

## **HEAT TRANSFER MODELING IN A FREELY FLOWING EVAPORATING WEAKLY TURBULENT LIQUID FILM**

**V. Petrenko, M. Pryadko, O. Riabchuk, A. Tsoys**

*National University of Food Technologies*

---

**Key words:**

*Heat transfer*

*Film*

*Turbulent viscosity*

*Simulation*

*Velocity*

---

**Article history:**

Received 10.04.2020

Received in revised form

24.04.2020

Accepted 15.05.2020

**Corresponding author:**

V. Petrenko

**E-mail:**

[petrenkova@ukr.net](mailto:petrenkova@ukr.net)

---

**ABSTRACT**

The simulation of thermohydrodynamic processes in evaporating flowing along vertical surface of turbulent liquid films in the free motion mode is carried out on the basis of the proposed new algebraic turbulence model. A comparative analysis of the known algebraic turbulence models for film flows is carried out, their advantages and disadvantages are determined when modeling thermohydrodynamic processes in a film.

Physical modeling of heat transfer processes was performed in stainless steel pipes with a diameter of 22·1 mm, 1.8 m long and 33·1.5 mm, 9 m long, divided into separate sections of 400 mm long. The bulk density of irrigation varied in the range of  $0.05\dots0.55\cdot10^{-3}$  m<sup>2</sup>/s in a pipe with a diameter of 20 mm and  $0.05\dots1.9\cdot10^{-3}$  m<sup>2</sup>/s in a pipe with a diameter of 30 mm. Model liquids were water and sugar solutions with a mass concentration of up to 50% in a state of saturation under atmospheric pressure. Heating was carried out with dry saturated steam.

On the basis of the proposed model of turbulence, analytical expressions for the temperature and velocity profiles in the film were obtained from the heat transfer and momentum equations, and the corresponding integral thermohydrodynamic characteristics for the heat transfer mode, which is characterized as evaporation from the interfacial surface. An expression was obtained for the distribution of turbulent viscosity in a film, which takes into account both the influence of regime parameters and the geometric factor on the intensity of turbulence in the core of the film while maintaining the shape of the basic profile of turbulent viscosity. An expression was obtained for the distribution of turbulent viscosity in the film, which takes into account both the influence of mode parameters and the geometric factor while maintaining the basic shape of the profile. The results of the calculation of the thermohydrodynamic parameters of the film flow are compared to the experimental data on heat transfer for both water and sugar solutions in the mode of evaporation from the interfacial surface.

## **МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛООБМІНУ У ВІЛЬНО СТИКАЮЧИХ СЛАБОТУРБULENTНИХ ПЛІВКАХ РІДINI ПІД ЧАС ПАРОУТВОРЕННЯ**

**В. П. Петренко, М. О. Прядко, О. М. Рябчук, А. Л. Щось**

*Національний університет харчових технологій*

У статті здійснено моделювання теплогідродинамічних процесів у догрітих до температури насычення стікаючих по вертикальній поверхні турбулентних плівках рідини в режимі вільного стікання під час пароутворення на основі запропонованої нової алгебраїчної моделі турбулентності в'язкості. Виконано порівняльний аналіз відомих алгебраїчних моделей турбулентності для плівкових течій, означені їхні переваги та недоліки під час моделювання теплогідродинамічних процесів у плівках.

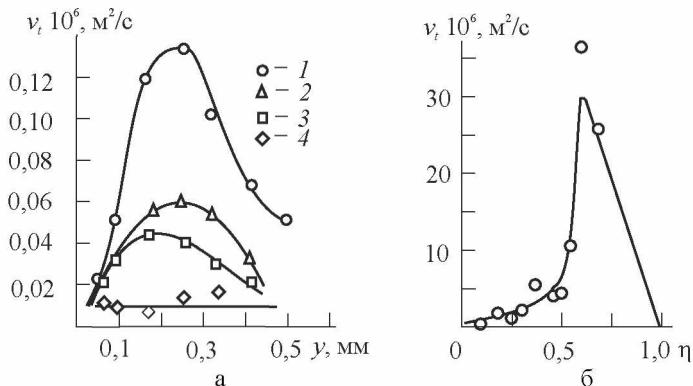
Фізичне моделювання процесів теплообміну виконано в трубах із нержавіючої сталі діаметром 22·1 мм довжиною 1,8 м та 33·1,5 мм довжиною 9 м, поділених на окремі ділянки довжиною 400 мм. Об'ємна щільність зрошення змінювалась у діапазоні  $0,05 \dots 0,55 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{s}$  в трубі діаметром 20 мм, та  $0,05 \dots 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{s}$  — в трубі діаметром 30 мм. Модельними рідинами виступала вода та цукрові розчини масовою концентрацією до 50% в стані насычення під атмосферним тиском. Нагрівання здійснювалось сухою насыченою парою.

