УДК 539.375+621.73
IBSN 5-230-12237-4
(С) Е. В. Штефан
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ И РАЗРУШЕНИЯ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СИСТЕМ; М., 1991. С. 129...135.

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ МЕТОД ТЕОРЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ ЗАГОТОВОК В ТЕХНОЛОГИЯХ ОБРАБОТКИ ТРУДНОДЕФОРМИРУЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ

В современной механообработке при изготовлении широкой номенклатуры деталей машин и элементов конструкций находят широкое применение малоотходные технологии, основанные на холодном и горячем формоизменении материалов, позволяющие получать изделия с повышенными физико-механическими свойствами, высокой точностью и чистотой поверхности.

Однако наличие растягивающих напряжений в области интенсивного пластического течения при обработке малопластичных и труднодеформируемых материалов вызывает локальное разрушение (растрескивание) заготовки, что приводит к существенному снижению качества готовых изделий. Этим объясняется целесообразность использования технологий, в которых на деформируемый объем материала заготовки накладывают высокое гидростатическое давление, способствующее снижению либо полному исключению растягивающих напряжений в очаге деформаций.

В целях снижения затрат на проведение проектировочных работ по созданию новых и оптимизации существующих технологий механообработки разработана математическая модель процесса упругопластического деформирования малопластичных материалов в условиях высоких гидростатических давлений.

Интегральная постановка задачи в форме вариационного соотношения механического равновесия твердого тела имеет вид [1]:

$$\int\limits_V \{\nabla\delta\dot{u}\}^T\{\dot{\sigma}\}dV - \int\limits_V \{\dot{F}\}^T\{\delta\dot{u}\}dV - \int\limits_\Omega \{\dot{P}\}^T\{\delta\dot{u}\}d\Omega = 0 , \quad (I)$$

где $\{\delta\dot{u}\}$ - вариация вектора скоростей перемещений; $\{\dot{\sigma}\}$ - вектор скоростей изменения напряжений; $\{\dot{F}\}$ - вектор скоростей изменения объемных сил, заданных в объеме V тела; $\{\dot{P}\}$ - вектор скоростей изменения поверхностной нагрузки, заданной на границе Ω тела; индекс " T " означает транспонирование.

Для решения сформулированной задачи применяем проекционно-сеточные методы в форме методов конечных элементов (МКЭ) по пространственным переменным и конечных разностей (МКР) по временному аргументу.

Следуя основным положениям МКЭ, исходную область, занимаемую телом, аппроксимируем совокупностью треугольных элементов с конечным числом узловых точек (узлов). Поле скоростей перемещений в пределах каждого элемента определяем линейной интерполяцией по узловым значениям. Компоненты тензора скоростей деформаций в элементах находим посредствам дифференцирования (на основе соотношений Коши [2]) соответствующих интерполяционных соотношений. Дискретная форма уравнений равновесия (I) для конечноэлементной модели тела имеет вид [3]

$$[K_{ep}]\{\dot{U}\} = \{\dot{Q}\} , \quad (2)$$

где $\{\dot{U}\}$ - вектор скоростей узловых перемещений; $\{\dot{Q}\}$ - вектор скоростей изменения эквивалентных узловых сил, отвечающих приращению объемных и поверхностных нагрузок; $[K_{ep}]$ - упругопластическая матрица жесткости, определяемая системой определяющих соотношений в соответствии с принятой моделью деформируемой среды.

При формулировке определяющих соотношений предполагаем, что для изотропно упрочняющегося материала скорости деформаций представимы в форме аддитивного разложения

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{e}_{ij} + \dot{\varepsilon}^{i}_{ij} \quad , \tag{3}$$

где $\dot{\varepsilon}^{e}_{ij}$ – упругая составляющая тензора скоростей деформаций, определяемая законом Гука

$$\dot{\varepsilon}^{e}_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\left(\dot{\sigma}_{ij} + \delta_{ij} \frac{\nu}{1+\nu} \dot{\sigma}_{rr} \right) , \tag{4}$$

где E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона; δ_{ij} – символ Кронекера.

