

**Міністерство освіти і науки України
Національний університет харчових технологій**

**НАУКОВІ ПРАЦІ
НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ ХАРЧОВИХ
ТЕХНОЛОГІЙ**

№ 22

Київ НУХТ 2007

УДК 536.242

С.М. Василенко, Т.О. Ващук,
В.І. Бондар, В.В. Шутюк

ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОПЕРЕНОСЕННЯ В ТУРБУЛЕНТНИХ ПЛІВКАХ РІДИНИ ЗА СУПУТНЬОГО ПОТОКУ ПАРИ

Проведено аналіз турбулентного теплоперенесення в плівках рідини кільцевих потоків. Показано, що існуючі моделі турбулентного перенесення біля поверхні “рідина-газ” не є адекватними фізичній картині процесу.

Ключові слова: теплоперенесення, плівка, турбулентність, модель, потік.

The analysis of turbulent of heat transfer in turbulent films of liquids of ring streams is lead. It is shown, that existing models of turbulent heat transfer near a surface “liquid-gas” does not answer physics of process.

Key words: heat transfer, film, turbulence, model, stream.

© С.М. Василенко, Т.О. Ващук, В.І. Бондар, В.В. Шутюк, 2007

При моделюванні теплоперенесення в плівкових течіях, як правило, аналізуються моделі, що базуються на методі аналогії, який включає поняття коефіцієнтів турбулентного перенесення. Як основне наближення моделей приймається припущення про постійність товщини плівки, що робить ці моделі подібними до моделей процесів перенесення за течій в каналах чи прилежових шарах. При цьому плівка постійної товщини розглядається як осереднення в часі хвиль великої амплітуди на її поверхні.

У рамках нуссельтових припущень диференціальне рівняння збереження кількості руху в плівці за міжфазової взаємодії на межі поділу рідина—газ набуває одновимірного безрозмірного вигляду

$$\frac{d}{dy^+} (1 + \varepsilon_\sigma^+) \frac{dv_x^+}{dy^+} + gvv_*^{-3} = 0; \quad (1)$$

за граничних умов

$$v_x^+ = 0 \text{ при } y^+ = 0, \quad (1 + \varepsilon_\sigma^+) \frac{dv_x^+}{dy^+} = 1 - gvv_*^{-3} \delta^+ \text{ при } y^+ = \delta^+, \quad (2)$$

Одновимірне поле осередненої безрозмірної швидкості рідини в плівці описуватиметься рівнянням

$$v_x^+ = \int_0^{y^+} \frac{1 - gvy^+ v_*^{-3}}{1 + \varepsilon_\sigma^+ / \nu} dy^+, \quad (3)$$

а плівкове число Рейнольдса

$$Re_p = 4 \int_0^{\delta^+} v_x^+ dy^+ = 4 \int_0^{\delta^+} dy^+ \int_0^{y^+} \frac{1 - gvy^+ v_*^{-3}}{1 + \varepsilon_\sigma^+ / \nu} dy^+. \quad (4)$$

Диференціальне рівняння збереження енергії в нуссельтовому наближенні набуде вигляду

$$\left(\frac{1}{Pr} + \frac{\varepsilon_\sigma^+}{Pr_T} \right) \frac{dT^+}{dy^+} = 1, \quad (5)$$

за граничних умов

$$T^+ = 0 \text{ при } y^+ = 0, \quad (6)$$

де $T^+ = (T_{ст} - T) c_p \rho v_* / q$ — безрозмірна температура.