На основі запропонованої моделі турбулентності з рівнянь тепlopеренесення та збереження імпульсу отримано аналітичні вирази для температурного та швидкісного профілей у плівці, і відповідні інтегральні теплогідродинамічні характеристики для режиму тепловіддачі, що характеризується як випаровування з міжфазної поверхні. Отримано вираз для розподілення турбулентності в'язкості в плівці, в якому враховано як вплив режимних параметрів, так і геометричного фактора при збереженні базової форми профілю. Виконано порівняння результатів розрахунку теплогідродинамічних параметрів плівкової течії з експериментальними даними з тепловіддачі як для плівок води, так і цукрових розчинів у режимі випаровування з міжфазної поверхні.

**Ключові слова:** тепловіддача, плівка, турбулентна в'язкість, моделювання, швидкість.

**Постановка проблеми.** За наявності пружної, зумовленої поверхневим натягом, міжфазної поверхні умови розвитку турбулентності в плівках суттєво відрізняються від умов її розвитку в суцільному середовищі. Дані вимірювань турбулентності в плівках вказують на стрімке падіння турбулентності в'язкості в межах міжфазної поверхні, а її максимум дещо зміщений відносно середини плівки в бік міжфазної поверхні [1; 2]. Форма кривої розподілення інтенсивності турбулентності в перетині плівки залежить також від орієнтації руху плівки відносно напрямку сили тяжіння. Так, у плівках, що стикаються по нахиленіх (під кутом  $90^\circ$ ) поверхнях, в області чисел Рейнольдса до 1800 тур-

булентна в'язкість має майже параболічний профіль (рис. 1а [1]), тоді як у плівках, що стикають по вертикальній поверхні, спостерігається деформація параболи з пологою частиною біля стінки та стрімким падінням у межах міжфазної поверхні (рис. 1б).



**Рис. 1. Залежність турбулентної в'язкості по товщині плівки води, ( $t = 20^\circ\text{C}$ ), а — стікання по нахиленому під кутом  $9^\circ$  жолобу [1]; 1 —  $\text{Re} = 1834$ ; 2 — 1462; 3 — 1099; 4 — 732, (метод поглинання  $\text{CO}_2$ ); б — стікання по вертикальній поверхні [2]  $\text{Re} = 1310$ , (метод стробоскопування мікроочастинок окису алюмінію)**

В однофазних потоках моделювання складних зсувних пристінних течій здійснюється або прямим чисельним моделюванням на основі сіткових методів або моделюванням на основі програмного комплексу ANSYS з використанням диференціальних  $k - \varepsilon$  та  $k - \omega$  моделей турбулентності [3—6]. Знайшли застосування і змішані моделі — в пристінній області алгебраїчна форма, а в зовнішній — диференціальна. Досліджень із застосуванням  $k - \varepsilon$  та  $k - \omega$  моделей для відтворення теплогідродинамічних характеристик плівкових течій з хвильовою структурою в літературі не знайдено. Але у всіх випадках із застосуванням диференціальних моделей отримуємо лише чисельні розв'язки диференціальних рівнянь руху та конвективного теплообміну, в той час як штучні алгебраїчні моделі [2; 7; 8], які з певним наближенням копіюють форму кривої розподілення турбулентної в'язкості в плівці, маючи відносно простий вигляд, дають задовільні аналітичні результати щодо відтворення теплогідродинамічних процесів у плівках, що стикають по вертикальних поверхнях.

