

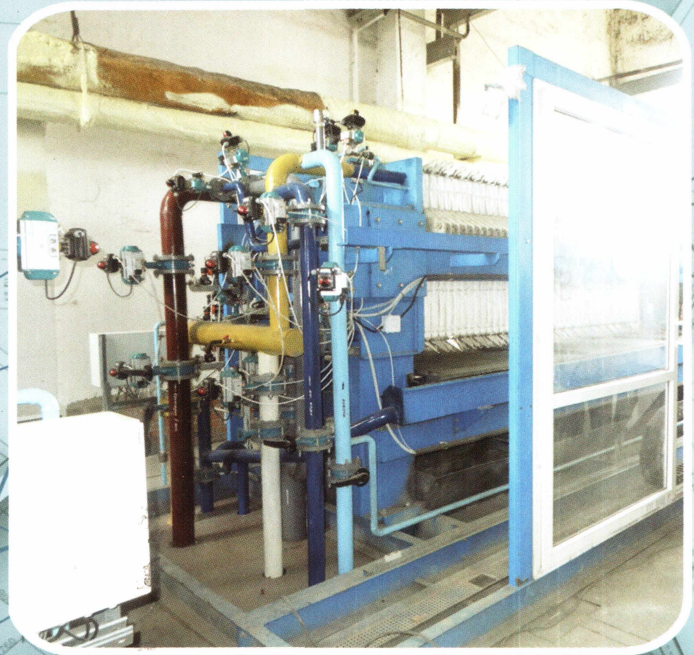


# ЦУКОР УКРАЇНИ

№ 2 (134) ' 2017

## Проектно-Монтажне Управління «Сахавтомат»

- ВИКОНАННЯ ПРОЕКТНИХ РОЗРОБОК БУДЬ-ЯКОЇ СКЛАДНОСТІ
- РОЗРОБКА ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ
- МОНТАЖ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ БУДЬ-ЯКОЇ СКЛАДНОСТІ
- АВТОМАТИЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ
- НАЛАГОДЖЕННЯ ТА ВВЕДЕННЯ В ЕКСПЛУАТАЦІЮ ОБЛАДНАННЯ
- ГАРАНТІЙНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИКОНАНИХ РОБІТ
- БУДІВЕЛЬНІ РОБОТИ БУДЬ-ЯКОЇ СКЛАДНОСТІ



*С*Харьков  
*А*втомат™

ПМУ «САХАВТОМАТ»

Україна, 61001, м. Харків, вул. Плеханівська, 20-А  
Тел./факс: +38 (057) 754 47 92,  
моб.: +38 (063) 630 51 02  
info@sakhavtomat.com  
www.sakhavtomat.com

# Використання тензорного аналізу в автоматизованій системі управління процесом дефекосатурації

**В.М. Сідлецький**, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інтегрованих автоматизованих систем управління, Національний університет харчових технологій

**П.С. Гладюк**, студент, АК-4-1, Національний університет харчових технологій

В даній статті наведений приклад використання тензорного аналізу в автоматизованій системі управління процесом дефекосатурації. Наведена постановка задачі для вирішення якої необхідне моделювання і використання тензорного аналізу при розробці моделі. В статті показано розробку тензора для технологічного процесу та процесу управління, а також алгоритм використання тензорної моделі.

*Ключові слова:* сокоочистка, дефекосатурація, тензор, базис, тензорне множення.

В данной статье показан пример использования тензорного анализа в автоматизированной системе управления процессом дефекосатурации. Показана постановка задачи, для решения которой необходимо моделирование и использования тензорного анализа в процессе разработки модели. Показано разработку тензора для технологического процесса и процесса управления, а также алгоритм использования тензорной модели.

*Ключевые слова:* сокоочистка, дефекосатурация, тензор, базис, тензорное умножение.

This article shows an example of the use of tensor analysis in an automated process control system defecosaturation. Shown formulation of the problem, the solution of which is necessary to the modeling and the use of tensor analysis in the development model. Results for the development of the tensor of the process and process control systems, as well as the algorithm of use of the tensor model.

*Keywords:* defecosaturation, tensor basis tensor product.