Рівняння одновимірного поля осередненої температури матиме вигляд

$$T^+ = \int_0^{y^+} \left(\frac{1}{Pr} + \frac{\varepsilon_\sigma^+}{Pr_T} \right)^{-1} dy^+. \quad (7)$$

Безрозмірна форма коефіцієнта тепловіддачі визначиться таким чином

$$St^{-1} = \int_0^{\delta^+} \left(\frac{1}{Pr} + \frac{\varepsilon_\sigma^+}{Pr_t} \right)^{-1} dy^+; \quad (8)$$

При розробленні моделі розподіли дотичного напруження та густини теплового потоку задавались у нуссельтовому наближенні:

Вираз безрозмірного кінематичного коефіцієнта турбулентної в'язкості з використанням поняття довжини шляху змішування набуде вигляду

$$\varepsilon_\sigma^+ = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(1 + \ell^{+2} \frac{\tau}{\tau_{ст}} \right)^{1/2}, \quad (9)$$

де $\ell^+ = \ell v_* / \nu$ — безрозмірна довжина шляху змішування.

При аналізі моделей, що розглядають плівку рідини як пристінний шар однофазного потоку рідини, як правило, використовують вираз для довжини шляху змішування Ван Дріста [1].

Аналіз розподілу ε_σ по товщині плівки, наведений на рис. 1, свідчить, що однофазна модель не враховує

основної особливості турбулентності в плівкових течіях, а саме — зниження інтенсивності турбулентного перенесення біля поверхні поділу рідина—пара.

Хоча згідно з цією моделлю за відсутності міжфазової взаємодії величина кінематичного коефіцієнта турбулентного перенесення енергії знижується до

0 на поверхні поділу фаз рідина—пара, слід зауважити, що це зниження ε_σ до нуля при $y = \delta$ за нульового дотичного напруження на міжфазовій поверхні зумовлене внутрішньою структурою моделей шляху змішування, а не дії поверхневого натягу, а тому теж не враховує відповідного пригнічення турбулентності.

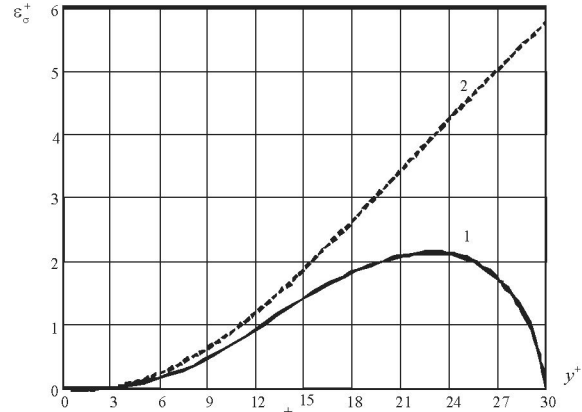


Рис. 1. Розподіл ε_σ^+ по товщині плівки за однофазовою моделлю:

$$1 - \tau_i^* = 0; \quad 2 - \tau_i^* = 10$$

Відповідно, розподіли швидкості (рис. 2) та температури (рис. 3) біля міжфазової поверхні наближаються до плоских, характерних для розвинутого турбулентного руху в каналах.

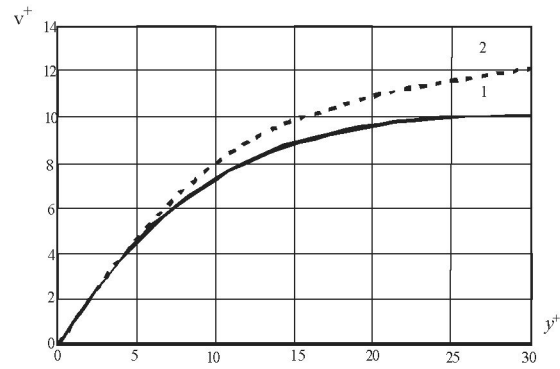


Рис. 2. Розподіл швидкості по товщині плівки за однофазовою моделлю:

$$1 - \tau_i^* = 0; \quad 2 - \tau_i^* = 10$$

Водночас, результати, отримані рядом дослідників, свідчать, що розвинений турбулентний рух у плівках рідини настає при досягненні плівковим числом Рейнольдса значень порядку 5000, які практично не реалізуються у випарних апаратах харчових виробництв.

Тому при поширенні на плівки, що стікають за супутного потоку пари, в діапазоні зміни параметрів, які мають місце в апаратах харчових виробництв, однофазні моделі дають значно завищені значення інтенсивностей тепловіддачі.