Вдалим алгебраїчним співвідношенням для турбулентної в'язкості в плівках є вираз М. Д. Мілліонщикова [7], в якому постулюється наявність ламінарного прошарку товщиною  $\delta_{\text{л}}^+ = 7,8$  та турбулентного ядра в області  $7,8/\delta^+ \leq \eta \leq 1$  з параболічним профілем  $v_t/v$ :

$$\frac{v_t}{v} = 0,39 \left( \eta \delta^+ - \delta_{\text{л}}^+ \right) (1 - \eta), \quad (1)$$

де  $\eta = \frac{y}{\delta}$ ;  $\eta_{\text{л}} = \frac{\delta_{\text{л}}}{\delta} = \frac{\delta_{\text{л}}^+}{\delta^+}$ ;  $\delta_{\text{л}}^+ = \frac{\delta_{\text{л}} u^*}{v} = 7,8$ ;  $\delta^+ = \frac{\delta u^*}{v}$ ;  $u^* = \sqrt{\tau_i + \rho g \delta}$ ;  $\delta_{\text{л}} = \frac{7,8 v}{u^*}$ ;

$y$  — нормальна до поверхні теплообміну координата;  $\delta$  — товщина плівки;  $v_t, v$  — турбулентна та молекулярна в'язкості, відповідно;  $\rho$  — густина рідини;  $\tau_i$  — дотична напруга на міжфазній поверхні;  $g$  — прискорення вільного падіння.

У разі заміни постійного коефіцієнта (0,39) на функцію від витратних і режимних параметрів плівки вираз (1) стає зручним для аналізу й узагальнення експериментальних результатів з теплообміну та гідродинаміки плівкових течій. Водночас фізично необґрунтованим виглядає стрибкоподібне зростання турбулентної в'язкості на зовнішній границі ламінарного прошарку у виразі (1). Крім того, в моделі (1) закладена пошаровість зміни в'язкості, тому під час розв'язання рівнянь тепlopоперенесення виникає необхідність стикування роз'язків між ламінарним і турбулентним прошарками.

Фізично обґрунтовано є модель, запропонована С. М. Василенком [8]. Автор [8] постулює перехід від ламінарного шару до турбулентного у формі поправки Ван Дріста як біля стінки, так і біля міжфазної поверхні:

$$\frac{v_t}{v} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( 1 + l^{+2} \frac{\tau_i + \rho g (\delta - y)}{\tau_i + \rho g \delta} \right)^{0.5}, \quad (2)$$

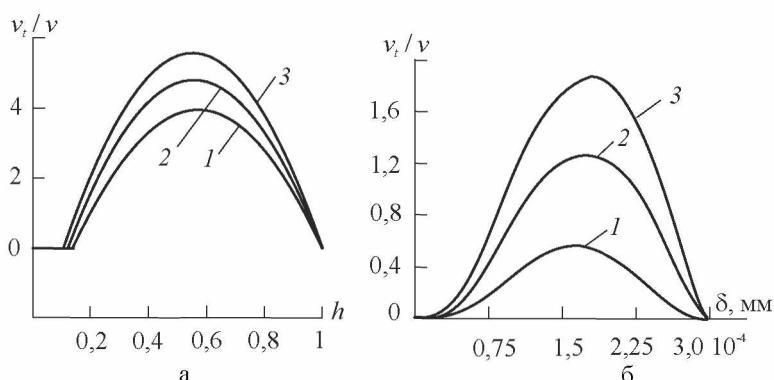
де  $y^+ = \frac{y u^*}{v}$ ;  $l^+ = 0,4y^+ \left[ 1 - \exp \left( -\frac{y^+}{26} \right) \right] \left\{ 1 - \exp \left[ n \left( \frac{y^+}{\delta^+} - 1 \right) \right] \right\}$ ;

$$n = 19,435 \operatorname{Re}^{-0,345} \operatorname{Pr}^{-0,34} \left( 1 + \tau_i^* \right)^{0,163}; \quad \operatorname{Re} = \frac{4 \Gamma_v}{v}; \quad \operatorname{Pr} \text{ — число Прандтля};$$

$\Gamma_v = \frac{G}{\rho \pi d}$  — об'ємна щільність зрошення;  $G$  — масова витрата рідини;  $d$  —

діаметр труби.

Графічно залежності (1), (2) зображені на рис. 2.



**Рис. 2. Розподілення турбулентної в'язкості в перетині плівки за співвідношеннями (1) та (2),**  $\Gamma_v = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{s}$ ;  $1 - \tau_i = 0 \text{ Н/м}$ , 2 — 1; 2 — 2. а — (1), б — (2)

Функція (2) плавно змінюється в межах ламінарного прошарку до турбулентного ядра біля твердої стінки й аналогічно поводиться в межах міжфазної по-

верхні за вільного стикання плівки. В разі наявності міжфазної дотичної напруги має місце зміщення максимуму функції до міжфазної поверхні з одночасним її зростанням, що відповідає реальним умовам розвитку турбулентності в плівках. Але розв'язання рівнянь руху та теплопровідності з використанням (2) можливе лише чисельне.

