

ЗОБРАЖЕННЯ АНАЛОГА АЛГЕБРИ ВЕЙЛЯ З УМОВАМИ ОРТОГОНАЛЬНОСТІ

О. В. Островська

Національний університет харчових технологій, Київ, Україна

olyushka.ostrovskaya@gmail.com

Вивчаються зображення комплексної $*$ -алгебри, породженої співвідношеннями вигляду

$$a_i^* a_i - a_i a_i^* = 1, \quad a_i^* a_j = 0, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, d. \quad (1)$$

У випадку $d = 1$ ця алгебра є відомою алгеброю Вейля, при $d > 1$ відрізняється від неї співвідношеннями між a_i^* та a_j : у алгебрі Вейля виконуються співвідношення $a_i^* a_j = a_j a_i^*$. Відзначимо, що співвідношення (1) є окремим випадком q_{ij} -канонічних комутаційних співвідношень Божейка — Шпайхера.

При $*$ -зображенні співвідношення $a^* a - a a^* = 1$ операторами у гільбертовому просторі H образ елемента a є необмеженим оператором, тому при зображенні співвідношень (1) образи твірних a_i , $i = 1, \dots, d$, є необмеженими операторами, і виникає потреба виділенні класу інтегровних (well-behaved) зображень необмеженими операторами. Відповідні означення наведено у термінах інваріантних областей, на яких виконуються співвідношення, а також у термінах співвідношень між обмеженими функціями від відповідних операторів зображення.

Означення. Нехай $A_1, \dots, A_d$ — замкнені оператори в гільбертовому просторі H . Будемо казати, що A_i , $i = 1, \dots, d$, утворюють інтегровне зображення співвідношень (1), якщо існує щільна лінійна область $D \subset H$ така, що D лежить в області визначення і інваріантна відносно дії операторів A_i , A_i^* , $i = 1, \dots, d$, для кожного $x \in D$ виконуються рівності $A_i^* A_j x = 0$, $i \neq j$, $i, j = 1, \dots, d$, та оператор $\Delta = \sum_{i=1}^d A_i^* A_i$ істотно самоспряжений на області D .

Нагадаємо, що алгебра Кунца — Тепліца $O_d^{(0)}$ — це $*$ -алгебра, породжена ізометріями з ортогональними образами

$$O_d^{(0)} = C \left\langle s_i^*, s_i \mid s_i^* s_i = 1, s_i^* s_j = 0, i \neq j, i, j = 1, \dots, d \right\rangle.$$

Нехай $A_1, \dots, A_d$ — замкнені оператори у гільбертовому просторі H . Розглянемо полярні розклади $A_i = S_i C_i$, $C_i^2 = A_i^* A_i$, і покладемо $D_i = S_i C_i S_i^*$.

Теорема. Існує взаємно однозначна відповідність між інтегровними зображеннями співвідношень (1) та зображеннями алгебри Кунца — Тепліца, у яких усі оператори $S_i = 1$, $i = 1, \dots, d$, є чистими ізометріями. Ця відповідність задає ізоморфізм відповідних категорій зображень.