В цьому сенсі більш адекватним є використання так званих “двошарових” моделей, таких як, наприклад, напівемпірична модель Дж. Габбарда та ін. [2], яка враховує як вплив інтенсивності міжфазової взаємодії

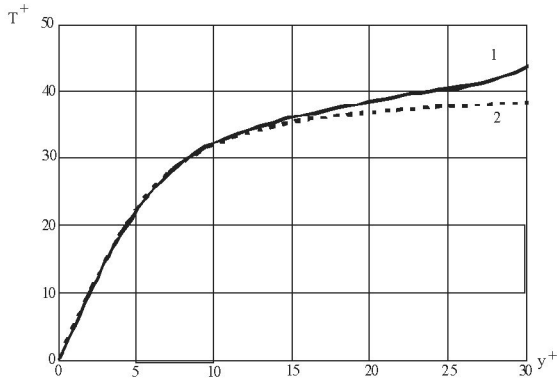


Рис. 3. Розподіл температури по товщині плівки за однофазовою моделлю: 1 — $\tau_i^* = 0$; 2 — $\tau_i^* = 10$

на інтенсивність процесів перенесення в плівках рідини, так і вплив пригнічення турбулентності поверхневим натягом.

При моделюванні за двошаровою схемою розподіли кінематичного коефіцієнта турбулентної в'язкості, швидкості та температури по товщині плівки знаходились як суперпозиції відповідних розподілів у кожному із шарів плівки.

Умови спряження задавалися у вигляді

$$v_x = (v_x)_{y=y_e}, \quad T = (T)_{y=y_e} \quad (10)$$

де значення координати y_e відповідало точці перетину профілів ε_σ в обох шарах.

Значення безрозмірних чисел Рейнольдса та Стентона розраховували таким чином

$$Re_p = 4 \int_0^{y_c^+} v_x^+ dy^+ + 4 \int_{y_c^+}^{\delta^+} v_x^+ dy^+, \quad (11)$$

$$St^{-1} = T^+ \Big|_0^{y_c^+} + T^+ \Big|_{y_c^+}^{\delta^+}. \quad (12)$$

Розподіли кінематичного коефіцієнта турбулентної в'язкості по товщині плівки (рис. 4), швидкості (рис. 5) та температури (рис. 6) свідчать, що остання модель значно більшою мірою враховує вплив зниження інтенсивності турбулентного перенесення біля міжфазової поверхні, ніж попередня.

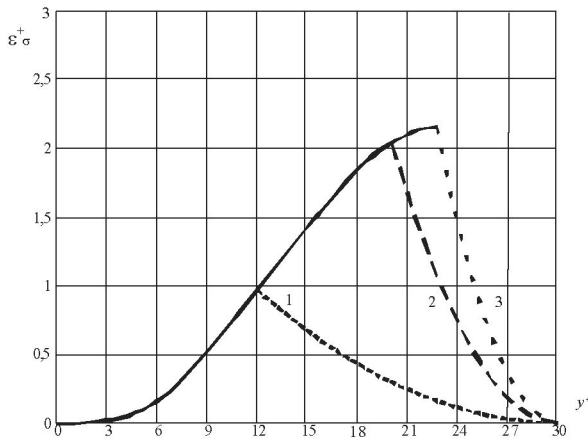


Рис. 4. Розподіл ε_σ^+ по товщині плівки за моделлю [2]: 1 — $\tau_i^* = 0$; 2 — $\tau_i^* = 10$; 3 — $\tau_i^* = 20$

Проте, як свідчить наведене в праці [3] порівняння розрахунків за цією моделлю з експеримен-

тальними даними роботи [4, розрахункові результати систематично перевищують дослідні.

Це, очевидно, може бути пов'язано з тим, що в дійсності вплив міжфазового дотичного напруження на інтенсивність турбулентного перенесення біля міжфазової поверхні, закладений в модель її авторами, в обсязі відносно низьких значень чисел Рейнольдса рідини не настільки значний.

