \in Z$. Якщо $n \in Z^+$, то множину M будемо називати додатно інваріантною множиною системи (1).

Означення 2. Додатно інваріантну множину M системи (1) назвемо стійкою, якщо для довільного $\varepsilon > 0$ існує $\delta = \delta(\varepsilon)$ таке, що якщо $\rho(x_0, M) < \delta$, то $\rho(x_n^h(x_0), M) < \varepsilon$ для $n \in Z^+$. Якщо множина M стійка та задовольняє граничне співвідношення $\lim\limits_{n \to \infty} \rho(x_n^h(x_0), M) = 0$ для всіх x_0 із деякого δ_0- околу множини M, то назвемо її асимптотично стійкою.

Означення 3. Областю притягування $\Pi(M_0)$ множини M_0 назвемо всі точки $x_0 \in D$, для яких $\Omega_{x_0} \subset M_0$, де Ω_{x_0} – ω- гранична множина траєкторії $x_n^h(x_0)$.

Має місце наступна теорема.

Теорема. Якщо M_0 – замкнена компактна асимптотично стійка інваріантна (додатно) множина системи (1), то можна вказати такі $\delta > 0$ і $\mu_0 = \mu_0(\delta) > 0$, що для всіх $\mu < \mu_0$ система (2) також має замкнену інваріантну множину $M = M(\mu, h)$, для якої $\lim\limits_{\mu \to 0} \rho(M_0, M) = 0$ і $U_\delta(M_0) \subset \Pi(M)$.

Література.

1. Ткачук А.М. Інваріантні множини різницевих систем та їх стійкість//Нелінійні коливання. – 2005, т. 8, №2. С. 258-264.