ДИНАМІКА ПІДКРІПЛЕНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЕЛІПТИЧНОГО ПЕРЕРІЗУ НА ПРУЖНІЙ ОСНОВІ

В.Ф. Мейш, Ю.А. Мейш, Н.П. Кепенач

Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України

А.С.Богатирчук, канд. фіз.-мат. наук

Національний університет харчових технологій

В даній роботі в рамках моделі теорії оболонок та стержнів типу Тимошенка приведено постановку задачі про вимушені коливання повздовжньо–поперечно підкріпленої циліндричної оболонки еліптичного перерізу на пружній основі Вінклера [1] , побудовано чисельний алгоритм розв'язування задачі та проведено аналіз отриманих чисельних результатів. Для виводу рівнянь коливань підкріпленої циліндричної оболонки використовується варіаційний принцип стаціонарності Гамільтона – Остроградського [1, 2]. Коефіцієнти першої квадратичної форми та кривини координатної поверхні вихідної оболонки мають вигляд:

$$A_1 = 1, \quad k_1 = 0, \qquad A_2 = (a^2 \cos^2 \alpha_2 + b^2 \sin^2 \alpha_2)^{1/2}, \tag{1}$$
$$k_2 = ab(a^2 \cos^2 \alpha_2 + b^2 \sin^2 \alpha_2)^{-3/2}, \quad s_1 = A_1\alpha_1,\ s_2 = A_2\alpha_2,$$

де a і b – півосі еліпса, який характеризує поперечний переріз циліндричної оболонки.

Після стандартних перетворень у варіаційному функціоналі, з врахуванням умов контакту оболонка – ребро [1, 2], отримаємо три групи рівнянь:

1) рівняння коливань гладкої циліндричної оболонки еліптичного поперечного перерізу

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial s_1} + \frac{\partial S}{\partial s_2} = \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial S}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{22}}{\partial s_2} - k_2 T_{23} = \rho h \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \tag{2}$$
$$\frac{\partial T_{13}}{\partial s_1} + \frac{\partial T_{23}}{\partial s_2} - k_2 T_{22} - k_w u_3 + P_3(s_1, s_2, t) = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},$$
$$\frac{\partial M_{11}}{\partial s_1} + \frac{\partial H}{\partial s_2} - T_{13} = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}, \qquad \frac{\partial H}{\partial s_1} + \frac{\partial M_{22}}{\partial s_2} - T_{23} = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2};$$

2) рівняння коливань i-го ребра, розташованого вздовж оси s_1

$$\frac{\partial T_{11i}}{\partial s_1} + [S] = \rho_i F_i \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \pm h_{ci} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} \right), \qquad \frac{\partial T_{12i}}{\partial s_1} + [T_{22}] = \rho_i F_i \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \pm h_{ci} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} \right), \tag{3}$$
$$\frac{\partial T_{13i}}{\partial s_1} + [T_{23}] = \rho_i F_i \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial M_{11i}}{\partial s_1} \pm h_{ci}\frac{\partial T_{11i}}{\partial s_1} - T_{13} + [H] = \rho_i F_i\left[\pm h_{ci}\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \left(h_{ci}^2 + \frac{I_{1i}}{F_i}\right)\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}\right],$$

$$\frac{\partial M_{12i}}{\partial s_1} \pm h_{ci}\frac{\partial T_{12i}}{\partial s_1} - T_{23} + [M_{22}] = \rho_i F_i\left[\pm h_{ci}\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \left(h_{ci}^2 + \frac{I_{kri}}{F_i}\right)\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}\right].$$

3) рівняння коливань j-го ребра, розташованого вздовж оси s_2.

$$\frac{\partial T_{21j}}{\partial s_2} + [T_{11}]_j = \rho_j F_j\left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \pm h_{cj}\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}\right), \tag{4}$$

$$\frac{\partial T_{22j}}{\partial s_2} + k_{2j}T_{23j} + [S]_j = \rho_j F_j\left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \pm h_{cj}\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}\right),$$

$$\frac{\partial T_{23j}}{\partial s_2} + k_2 T_{22} + [T_{13}]_j = \rho_j F_j\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial M_{21j}}{\partial s_2} \pm h_{cj}\frac{\partial T_{21j}}{\partial s_2} + [M_{11}] = \rho_j F_j\left[\pm h_{cj}\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \left(h_{cj}^2 + \frac{I_{torj}}{F_j}\right)\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}\right],$$

$$\frac{\partial M_{22j}}{\partial s_2} \pm h_{cj}\frac{\partial Tj_{22}}{\partial s_2} - T_{23j} + [H] = \rho_j F_j\left[\pm h_{cj}\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \left(h_{cj}^2 + \frac{I_{2j}}{F_j}\right)\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2}\right].$$

Позначення в рівняннях (2)–(4) введено згідно [1, 2]. Вихідні рівняння коливань доповнюються відповідними граничними та початковими умовами. Чисельний алгоритм розв'язку початково–краєвої задачі базується на застосуванні інтегро –інтерполяційного методу побудови різницевих співвідношень по просторовим координатам s_1, s_2 та явній апроксимації по часовій координаті t [1, 2]. Згідно вихідної постановки задачі, розв'язок шукається в гладкій області та склеюється на лініях розривів.

Як числовий приклад, розглядалася задача динамічної поведінки поперечно підкріпленої ребрами циліндричної панелі еліптичного перерізу на пружній основі при дії розподіленого внутрішнього імпульсного навантаження. Отримані результати дозволяють детально проводити аналіз напружено–деформованого стану вихідної конструкції на досліджуваному часовому інтервалі.

Література

1. Головко К.Г. Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках: монография / К.Г. Головко, П.З. Луговой, В.Ф. Мейш; под ред. акад. НАН Украины А.Н. Гузя. – К.: Изд. полигр. центр «Киевский ун–т», 2012. – 541 с.

2. Мейш В.Ф., Михаляк А.М. О вынужденных колебаниях трехслойных цилиндрических оболочек эллиптического сечения при распределенных нагрузках // Прикл. механика. – 2010. – **46**, №2. – С.86-92.