

21. Елементи комп'ютерної математики при вирішенні задач теоретичної механіки

Анастасія Ткаченко, Олексій Осьмак

Національний університет харчових технологій, Київ, Україна

Вступ. Основною метою вивчення дисципліни «Теоретична механіка» є набуття здобувачами вищої освіти комплексу знань, щодо: моделювання процесів природних явищ, з одночасним розбиттям складних процесів на прості; вивчення основних законів та властивостей механічного руху досліджуваних об'єктів. Набуті знання дають можливість здобувачам застосовувати своєрідний інструмент опису технічних задач математичними методами. Знання законів механіки збагачують інженерів і вчених новими методами досліджень, допомагають розкрити істинний зміст широкого спектру явищ природи і технічної практики.

Методи досліджень. Вирішення великої кількості проблем, які піднімає «Теоретична механіка», потребує застосування досить складного математичного апарату. Відсутність комплексного міждисциплінарного зв'язку між «Вищою математикою» та «Теоретичною механікою» призводить до того, що значному відсотку здобувачів складно сприймати матеріал останньої. Застосування комп'ютерних технологій, зокрема відомого на сьогодні програмного забезпечення з комп'ютерної математики, може значною мірою допомогти у вирішенні поставлених прикладних завдань. Можливості комп'ютерних програм математичного розрахунку розширюють, уніфікують, і тим самим, спрощують вирішення задач механіки; дозволяють комплексно досліджувати (принаймні чисельно) багато механічних завдань. Одним з таких рішень є програмний пакет PTC Mathcad. Це комп'ютерне програмне забезпечення, яке широко відоме та вже тривалий час застосовується в навчальних цілях. Mathcad дає можливість чисельно розв'язувати задачі теоретичної механіки будь якої складності, а також надає широкий набір можливостей по демонстрації та візуалізації отриманих результатів.

Результати і обговорення. Розглянемо приклад варіативності Mathcad при вирішенні задач теоретичної механіки. Розглянемо рівновагу горизонтальної балки зашпеленої з одного боку та навантаженої зовнішньою силою \vec{F} , розподіленим навантаженням \vec{q} , та парою сил з моментом M (рис. 1). Застосувавши аналітичні умови рівноваги довільної плоскої системи сил $\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0$; $\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0$; $\sum_{k=1}^n M_0(\vec{F}_k) = 0$ складаємо рівняння рівноваги

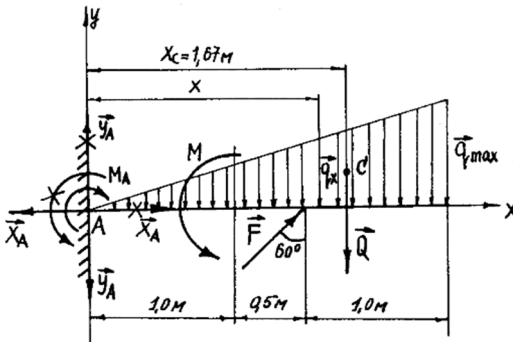


Рис. 1 Горизонтальна балка.

балки:

$$\begin{aligned} X_A + F \sin 60^\circ &= 0, \\ Y_A + F \cos 60^\circ - Q &= 0, \\ M_A + M + F \cos 60^\circ \cdot 1,5 - Q \cdot 1,67 &= 0. \end{aligned}$$

У РТС Mathcad є одразу декілька способів, які можна використати для розв'язання отриманої системи рівнянь. Серед них можна виокремити: Solve Blocks, функція *lsolve* та символний розв'язок. Розглянемо, як використовувати кожен із цих методів. Solve Block передбачає застосування командної підпрограми *Given* у комбінації з розрахунковим оператором *Find*

$$\begin{aligned}
 &F_{\omega} := 5 \text{ кН} \quad q := 4 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \quad l_{\omega} := 2.5 \text{ м} \quad Q := \frac{q \cdot l}{2} \quad Q = 5 \text{ кН} \quad M := 10 \text{ кНм} \\
 &\text{Given} \quad x_a + F \cdot 0.866 = 0 \\
 &\quad y_a - F \cdot 0.5 - Q = 0 \\
 &\quad M_a + M + F \cdot 0.5 \cdot 1.5 - Q \cdot 1.67 = 0 \quad \text{Find}(x_a, y_a, M_a) \rightarrow \begin{pmatrix} -4.33 \\ 7.5 \\ -5.4 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Solve Blocks, зручний тим що дозволяє вирішувати як лінійні, так і нелінійні систем рівнянь.

Вбудована в Mathcad функція *lsolve* дає можливість розв'язувати системи лінійних рівнянь, сформувавши матрицю коефіцієнтів та вектор вільних членів.

$$\begin{aligned}
 &F_{\omega} := 5 \text{ кН} \quad q := 4 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \quad l_{\omega} := 2.5 \text{ м} \quad Q := \frac{q \cdot l}{2} \quad Q = 5 \text{ кН} \quad M1 := 10 \text{ кНм} \\
 &x_a + F \cdot 0.866 = 0 \\
 &y_a - F \cdot 0.5 - Q = 0 \\
 &M_a + M + F \cdot 0.5 \cdot 1.5 - Q \cdot 1.67 = 0
 \end{aligned}$$

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad v := \begin{pmatrix} -4.33 \\ 7.5 \\ -5.4 \end{pmatrix} \quad \text{lsolve}(M, v) = \begin{pmatrix} -4.33 \\ 7.5 \\ -5.4 \end{pmatrix}$$

Іноді, коли у нас є система рівнянь, і замість того, щоб розв'язувати її чисельно, ми хочемо знайти змінні, як функції коефіцієнтів, або констант у правій частині виразів, у такому разі доцільно використати оператор Symbolic Evaluation і ключову команду *solve*, перерахувавши через кому змінні. Запис символного розрахунку матиме вигляд

$$\begin{aligned}
 &F_{\omega} := 5 \text{ кН} \quad q := 4 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \quad l_{\omega} := 2.5 \text{ м} \quad Q := \frac{q \cdot l}{2} \quad Q = 5 \text{ кН} \quad M1 := 10 \text{ кНм} \\
 &\left(\begin{array}{l} x_a + F \cdot 0.866 = 0 \\ y_a - F \cdot 0.5 - Q = 0 \\ M_a + M1 + F \cdot 0.5 \cdot 1.5 - Q \cdot 1.67 = 0 \end{array} \right) \text{solve}, x_a, y_a, M_a \rightarrow (-4.33 \quad 7.5 \quad -5.4)
 \end{aligned}$$

Висновок. Не зважаючи на очевидну універсальність та гнучкість, лише з вище наведеного, можемо зробити висновок – РТС Mathcad одночасно надає кілька можливих шляхів розв'язку поставленої задачі. Ознайомившись із цими інструментами, здобувач, має змогу застосувати їх до різних по складності задач теоретичної механіки та різноманітних інженерних і математичних задач. Серед розглянутих способів, на наш погляд, найбільш перспективним є використання Solve Blocks, оскільки даний метод розв'язку систем рівнянь дозволяє працювати як із системами лінійних так і нелінійних рівнянь, і є простим у застосуванні та гнучким у налаштуванні.

Застосування спеціалізованих програм комп'ютерної математики, для розв'язку прикладних задач, є корисним та перспективним рішенням, особливо з точки зору підвищення ефективності засвоєння здобувачами матеріалу інженерних дисциплін, таких, як теоретична механіка.

Література

<https://www.mathcad.com/en/blogs/solving-systems-equations-mathcad>