Для сучасних систем керування промисловими підприємствами характерним є інтеграційний підхід, тобто об'єднання підсистем керування локальних технологічних ділянок в єдину виробничу інформаційну управляючу систему. Не виключенням є і автоматизована система управління, сучасного цукрового заводу, що об'єднує всі локальні системи керування об'єктами (підігрівачі, збірники, апарати), ділянками, відділеннями (сокодобування, сокоочистки, випарювання) та комплекси ділянок в єдину інтегровану систему.

Для локальних систем є відпрацьовані підходи, як правило, комбінованого управління. В таких системах (Рис 1), контролюються вхідні змінні  $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ , та вихідні  $Y = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_m\}$ , які характеризують якість проходження технологічного процесу, а у випадках появи відхилень чи необхідності компенсацій збурень  $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ , автоматизована система формує управляючі діяння  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}$ , які розраховуються відповідно до вибраного закону регулювання. Наступними, по ієрархії вище, знаходиться рівень керування – це рівень координації роботи технологічного обладнання та технологічних ліній або ППК (підсистема програмного керування), далі рівень стабілізації та ритмічності роботи підприємства ПС (підсистема стабілізації), та рівень оптимізації роботи підприємства ПО (підсистема оптимізації). Ці рівні характерні розімкнутою структурою та наявністю моделі виробничого процесу (МВП).

Кожна підсистема має свій апарат обробки, наприклад, вирішення задач лінійного програмування, масового обслуговування, управління запасами [10]. Також і для МВП на даний момент розроблена значна кількість підходів та прийомів, які дозволяють змоделювати практично всі процеси та явища на виробництві, єдиним недоліком є те що вони розробляються індивідуально під конкретну задачу і потребують додаткового доопрацювання, наприклад: при переході від одного рівня ієрархії до іншого, а також потрібно відмітити, наявність значної кількості змінних, які будуть ускладнювати розробку моделей і формувати їх індивідуальність, тобто обмеженість у використанні.

Важливість такого підходу до управління пов'язано з тим, що максимальної ефективності роботи підприємства можливо досягти тільки за рахунок узгодженості роботи кожної ділянки.

До однієї із основних стадій виробництва цукру входить ділянка дефекосатурації – стадія

очищення дифузійного соку вапном та діоксидом вуглецю від нецукрів (сокоочисне відділення) [1]. Схема очищення дифузійного соку складається з наступних основних операцій: попередня дефекація (переддефекація); основна дефекація; перша сатурація, друга сатурація. Це є універсальна схема в якій передбачена можливість очищення дифузійного соку різними варіантами, що вибираються в залежності від якості перероблюваного буряка, тобто якості дифузійного соку.

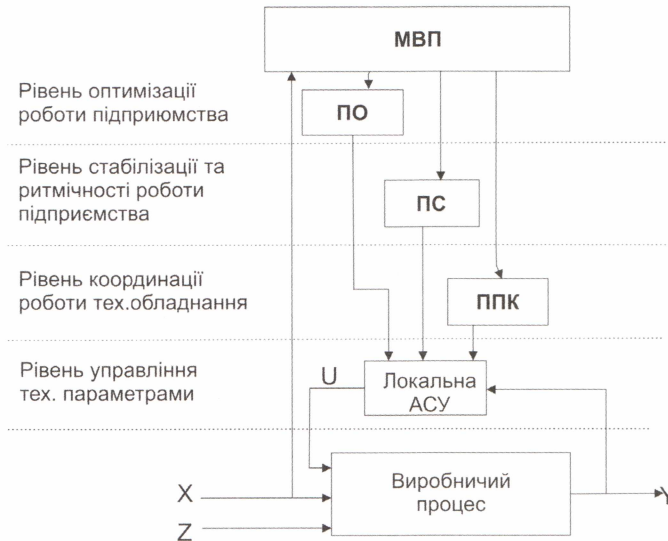


Рис. 1. Ієрархічна структура управління окремим виробничим процесом для цукрового заводу

Для вибору способу керування та налаштування регуляторів для ділянки дефекосатурації, потрібне чітке розуміння технологічного процесу, його фізико-хімічні складові, час його проходження, інерційність, транспортне запізнення процесу. Саме тому в процесі управління широко використовується моделювання, як технологічного процесу так і системи керування. Використання моделей вносить розуміння причинно наслідкових зв'язків, та полегшує вибір підходів управління.