Пропонувалися і комбіновані алгебраїчні моделі розподілення турбулентності в'язкості з пошаровим заданням її профілей: у пристінній області — співвідношенням Ван-Дріста, в ядрі плівки — співвідношенням Рейхардта, в межах міжфазної поверхні — емпіричним співвідношенням Ламурелле-Сандала. Але відчутних переваг, крім математичних ускладнень, викликаних пошаровістю розв'язків, такий підхід на надав.

Очевидно, ефективною алгебраїчною моделлю турбулентності буде та, яка, по-перше, з певним наближенням відтворюватиме реальну функцію розподілення турбулентності в'язкості в плівці, а, по-друге, дасть змогу виконувати аналітичні розв'язання рівнянь перенесення для плівкових течій.

**Мета дослідження:** на основі запропонованої нової алгебраїчної моделі турбулентності в'язкості виконати аналіз теплогідродинамічних процесів у стікаючих плівках рідини під час пароутворення.

**Матеріали і методи.** Фізичне моделювання процесів теплообміну виконано в трубі з нержавіючої сталі діаметром  $22 \cdot 1$  мм довжиною 1,8 м, розділеної на стабілізаційну ділянку довжиною 1,5 м та ділянку вимірювань. Нагрівання здійснювалось сухою насиченою парою. Об'ємна щільність зрошення змінювалась у діапазоні  $0,05 \dots 0,55 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{s}$ . Модельними рідинами виступала вода та цукрові розчини концентрацією  $20 \dots 50\%$ .

Крім того, використані експериментальні дані, отримані на модельній установці з теплообмінною труби з нержавіючої сталі, довжиною 9 м внутрішнім діаметром 30 мм, секціонованої на 20 секцій довжиною 440 мм з відведенням з кожної секції утвореного конденсату в окремі адіабатні мірні стакани [11], а також дані [12], отримані на установці з довжиною труби 3,9 м діаметром 32 мм з моделювання процесу концентрування яблучного соку під розрідженням. Об'ємна щільність зрошення в трубі діаметром 30 мм змінювалась в діапазоні  $0,05 \dots 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{s}$ . З детальним описом експериментальних установок можна ознайомитись у [10—12].

**Результати і обговорення.** Режими руху плівки надзвичайно складні. Відомо, що при стиканні плівки рідини по вертикальній поверхні навіть за малої щільноті зрошення формується хвильова структура на її поверхні. На відстані 2 — 2,5 м від формуючого плівку пристрою наступає режим насичення хвильового руху [9] зі сформованою структурою низькочастотних великих хвиль, які «прокочуються» по міжфазній поверхні, вкритою високочастотними капілярними хвилями. Великі хвилі містять центральний вихор, тому їх переміщення по поверхні супроводжується переміщуванням рідини, і, відповідно, деформацією швидкості, температури та концентрації. В період між проходженням великих хвиль відбувається періодичний процес вирівнювання профілей температури та швидкості, а у випадку руху розчину — і концентрації. Аналіз процесів теплообміну в плівках з розвинутою хвильо-

вою структурою на основі моделі циклічного збурення плівки великими хвилями виконано в [10], але отримані результати складні для інженерних розрахунків. Тому розглядається спрощена модель тепlopіренесення на основі осереднених теплогідродинамічних параметрів плівкової течії та середніх параметрів турбулентності для квазістационарного режиму плівкової течії. Плівка розглядається умовно пласкою, а поверхневі хвилі виконують роль турбулізаторів.

Для моделювання турбулентності і, відповідно, процесів перенесення у вертикально стікаючій плівці розглянемо вираз:

$$\frac{v_t}{v} = \varepsilon \eta^2 (1 - \eta^2), \quad (3)$$

де  $\varepsilon$  — функція режимних параметрів, яка підлягає визначення.

Графік залежності (3) наведено на рис. 3.

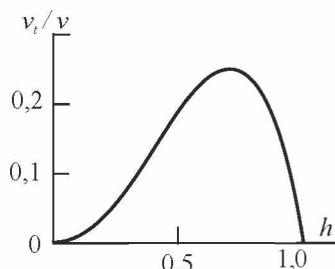


Рис. 3. Графік залежності (3) при  $\varepsilon = 1$

Форма кривої на рис. 3 є найбільш адекватною реальному розподіленню турбулентної в'язкості в плівках у вертикальних каналах (рис. 1б). Максимальне значення функції (3) при вершині, зміщений відносно середини плівки параболи, залежить від витратних параметрів плівки, ступеня розвинення хвильової структури тощо, і може бути визначена на основі зіставлення розрахункових та експериментальних значень теплогідродинамічних параметрів плівкової течії.

