

**РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ
ТАРНО-ШТУЧНОГО ГРУЗА
ПО КРИВОЛИНЕЙНОМУ
ГРАВИТАЦИОННОМУ СПУСКУ**

На предприятиях пищевой промышленности для перегрузки тарно-штучных грузов с конвейера на конвейер, расположенных на разных уровнях, применяются криволинейные гравитационные спуски, рабочие поверхности которых выполнены по дугам окружностей. Широкое распространение они получили из-за низкой стоимости изготовления и отсутствия затрат энергетических ресурсов.

Имеющиеся в литературе [1, 2 и др.] рекомендации по расчету криволинейных спусков базируются на предположении, что транспортируемый груз представляет собой материальную точку. К модели материальной точки более или менее успешно могут быть приведены мелкоштучные сыпучие грузы в эластичной упаковке. При перемещении по криволинейному гравитационному спуску тарно-штучных грузов, имеющих форму параллелепипеда средних и больших размеров, имеет место линейный или почти линейный контакт ребер груза с поверхностью спуска. В местах такого контакта возникают переменные по величине нормальные реакции N_1 и N_2 , действующие на ребра груза со стороны поверхности спуска. Это обстоятельство вынуждает отказаться от модели материальной точки и приводит к необходимости решения задачи на базе основных положений динамики твердого тела.

Рассмотрим процесс перемещения груза в форме параллелепипеда с размерами $a \times b \times h$ по криволинейному спуску с круговой траекторией радиуса R (см. рисунок). Центр тяжести груза при этом движется по круговой траектории радиуса r . Между радиусами R и r существует геометрическая связь вида $R = r + 0,5 \times (h + a \operatorname{tg} \alpha)$, где α — угол между радиусами кривизны спуска, проходящими через центр тяжести груза, и точками A или B контакта груза с поверхностью спуска.

Перемещение груза происходит под действием силы тяжести. Препятствуют движению груза силы кромочного трения F_1 и F_2 , распределенные по линиям контакта и в плоскости рисунка принятые приложенными в точках A и B . Считая груз жестким телом и полагая коэффициент трения между грузом и поверхностью спуска постоянным, силы трения можно определить по формулам

$$F_1 = f N_1; F_2 = f N_2, \quad (1)$$

Рис. 1. Расчетная схема криволинейного гравитационного спуска.

где N_1 и N_2 — нормальные реакции, действующие на груз в точках A и B .

Сила инерции груза приложена в центре качания T , отстоящем от центра тяжести груза на расстоянии

$$k = \frac{J_s}{mr}, \quad (2)$$

где $J_s = \frac{m(a^2 + h^2)}{12}$ — момент инерции груза относительно центральной оси, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$; m — масса груза, кг .

Центробежная P_{ic} и касательная P_{ik} составляющие силы инерции определяются по формулам

$$P_{ic} = \frac{mv^2}{r}; \quad P_{ik} = -mr\ddot{\varphi}, \quad (3)$$

где v — линейная скорость центра тяжести груза; $\ddot{\varphi}$ — угловое ускорение груза.

Воспользуемся принципом Даламбера и с учетом выражений (1)—(3) определим значения нормальных реакций N_1 и N_2 :

$$N_1 = \frac{0,5mg(a \sin \varphi + h \cos \varphi) + 0,5am\ddot{\varphi}^2 r \mp mr\ddot{\varphi}(h/2 - k)}{R[\sin 2\alpha - f(1 - \cos 2\alpha)]}, \quad (4)$$

$$N_2 = \frac{0,5mg(a \sin \varphi - h \cos \varphi) + 0,5am\ddot{\varphi}^2 r \pm mr\ddot{\varphi}(h/2 - k)}{R[\sin 2\alpha + f(1 - \cos 2\alpha)]}, \quad (5)$$

где в формуле (4) знак «—» перед последним слагаемым числителя соответствует положительному значению углового ускорения $\ddot{\varphi}$, знак «+» — отрицательному, а в формуле (5) — наоборот.

Составим дифференциальное уравнение движения груза. Для этого спроектируем все силы на ось τ , которую выберем так, как показано на рисунке. В результате получим уравнение

$$-mr\ddot{\varphi} + mg \cos \varphi - N_1(\sin \alpha + f \cos \alpha) + N_2(\sin \alpha - f \cos \alpha) = 0. \quad (6)$$

Введем замену переменных

$$\dot{\varphi} = \omega, \quad \ddot{\varphi} = \dot{\omega} = \frac{d\omega}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{1}{2} \frac{d(\omega^2)}{d\varphi}. \quad (7)$$

Подставим в уравнение (6) вместо реакций N_1 и N_2 их значения из формул (4) и (5) и, проводя соответствующие преобразования с учетом уравнения (7), получим

$$\frac{d(\omega^2)}{d\varphi} + \lambda\omega^2 = \mu \cos \varphi - \gamma \sin \varphi, \quad (8)$$