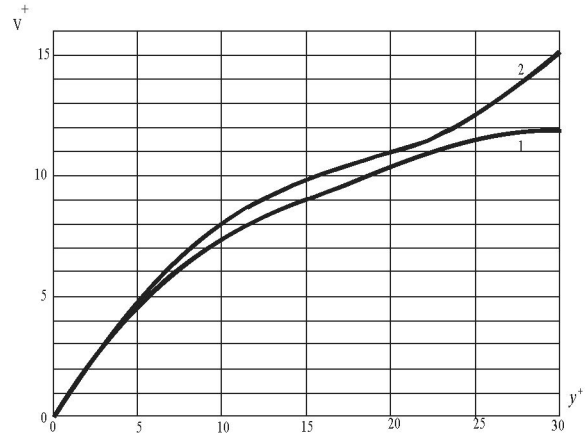


Рис. 5. Розподіл швидкості по товщині плівки за моделлю [2]: 1 — $\tau_i^* = 0$; 2 — $\tau_i^* = 10$

Крім того, як свідчить аналіз розподілу кінематичного коефіцієнта турбулентної в'язкості по товщині плівки (рис. 4), за низьких та близьких до нуля значень інтенсивності міжфазової взаємодії в області низьких значень товщини плівки, модель [2] визначає товщину області пригнічення турбулентності сумірною з товщиною плівки.

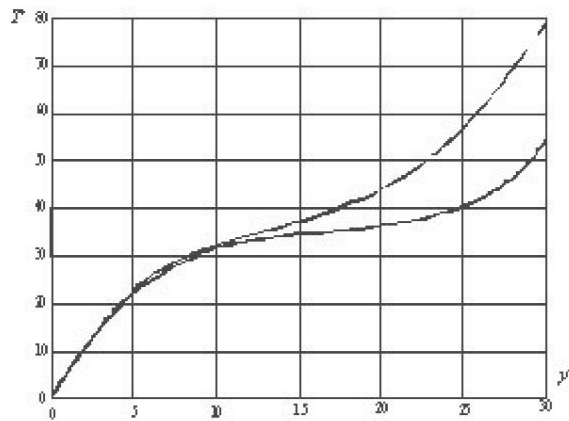


Рис. 6. Розподіл температури по товщині плівки за моделлю [2]: 1 — $\tau_i^* = 0$; 2 — $\tau_i^* = 10$

Суттєвою вадою існуючих кількшарових моделей теплоперенесення в плівці, в тому числі моделі, описаній у праці [5], є те, що вони, здебільшого, базуються на теорії В. Г. Левича [6]. Проте, в основі цієї теорії лежить припущення про постійність швидкості рідини в деякому тонкому прошарку біля міжфазової поверхні, в якому і відбувається так зване пригнічення турбулентності поверхневим натягом. І якщо це припущення можна вважати припустимим для плівок, що вільно стікають, то для плівок, що стікають за супутнього парового потоку, таке припущення є, очевидно, не виправданим.

Розглянемо обернену гідродинамічну задачу руху рідини в плівці за міжфазного дотичного напру-

ження (відомий у механіці рідини принцип обернення руху). Нерухомою вважатимемо міжфазову поверхню рідини—пара, тверду ж поверхню вважатимемо такою, що рухається відносно неї з відносною швидкістю поверхні поділу рідини—пара. Тоді в тонкому прошарку біля поверхні рідини—пара, в якому інтенсивності молекулярного та турбулентного перенесення можна вважати сумірними, дотичне напруження вважатимемо постійним. Відповідно, можна записати

$$v_x \approx (\delta - y), \quad (13)$$

де v_x — швидкість рідини відносно міжфазової поверхні, м/с.