За прийнятого спрощення щодо режиму руху плівки процес тепlopіренесення можна записати як:

$$q = -\left(\frac{\lambda}{\delta}\right)\left(1 + \frac{\Pr \frac{v_t}{v}}{\Pr_t v}\right) \frac{dt}{d\eta}, \quad (4)$$

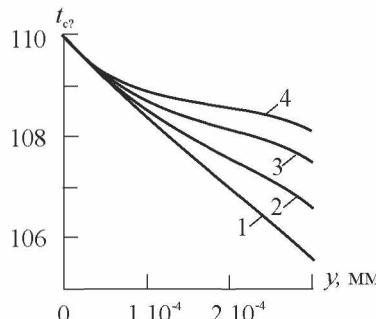
де  $q$  — тепловий потік;  $\lambda$  — теплопровідність;  $t$  — температура;  $\Pr_t$  — турбулентне число Прандтля.

Прийнявши  $\Pr_t = 1$ , з урахуванням (3) за граничних умов  $\eta = 0$ ,  $t = t_{cr}$ , інтегруючи (4) по товщині плівки, отримуємо температурний профіль:

$$t = t_{cr} - \frac{q\delta}{\lambda} \frac{\sqrt{2}H}{(4+\varepsilon\Pr)} \left[ \frac{1}{R} \operatorname{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon\Pr}{R} \eta \right) - \frac{1}{A} \operatorname{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon\Pr}{A} \eta \right) \right], \quad (5)$$

де  $H = \sqrt{4\varepsilon\Pr + \varepsilon^2\Pr^2}$ ;  $A = \sqrt{\varepsilon^2\Pr^2 - \varepsilon\Pr H}$ ;  $R = \sqrt{\varepsilon^2\Pr^2 + \varepsilon\Pr H}$ .

Графічна інтерпретація (5) наведена на рис. 4.



**Рис. 4. Результати розрахунку температурного профілю в плівці за (5),**  
 $\text{Pr} = 2; \delta = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \lambda = 0,6 \text{ Вт}/(\text{м К}); q = 10^4 \text{ Вт}/\text{м}^2; t_{\text{cr}} = 110^\circ\text{C}$ .  
 1 —  $\varepsilon = 0,5$ ; 2 — 2; 3 — 5; 4 — 10

З (5) за умови  $\eta = 1$ ,  $t = t_i$  отримаємо температуру на міжфазній поверхні

$$t_i = t_{\text{cr}} - \frac{q\delta}{\lambda} \frac{\sqrt{2}H}{(4+\varepsilon\text{Pr})} \left[ \frac{1}{R} \text{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon\text{Pr}}{R} \right) - \frac{1}{A} \text{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon\text{Pr}}{A} \right) \right] \quad (6)$$

де  $t_{\text{cr}}$ ,  $t_i$  — температури стінки труби та міжфазної поверхні плівки відповідно.

Тоді, виразивши коефіцієнт тепловіддачі як  $\alpha = \frac{q}{t_{\text{cr}} - t_i}$ , з (6) отримаємо

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta} \frac{(4+\varepsilon\text{Pr})}{\sqrt{2}HN}, \quad (7)$$

$$\text{де } N = \left[ \frac{1}{R} \text{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon\text{Pr}}{R} \right) - \frac{1}{A} \text{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon\text{Pr}}{A} \right) \right].$$

У виразі (7) враховується товщина плівки, яку визначимо з рівняння руху для режима вільного стікання по вертикальній поверхні з використанням функції (3):

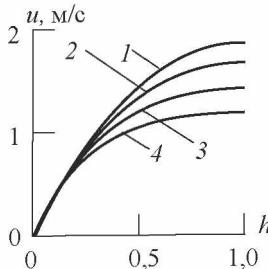
$$\frac{g\delta^2}{v} (1-\eta) = \left[ 1 + \varepsilon \eta^2 (1-\eta^2) \right] \frac{du}{d\eta}. \quad (8)$$

