НАБЛИЖЕННЯ ОБМЕЖЕНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ НА ПІВОСІ РОЗВ'ЯЗКАМИ ВІДПОВІДНИХ ЗАДАЧ КОШІ

Романенко В. М.
КНУХТ, Київ, Україна,
Romser1@bigmir.net

Нехай $\mathbf{B}$ – комплексний банахів простір з нормою $\|\cdot\|$ і нульовим елементом $\vec{0}$; I – одиничний оператор в $\mathbf{B}$; $A: D(A) \subset \mathbf{B} \to \mathbf{B}$ – замкнений оператор. Відомо, що умова $\sigma(A) \cap [-2,2] = \varnothing$ є необхідною і достатньою для того, щоб рівняння

$$x_0(n+1) + x_0(n-1) = Ax_0(n) + y(n),\ n \in \mathbf{Z}, \tag{1}$$

мало для кожної обмеженої послідовності $\{y(n): n \in \mathbf{Z}\} \subset \mathbf{B}$ єдиний обмежений розв'язок $\{x_0(n): n \in \mathbf{Z}\} \subset D(A)$.

Розглянемо аналогічне (1) рівняння на півосі:

$$x(n+1) + x(n-1) = Ax(n) + y(n),\ n \geq 0. \tag{2}$$

Теорема 1. Нехай $\sigma(A) \cap [-2,2] = \varnothing$. Тоді для довільної обмеженої послідовності $\{y(n): n \geq 0\}$ і для довільного значення $c \in \mathbf{B}$ існує єдиний обмежений розв'язок рівняння (2) $\{x(n): n \geq -1\}$ такий, що $x(-1) = c$.

Теорема 2. Нехай $\sigma(A) \cap [-2,2] = \varnothing$ і $\{x(n): n \geq -1\}$ – розв'язок рівняння (2). Тоді для кожних $a, b \in \mathbf{B}$ і кожного $q \in \mathbf{N}$ єдиний розв'язок крайової задачі

$$\begin{cases} u(n+1) + u(n-1) = Au(n) + y(n),\ 0 \leq n \leq q-1, \\ u(-1) = a,\ u(q) = b, \end{cases}$$

задовольняє нерівності

$$\|x(n) - u(n)\| \leq M\left(\frac{\|x(q) - b\|}{R^{q-n}} + \frac{\|x(-1) - a\|}{R^{n+1}}\right), \quad 0 \leq n \leq q-1.$$