Вважаючи $v'_x/v_x \approx \text{const}$ [7], отримаємо

$$v'_x \approx (\delta - y). \quad (14)$$

Записуючи рівняння нерозривності турбулентного руху [263]

$$\frac{\partial v'_x}{\partial x} + \frac{\partial v'_y}{\partial (\delta - y)} = 0, \quad (15)$$

отримаємо

$$v'_y = - \int \frac{\partial v'_x}{\partial x} d(\delta - y) \approx (\delta - y)^2. \quad (16)$$

Кінематичний коефіцієнт турбулентної в'язкості визначиться наступним чином

$$\epsilon_\sigma = v'_y \cdot \ell, \quad (17)$$

де ℓ — лінійний масштаб пульсаційного руху, розміри якого обмежуються лише відстанню від міжфазової поверхні.

Оскільки з погляду розмірності єдиною можливою є пропорційна залежність

$$\ell \approx (\delta - y), \quad (18)$$

можна записати

$$\epsilon_\sigma \approx v'_y (\delta - y) \approx (\delta - y)^3. \quad (19)$$

Поперечна пульсаційна складова швидкості може бути записана у вигляді

$$v'_y = v_0 \frac{(\delta - y)^2}{\lambda^2}, \quad (20)$$

де $v_0 = v_*$ — масштаб швидкості турбулентного руху, м/с. В рівнянні (20) з умов розмірності товщина шару пригнічення турбулентності

$$\lambda \approx \frac{\sigma}{\rho v_0^2}. \quad (21)$$

Останнє співвідношення виражає умову стійкості поверхні рідини—пара. Капілярний тиск σ/λ , що виникає при деформації міжфазової поверхні турбулентними пульсаціями, компенсує динамічний напір пульсацій ρv_0^2 , тобто λ являє собою розмір прошарку прояву капілярних сил.

Тоді

$$\epsilon_\sigma \approx \frac{\rho^2 v_0^5}{\sigma^2} (\delta - y)^3, \quad (22)$$

або ж, у безрозмірнісній формі,

$$\epsilon_\sigma^+ \approx \left(\frac{v \rho v_*}{\sigma} \right)^2 (\delta^+ - y^+)^3. \quad (23)$$

Тобто, на відміну від моделі В.Г. Левича, яка прогнозує квадратичну залежність

$$\epsilon_\sigma^+ \approx (\delta^+ - y^+)^2, \quad (24)$$

отримана кубічна залежність ϵ_σ^+ від

$$(\delta^+ - y^+). \quad (25)$$

Цей висновок підтверджується результатами досліджень течій з вільною поверхнею у відкритих каналах Г. Уедою та ін. [8], Т. Еллісоном [9], Р. Стрітом [10].

Коефіцієнт пропорційності в останньому рівнянні набуде складного вигляду, адже серед величин, які суттєвим чином впливатимуть на інтенсивність турбулентного перенесення за перехідного режиму течії, очевидно, мають бути v_{cp} , δ_{cp} , v , a , σ , τ_i . Аналіз системи цих величин методами теорії розмірності свідчить про необхідність появи в якості визначальних мінімум трьох безрозмірнісних комплексів. До подібного висновку прийшов також В. Міка [11], аналізуючи пригнічення турбулентності поверхневим натягом.

Вищенаведений аналіз також підтверджує необґрунтованість параболічних симетричних профілів ϵ_σ [12, 13]. Очевидно, ці профілі є повністю штучними, адже, забезпечуючи неперервність зміни ϵ_σ та зниження його до нуля біля міжфазових поверхонь рідини—тверде тіло та рідини—пара, вони не забезпечують відповідні характеристики його зміни в найважливіших областях зниження інтенсивності турбулентності біля цих поверхонь.

Висновки. Проведений аналіз теплоперенесення в турбулентних плівках, що стікають за супутнього потоку пари, дозволив отримати форму залежності коефіцієнтів турбулентного перенесення біля поверхні поділу “рідини—пара”. Показано, що моделі, що застосовувались для аналізу процесів перенесення до цього часу, неадекватні фізичній картині процесу.