Інтегруючи (8), за граничних умов  $\eta = 0$ ,  $u = 0$  отримуємо профіль швидкості:

$$u = \left( \frac{g\delta^2}{v} \right) \frac{\sqrt{2}h}{(4+\varepsilon)} \left[ \frac{1}{r} \text{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{r} \eta \right) - \frac{1}{a} \text{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{a} \eta \right) \right] - \frac{g\delta^2}{vh} \left[ \text{Arth} \left( \frac{\varepsilon(2\eta^2 - 1)}{h} \right) + \text{Arth} \left( \frac{\varepsilon}{h} \right) \right], \quad (9)$$

$$\text{де } h = \sqrt{4\varepsilon + \varepsilon^2}; \quad a = \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon h}; \quad r = \sqrt{\varepsilon^2 + \varepsilon h}; \quad n = \left[ \frac{1}{r} \operatorname{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{r} \right) - \frac{1}{a} \operatorname{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{a} \right) \right].$$

Графічна інтерпретація профілю швидкості наведена на рис. 5.



**Рис. 5. Результати розрахунку профілю швидкості в плівці за (9),**  
 $\delta = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $v = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ . 1 —  $\varepsilon = 0,5$ ; 2 — 2; 3 — 5; 4 — 10

Інтегруючи (9) по товщині плівки, отримаємо вираз для середньої швидкості:

$$\bar{u} = \left( \frac{g\delta^2}{v} \right) \frac{\sqrt{2}h}{(4+\varepsilon)} \left[ n - \frac{\sqrt{2}}{4\varepsilon} \ln \left( \frac{a^2 - 2\varepsilon^2}{r^2 - 2\varepsilon^2} \right) - \frac{\sqrt{2}}{2\varepsilon} \ln \left( \frac{r}{a} \right) \right] - \frac{g\delta^2}{vh} \left[ 2\operatorname{Arth} \left( \frac{\varepsilon}{h} \right) - \frac{\sqrt{2}h}{2} \left( \frac{1}{r} \operatorname{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{r} \right) + \frac{1}{a} \operatorname{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{a} \right) \right) - \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{2} n \right]. \quad (10)$$

Ввівши позначення

$$B = \left[ 2\operatorname{Arth} \left( \frac{\varepsilon}{h} \right) - \frac{\sqrt{2}h}{2} \left( \frac{1}{r} \operatorname{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{r} \right) + \frac{1}{a} \operatorname{Arth} \left( \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{a} \right) \right) - \frac{\sqrt{2}\varepsilon}{2} n \right],$$

$$D = \frac{\sqrt{2}h}{(4+\varepsilon)} \left[ n - \frac{\sqrt{2}}{4\varepsilon} \ln \left( \frac{a^2 - 2\varepsilon^2}{r^2 - 2\varepsilon^2} \right) - \frac{\sqrt{2}}{2\varepsilon} \ln \left( \frac{r}{a} \right) \right],$$

та враховуючи, що товщина плівки зв'язана з об'ємною щільністю зрошення і середньою швидкістю як

$$\delta = \Gamma_v / \bar{u}, \quad (11)$$

з (10) та (11) отримаємо середню товщину плівки для режима вільного стикання

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{\Gamma_v h}{g(Dh - B)}}. \quad (12)$$

У виразах (7) та (12) єдиним невідомим параметром є функція максимуму турбулентності при вершині параболи у виразі (3)  $\varepsilon$ , яка, по-суті, є параметром кореляції. Товщина плівки (12) менш чутлива до  $\varepsilon$ , ніж коефіцієнт тепловіддачі (7), тому функцію  $\varepsilon$  знайдено, порівнюючи експериментальні та розрахункові за (7), (12) значення з інтенсивності тепловіддачі до плівки в режимі випаровування з міжфазної поверхні. Для води та цукрових розчинів під час пароутворення в трубі діаметром 20 мм на довжині 1,5 м (рис. 6) отримано співвідношення для функції  $\varepsilon$  в (3) у вигляді (рис. 6):

$$\varepsilon = 5 \cdot 10^{-5} Re^{1,4}. \quad (13)$$

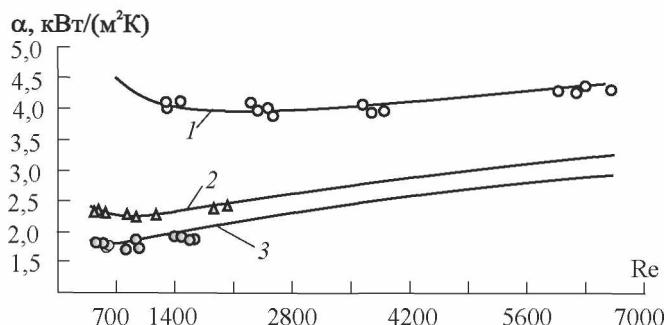


Рис. 6. Залежність  $\alpha = f(Re)$  для води та цукрових розчинів у трубі діаметром 20 мм, довжиною  $L = 1,5$  м,  $t = 100^\circ\text{C}$  за (7), (12), (13),  
1 — вода; 2, 3 — цукрові розчини. 2 — CP = 40%; 3 — CP = 50%

