Задача про виготовлення конусоподібного фільтра.

Микита Добряков, Ганна Циганкова

Національний університет харчових технологій, Київ, Україна

Вступ. Конусоподібна форма фільтрів для води, кави, меду, тощо, а також для фільтрування робочих газів автомобілів забезпечує рівномірну екстракцію і отримання максимально чистої речовини.

Матеріали і методи. Ставиться задача виготовлення конусоподібного фільтра найбільшого об'єму з кола заданого радіусу *R*.

Результати. Для спрощення розглянуто коло одиничного радіусу *R*=1. Позначимо центральний кут сектора, з якого потрібно зробити фільтр, через φ , радіус кола основи конуса через *r*, висоту конуса через h . Тоді радіус кола основи дорівнює

$$r = \frac{\varphi}{2\pi}$$

А об'єм конуса знаходиться за відомою формулою

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

Згідно прийнятого припущення, твірна конусу має довжину 1 і є гіпотенузою трикутника з катетами h і r . Звідси

$$h = \sqrt{1 - r^2} = \sqrt{1 - \frac{\varphi^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

Підставивши значення h і r у формулу для об'єму, знайдемо

$$V = \frac{1}{12\pi} \cdot \varphi^2 \cdot \sqrt{1 - \frac{\varphi^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

Задача полягає в знаходженні максимуму функції $V = V(\varphi)$. Для зручності розглянуто функцію

$$V_1 = 12 \cdot \pi \cdot V = \varphi^2 \cdot \sqrt{1 - \frac{\varphi^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

Методами диференціального числення проведено дослідження функції $V_1 = V_1(\varphi)$ на екстремум, отримано критичні точки φ=0, φ= ±2π√2/3. Відкинувши значення, які не мають фізичного змісту, отримано $\varphi = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$ - точку локального максимуму.

При цьому максимальний об'єм фільтра буде дорівнювати:

$$V_{макс} = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{2 \cdot \pi}{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$$

Висновки. За результатами проведеного дослідження отримано, що для виготовлення конусу максимального об'єму, із кола потрібно вирізати сектор з центральним кутом рівним ≈66°.