Умовні позначення

Pr — число Прандтля рідини; Pr_τ — турбулентне число Прандтля; q_{ct} — густина теплового потoku, Вт/м²; Re_p — плівкове число Рейнольдса, $Re_p = 4\Gamma/v_p$; St — плівкове число Стентона, $St = (T^+)^{-1}$; T^+ — безрозмірна температура в плівці, $T^+ = (T_{ct} - T) c_p \rho_p v_* / q_{ct}$; a — коефіцієнт теплопроводності, м²/с; v_x — безрозмірна поздовжня швидкість в плівці, м, $v_x^+ = v_x / v_*$; v_* — динамічна швидкість, $v_* = \sqrt{(\tau_i + \rho_p g \delta) / \rho_p}$; y — поперечна координата; y^+ — безрозмірна поперечна координата, $y^+ = y v_p / v_p$; x — поздовжня координата; Γ — густина зрошення плівки, м²/с; $\epsilon_q^+ = \epsilon_q / a$ — безрозмірний коефіцієнт турбулентної теплопроводності; ϵ_σ^+ — безрозмірний кінематичний коефіцієнт перенесення кількості руху, $\epsilon_\sigma^+ = \epsilon_\sigma / v_p$; v — кінематичний коефіцієнт в'язкості рідини, м²/с; δ^+ — безрозмірна товщина плівки, $\delta^+ = \delta v_* / v_p$; λ — коефіцієнт теплопроводності рідини, Вт/(м·К); ρ_p — густина рідини, кг/м³; σ — коефіцієнт поверхневого натягу, Н/м; Φ — дотичне напруження на міжфазній поверхні, Н/м²; τ_i^* — безрозмірнісний дотичне напруження на міжфазній поверхні, $\tau_i^* = \tau_i / [\rho_p g (v_p^2 / g)^{1/3}]$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Van Driest E.R. On turbulent flow near a wall // J. of Aeronautics Science. — 1956. V. 23. — P. 1007 — 1011.
2. Hubbard G.L., Mills A.F., Chung D.K. Heat transfer across a turbulent falling film with concurrent vapor flow // Transactions of ASME. J. of Heat Transfer. — 1976. — V. 98. — P. 319 — 320.
3. Хаббард, Миллс, Чжунь. Теплопередача к турбулентной стекающей пленке с сопутствующим

Процеси, обладнання, автоматика

паровым потоком // Теплопередача. — 1976. — №2. — С. 183 — 185.

4. Ueda T., Kubo T., Inoue M. Heat transfer for steam condensing inside a vertical tube // Heat Transfer 1974, Proceedings of International conference. — Tokyo. — 1974. — P. 304 — 308.

5. Faghri A., Seban R.A. Heat and mass transfer to a turbulent falling film — II // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1989. — V. 32, № 9. — P. 1796 — 1798.

6. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. — М.: Физматгиз, 1959. — 699 с.

7. Ганчев Б.Г. Охлаждение элементов ядерных реакторов стекающими пленками. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 192 с.

8. Ueda H., Moller R., Komori S. and Mizushima T. Eddy diffusivity near the free surface of open channel flow // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1977. — V. 20. — P. 1127 — 1136.

9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя: пер с нем. — М.: Наука, 1974. — 712 с., ил.

10. Street R.L. Turbulent heat and mass transfers across a rough, air-water interface: a simple theory // Int. J. Heat Mass Transfer. — 1979. — V. 22. — P. 885 — 899.

11. Кулов М.Н., Максимов В.В., Малюсов В.А., Жаворонков Н.М. Массообмена в стекающих пленках жидкости // Теор. основы хим. технологии. — 1983. — № 3. — С. 291 — 306.

12. Холпанов Л.П., Малюсов В.А., Жаворонков Н.М. Исследование гидродинамики и массообмена при турбулентном течении пленки жидкости с учетом входного участка // Теор. основы хим. технологии. — 1978. — №. 3. — С. 438 — 441.

13. Холпанов Л.П., Бабак В.Н., Малюсов В.А., Жаворонков Н.М. Исследование тепло- и массообмена при турбулентном течении пленки жидкости и газа в режиме прямотока // Теор. основы хим. технологии. — 1979. — № 3. — С. 323 — 330.

Надійшла до редколегії 19.01.07 р.