Щодо адекватності відтворення теплогідродинамічних процесів у каналах різної конфігурації проблематичним є той факт, що хвилеутворення, а, відповідно, і турбулентність у плівці, за однакової щільноті зрошення розвивається по-різному в каналах різних діаметрів. Тобто на хвилеутворення впливає як кривизна поверхні, так і довжина пробігання плівки по поверхні теплообміну. Оцінити вплив кривизни поверхні на теплообмін можна шляхом зіставлення експериментальних даних з тепловіддаче до плівок в трубах різних діаметрів [11; 12] з результатами розрахунку за (7), (12), (13). У результаті отримано функцію залежності  $\varepsilon$  від діаметра трубы у формі співмножника до (13), яка має вигляд експоненціальної функції:

$$\varepsilon = 5 \cdot 10^{-5} Re^{1,4} \left\{ 1 + 3,6 \left[ 1 - \exp \left( 1 - \frac{d}{d_o} \right) \right] \right\}, \quad (14)$$

де  $d_o = 0,02$  м.

Графічну інтерпретацію результатів розрахунків за (7), (12), (13) для плівок води в режимі випаровування з міжфазної поверхні в трубах різних діаметрів та порівняння з експериментальними даними наведено на рис. 7.

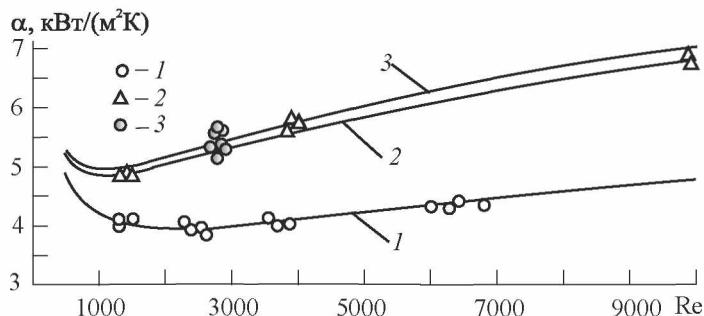


Рис. 7. Залежність  $\alpha = f(Re)$  для труб різних діаметрів,  
1 — дані авторів,  $d = 20$  мм; 2 — [11],  $d = 30$  мм; 3 — [12],  $d = 32$  мм, вода  $t = 100^\circ\text{C}$ .  
Лінії — розрахунок за (7), (12), (13)

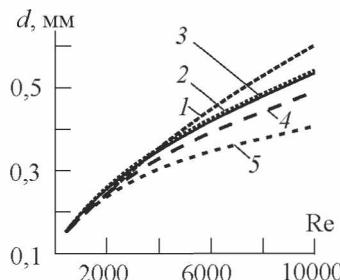
Враховуючи обмеженість експериментальних даних з тепловіддачі до вільно стікаючих насичених плівок рідин у каналах інших конфігурацій, доцільно обмежитися діапазоном діаметрів труб 20...34 мм під час використання рівняння (14).

Постає питання щодо коректності використання співвідношень (12), (14) для розрахунку товщини плівки в турбулентному режимі руху. Відомим виразом для товщини турбулентної плівки є співвідношення, отримане на основі закону опору Блазіуса  $\xi = 0,316/\text{Re}^{0,316}$  в однофазних потоках, де дотична напруга на стінці визначається як  $\tau_w = \xi \bar{v}^2/8$ . Для вільно стікаючих плівок дотична напруга на стінці та середня швидкість  $\bar{u}$  пов'язані з товщиною плівки співвідношеннями  $\tau_w = \rho g \delta$ ,  $\bar{u} = \Gamma_v/\delta$ . З наведених рівнянь отримано:

$$\delta = 0,135 \text{ Re}^{1/2} (v^2/g)^{1/3}. \quad (15)$$

У літературі наведені експериментальні дані з товщини плівки води, розчинів гліцерину, толуолу, гасу в турбулентному режимі руху, які задовільно узагальнюються співвідношенням (15).

Порівняння розрахункової за (12), (14) товщини плівки з даними розрахунку за співвідношенням (15) наведено на рис. 8.