Определение скоростей неупругих составляющих деформаций нашло отражение в форме нормального ассоциированного закона течения:

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij} = \mu \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}} \quad , \tag{5}$$

где μ – множитель (типа Лагранжа); Φ – потенциал, определяющий начало пластического течения материала. Выражение для потенциала Φ выбираем на основе допущения о наличии в деформируемом материале микронеоднородностей (типа пор), обуславливающих его сжимаемость вследствие воздействия высоких гидростатических давлений в процессе нагружения заготовки [4] :

$$\Phi(p, \tau, \theta) = \frac{p^2}{\psi} + \frac{\tau^2}{\varphi} - (1-\theta) K^2 = 0 \quad , \tag{6}$$

где p – уровень гидростатического давления в материале; τ^2 – второй инвариант девиатора напряжений, $\tau^2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$; φ , ψ , θ – функции пористости, зависящие от свойств материала [4] ; K – предел текучести; S_{ij} – компоненты девиатора напряжений.

Отметим, что полагая $\theta = 0$; $\varphi = 1/3$; $\psi = \infty$ получим условие текучести Мизеса, описывающее процесс упругопластического деформирования изотропного идеального (беспористого) несжимаемого материала.

Определяя множитель $\dot{\mu}$ в (5) на основании условия пластического деформирования $\Phi(P, \tau, \theta) = 0$, совместно с (3), (4) можно получить определяющие соотношения упругопластичности в виде [5] :

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left(D^e_{ijkl} - \frac{D^e_{ijmn} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{\xi\eta}} D^e_{\xi\eta kl}}{\xi \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{mn}} + \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{mn}} D^e_{mnop} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{op}}} \right) \dot{\varepsilon}_{kl}, \qquad (7)$$

где D^e_{ijkl} – коэффициенты матрицы упругих свойств, определяемые согласно (4).

Учитывая (6), получим развернутую форму определяющих соотношений (7):

$$\dot{\sigma}_{ij} = 2G \Big[\delta_{ik}\delta_{jl} + \frac{\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\delta_{kl} - K_f S_{ij} S_{kl} -$$
$$- K_s (S_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ij} S_{kl}) - K_p \delta_{ij}\delta_{kl} \Big] \cdot \dot{\varepsilon}_{kl},$$

где

$$K_f = \frac{27 G^2 \psi^2}{9(\xi + 3G)\psi^2\tau^2 + (2\xi + \frac{3E}{1-2\nu})\varphi^2 P^2} -$$

– коэффициент пластического изменения формы деформируемого тела;

$$K_p = \frac{3 P^2 E^2 \varphi^2}{(1-2\nu)^2 [9(\xi + 3G)\psi^2\tau^2 + (2\xi + \frac{3E}{1-2\nu})\varphi^2 P^2} -$$

– коэффициент пластического изменения объема;

$$K_s = \frac{9 G P E \psi \varphi}{(1-2\nu)[9(\xi + 3G)\psi^2\tau^2 + (2\xi + \frac{3E}{1-2\nu})\varphi^2 P^2]} -$$

– коэффициент пластической объемно-сдвиговой деформации;

$G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$ – модуль сдвига; $\xi = H' + \dfrac{\partial K}{\partial \varkappa}$

– коэффициент пластического упрочнения материала;

H' – определяет наклон "мгновенной" изотермической кривой деформирования; $\varkappa$ – параметр Одквиста; S_{ij} – ком-