где коэффициенты

$$\lambda = \frac{af}{\sin \alpha [R(\cos^2 \alpha - f^2 \sin^2 \alpha) \mp (0,5h - k)(1 + f^2) \cos \alpha]}; \quad (9)$$

$$\mu = \frac{2g[R(\cos^2 \alpha - f^2 \sin^2 \alpha) - 0,5h(1 + f^2) \cos \alpha]}{r[R(\cos^2 \alpha - f^2 \sin^2 \alpha) \mp (0,5h - k)(1 + f^2) \cos \alpha]}; \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{agf}{r[R(\cos^2 \alpha - f^2 \sin^2 \alpha) \mp (0,5h - k)(1 + f^2) \cos \alpha]}. \quad (11)$$

Знак «—» в формулах (9), (10) и (11) перед последним слагаемым знаменателя соответствует положительному значению углового ускорения $\ddot{\varphi}$, а знак «+» — отрицательному.

Решая уравнение (8), получаем

$$\omega^2 = \frac{\mu}{\lambda} \cos \varphi - \frac{\mu - \lambda\gamma}{\lambda^2} \sin \varphi + \beta e^{-\lambda\varphi}, \quad (12)$$

где β — постоянная интегрирования.

Для отыскания постоянной интегрирования примем начальные условия: при $\varphi = \varphi_0$ $\omega = \omega_0$. С учетом этих условий находим

$$\beta = \left(\omega_0^2 - \frac{\mu}{\lambda} \cos \varphi_0 - \frac{\mu - \lambda\gamma}{\lambda^2} \sin \varphi_0 \right) e^{\lambda\varphi_0}. \quad (13)$$

Подставив уравнение (13) в формулу (12), получим

$$\omega = \sqrt{\left(\omega_0^2 - \frac{\mu}{\lambda} \cos \varphi_0 - \frac{\mu - \lambda\gamma}{\lambda^2} \sin \varphi_0 \right) e^{-\lambda(\varphi - \varphi_0)} + \frac{\mu}{\lambda} \cos \varphi + \frac{\mu - \lambda\gamma}{\lambda^2} \sin \varphi}. \quad (14)$$

Задавшись начальной скоростью ω_0 груза, величиной радиуса R кривизны спуска, начальным φ_0 и конечным φ_k значениями угла φ и подбирая материал поверхности спуска с определенным коэффициентом трения f , можно получить оптимальную скорость перемещения груза по криволинейному спуску. В инженерной практике зачастую возникает необходимость получить скорость ω_k (v_k) груза в конечной позиции спуска, равной заданному значению, полученному из условия ограничения величины ударного импульса в момент контакта груза с лентой конвейера или приемного устройства. В этом случае заданными величинами являются R , φ_0 , ω_k , φ_k (v_k), f . Подставив заданные величины в уравнение (14) и разрешив его относительно ω_0 , определяют необходимое значение начальной скорости груза.

Время движения груза определяется интегралом вида

$$t = \int_{\varphi_0}^{\varphi_k} \left[\frac{\mu}{\lambda} \cos \varphi + \frac{\mu - \lambda \gamma}{\lambda^2} \sin \varphi + \left(\omega_0^2 - \frac{\mu}{\lambda} \cos \varphi_0 - \frac{\mu - \lambda \gamma}{\lambda^2} \sin \varphi_0 \right) e^{-\lambda(\varphi - \varphi_0)} \right]^{-1/2} d\varphi, \quad (15)$$

который решают численными методами.

Расчеты, проведенные на ЭВМ «Наири» по формулам (14) и (15) и соответствующим приближенным формулам, приведенным в работах [1, 2], показали, что одновременно с увеличением габаритов груза $a \times h$, уменьшением R и увеличением f или изменением каждого, отдельно взятого параметра, существенно растет ошибка в определении кинематических параметров груза на выходе из спуска. Целесообразно определять кинематические параметры груза по формулам (14) и (15) при $R \leq 9$ м, $f \geq 0,3$ и габаритах $a \times h \geq 0,25 \times 0,25$ м, так как в этом случае в расчетах по формулам ошибка составляет 20—50%.

Проведенные исследования были использованы при расчете гравитационного спуска для линии пакетирования затаренной соли, разработанной ВНИИсоль для рудника № 3 ПО «Артемсоль».

Список литературы

1. Бекренев Б. И., Кривошляс А. П., Жураховский В. А. Гравитационный транспорт тарно-штучных грузов. — Механизация и автоматизация производства. 1978, № 2, с. 19—22.
2. Кривошляс А. П., Любимов В. М. Расчет криволинейных спусков конвейерных линий для тарно-штучных грузов. — Реф. инфор. Сер. Пищ. пром-сть 1978, вып. 14, с. 21—22.

Поступила в редколлегию 25.03.78.