**Рис. 8. Залежність товщини плівки від числа Рейнольдса для води  $t = 100^\circ\text{C}$ ,**  
1 — розрахунок за (15); 2, 3, 4 — розрахунок за (12), (14), 4 —  $d = 20$  мм, 3 — 30, 2 — 32;  
5 — товщина плівки, розрахована за співвідношенням для ламінарного режиму руху

$$\text{плівки}, \delta = \sqrt[3]{3\Gamma_v v / g}$$

Як видно з рис. 8, товщина турбулентної плівки, розрахованої за (12), (14), менша за розраховану за співвідношенням (15). Причина в тому, що функція (14) отримана порівнянням результатів розрахунків за (3), (7), (12) з експериментальними даними з тепловіддачі, а не товщини плівки. Оскільки по поверхні плівки в режимі розвинутої хвильової структури рухаються великі хвилі, які, залежно від діаметра, переносять від 20 до 60% витрати рідини, а основна частка теплоти передається саме через неперервний прошарок, отриманий результат коректний.

### **Висновки**

1. Алгебраїчна модель турбулентної в'язкості (3) для режиму руху плівки зі стабілізованою хвильовою структурою якісно відображає реальне розподілення турбулентної в'язкості в плівці, що стикає по вертикальній поверхні.

2. На основі запропонованої моделі турбулентності отримано аналітичні вирази для температурного та швидкісного профілей у плівці та відповідні інтегральні теплогідродинамічні характеристики за умови вільного стикання.

3. Рівняння (7) у суккупності з (12), (14) може використовуватися для розрахунку інтенсивності тепловіддачі до вільно стикаючих у вертикальних трубах турбулентних плівок води та розчинів під час пароутворення при відсутності бульбашкового кипіння.

### **Література**

1. Jepsen J. C. The Effect of Wave Induced Turbulence on the Rate of Absorption of Gasses Falling Liquid Films. *Am.Inst.Chem.Engn.Jornal.* 1966. Vol. 12, № 1. P. 186—192.
2. Ганчев Б. Г., Козлов В. М. Экспериментальное исследование гидродинамической структуры пленки жидкости при свободном стекании по вертикальной поверхности. *Теоретические основы химической технологии.* 1973. Том. 7, № 5. С. 727—732.
3. Мовчан В. Т. Шквар Е. О., Козлова Т. В. Алгебро-диференціальні моделі коефіцієнта турбулентної в'язкості для пристінних течій. *Авиационно-космическая техника и технология.* 2012. № 5(92). С. 63—70.
4. Солодов В. Г. Моделирование турбулентных течений. Расчет больших вихрей. Х.: ХНАДУ, 2011. 211с.
5. Шалев В. И. Применение аналитических методов в современной аэромеханике. Часть 1. Теория пограничного слоя. М.: МФТИ, 2010. 300 с.
6. Кузьминов А. В., Лапин В. Н., Черный С. Г. Метод расчета турбулентных течений жидкости на основе двухслойной к-е модели. *Вычислительные технологии.* 2011. Т. 6, № 5. С. 73—86.
7. Миллионников М. Д. Основные закономерности турбулентного течения в пристенных слоях. *Атомная энергия.* 1970. Том. 28, вып. 4. С. 317—320.
8. Василенко С. М. Теплообмін в парорідинних течіях теплообмінних апаратів харчових виробництв: дис. ... доктора техн. наук.: 05.18.12 «Процеси та обладнання харчових, мікробіологічних і фармацевтичних виробництв» К., 2003. 326 с.
9. Ганчев Б. Г. Охлаждение элементов ядерных реакторов стекающимися пленками. М.: Энергоатомиздат, 1987. 192 с.
10. Петренко В. П. Теплогідродинамічні процеси в низхідних кільцевих паро-рідинних потоках розчинів з розвинутою хвильовою структурою під час пароутворення: дис. ... доктора техн. наук.: 05.14.06 «Технічна теплофізика та промислова теплоенергетика». К., 2019. 357 с.
11. Ардашев В. О. Исследование теплообмена при выпаривании гравитационно-стекающей пленки жидкости в вертикальных трубах: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.14.04 «Промышленная теплоенергетика». К., 1983. 202 с.
12. Глоба О. В. Теплогідродинамічні процеси у плівкових випарних апаратіах для яблучного соку: дис. ... кандидата техн. наук: спец. 05.14.06 «Технічна теплофізика та промислова теплоенергетика». К., 2011. 210 с.