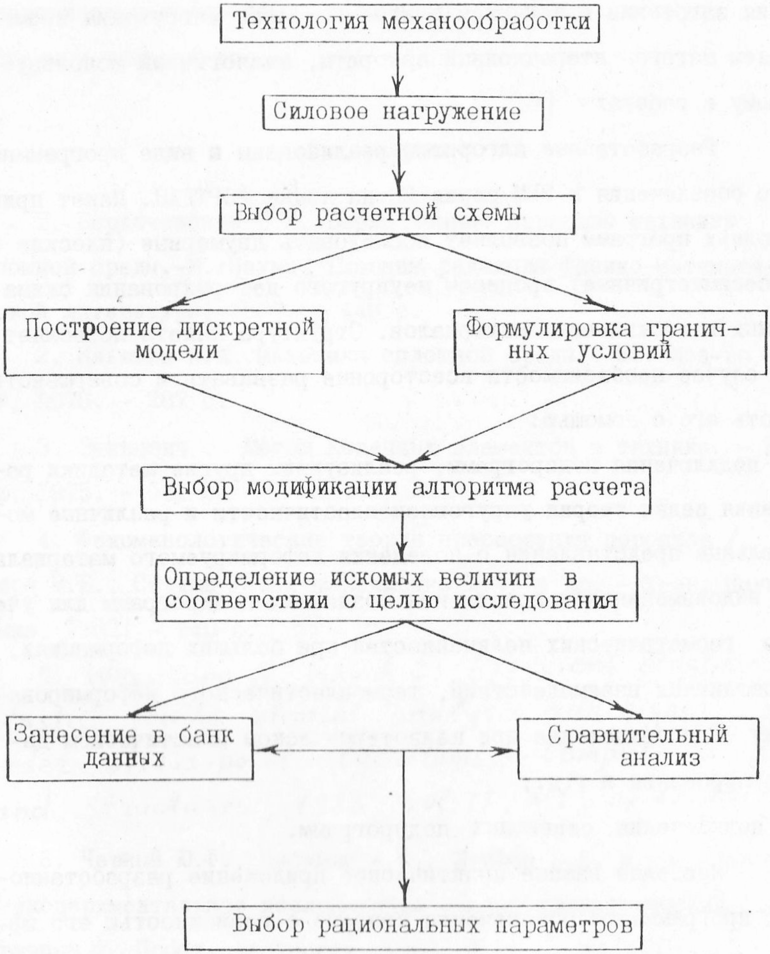

Рисунок. Схема расчетного определения рациональных конструктивно-технологических параметров поненты девиатора напряжений.

Для расчета процесса упругопластического деформирования заготовки в заданном режиме силового нагружения применяем шагово - итерационный алгоритм, аналогичный используемому в работах [6,7] .

Разработанные алгоритмы реализованы в виде программного обеспечения к ЭВМ серии ЕС на языке ФОРТРАН. Пакет прикладных программ позволяет исследовать двумерные (плоские и осесимметричные) процессы неупругого деформирования сжимаемых и несжимаемых материалов. Структура пакета позволяет в случае необходимости всесторонне развивать и совершенствовать его с помощью:

- подключения подпрограмм, реализующих другие методики решения задач теории упруговязкопластичности и различные модельные представления о поведении деформируемого материала;
- видоизменения и пополнения созданных подпрограмм для учета геометрических нелинейностей при больших деформациях, контактных взаимодействий, термопластического деформирования, тепловыделения при неизотермическом пластическом деформировании и т.д.;
- подключения сервисных подпрограмм.

Наиболее важное практическое приложение разработанного программного обеспечения связано с возможностью его эффективного использования для выбора рациональных конструктивно-технологических параметров в процессах обработки материалов давлением. Общая методика расчетного исследования в данном случае отражена на схеме, представленной на рисунке. Отметим, что предлагаемая методика (рисунок) может служить основой для создания систем автоматизированного проектирования технологических процессов, связанных с исследованием кинетики напряженно-деформированного состояния неупруго сжимаемых твердых тел.

Литература

I. Бердичевский В.Л. Вариационные принципы механики сплошной среды.-М.:Наука, Главная редакция физико-математической литературы, I983. - 448 с.

2. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды.- М.: Изд-во МГУ, I978. - 287 с.

3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. - М.: Мир, I975. - 54I с.

4. Феноменологические теории прессования порошков / Штерн М.Б., Сердюк Г.Г., Максименко Л.А. и др. - Киев: Наук. думка, I982. - I40 с.

5. Wissmann W., Hauch C. Efficient elastic-plastic finite element analysis with higher order stress-point algorithms.- Computeres and Structures, 1983, vol. 17, N1, pp. 89-95.

6. Черный Ю.Ф., Цыбенко А.С., Штефан Е.В. и др. Расчетно-экспериментальное исследование осадки цилиндрических образцов// Пробл. прочности. I983. № 8. С. 98-I03.

7. Цыбенко А.С., Штефан Е.В., Быков А.И. Исследование напряженно-деформированного состояния в процессах осесимметричного холодного прессования // Пробл. прочности. I985. № 2. С. 69-72.