На даний час для моделювання широко використовують методи диференціальних та алгебраїчних рівнянь, але для інтегрованої системи керування, розроблена модель повинна враховувати не тільки всі вхідні та вихідні параметри технологічного процесу, а й мати можливість структурної зміни (тобто мати можливість включення або виключення із моделі окремих елементів, які пов'язані із роботою окремих технологічних апаратів); можливість реагувати на зміну діапазону управляючих діянь; враховувати попередні технологічні процеси та мати здатність інтегруватись у наступні моделі або розрахунки управляючих дій. Тобто розроблена модель процесу очистки дифузійного соку та управління цього цим процесом повинна враховувати всі можливі варіанти роботи, та надати Саме тому, для систем керування процесом дефекосатурації, потрібно не просто задати предметну область у вигляді моделі для прогнозування наслідків при нанесенні управляючих дій, а потрібно використати її для побудови причинно наслідкового зв'язку між вхідними та вихідними параметрами наскрізно через всю багаторівневу систему з урахуванням роботи всіх суміжних підсистем.

Саме тому в даній роботі запропоновано використати методи тензорного аналізу для моделювання як технологічного процесу так і системи управління. Дана (тензорна) модель дозволить об'єднати всі параметри та показники процесу у вигляді багатомірного простору, а методи тензорного аналізу дозволять використати потужний математичний апарат для її обробки.

Тензорний аналіз дозволяє спростити процес моделювання практично для любой області за рахунок введення категорії багатовимірного простору. Розроблена тензорна модель дозволяє описувати всі задачі незалежно від їх складності.

Тензор узагальнює поняття скаляра, вектора і матриці. При цьому правила перетворення компонент тензора влаштовані так, що ми можемо конструювати нові тензори з наявних по деяким простим правилам.

Тензорний аналіз представляє собою узагальнення понять з векторного аналізу та дозволяє об'єднати масиви даних та фізичні величин складної природи, які не можуть, бути описані або представлені у вигляді скалярів або векторів. Тому, використання тензорного методу для побудови моделі виробничого процесу є найбільш виправданим. [2]

Тензорний аналіз та тензорне розкладання стали застосовуватися для: розробки нейронних мереж, проектування систем штучного зору, обробки сигналів, обробки та аналізу даних [3].

Насамперед тензор – це математичний об'єкт, який не залежить від зміни системи координат, але

його компоненти при зміні системи координат перетворюються по певним математичним законам. Із тензором тісно пов'язаний його ранг і він може бути: нульового, першого, другого і так далі, рангу. Тензор нульового рангу – це скаляр і є наслідком прямого вимірювання параметра, наприклад: температури, густини, витрати, тиску і ін. Більш складніші вимірювання, наприклад спектроскопія дозволяє отримати комплекс параметрів, який можна задати у вигляді вектора – це тензор першого рангу. У двовимірному просторі тензор другого рангу найпростіше уявити як матрицю, яка описує неоднорідність заданого простору та діє на вхідний вектор, змінюючи його напрям і масштаб. Як правило, для аналізу комплексних даних  $n$ -го порядку формується тензор  $n$ -го рангу який використовується для моделювання функцій великого числа змінних.

Теорія тензорного аналізу дозволяє спростити моделювання законів практично для будь-якої області за рахунок введення категорії багатовимірного простору, вона дозволяє описувати всі поверхні незалежно від їх складності. Тензорний аналіз та тензорне розкладання стали застосовуватися у багатьох областях, наприклад: нейронні мережі, проектування систем штучного зору, обробки сигналів та обробки і аналізу даних. Тензорний аналіз представляє собою узагальнення понять з векторного аналізу та дозволяє об'єднати масиви даних та фізичні величин складної природи, які не можуть, бути описані або представлені у вигляді скалярів або векторів. Тому, використання тензорного методу для побудови моделі виробничого процесу є найбільш виправданим.

Для роботи із тензорами широко використовуються програмні пакети для EOM. Наприклад для MATLAB розроблені спеціалізовані програми, наприклад Tensor Toolbox, TDALAB Laboratory [4, 5]. Вони дозволяють вирішувати завдання представлення та обробку даних у вигляді тензорів. Дані програмні пакети застосовуються для обробки сигналів, систем контролю, нейронних мереж, нечіткої логіки, статистичної обробки та моделювання.

Різні варіанти обробки дифузійного соку на станції дефекосатурації передбачають зміну роботи технологічного обладнання, як введення в роботу апаратів, так і виключення їх із роботи (наприклад: робота із основною дефекацією та без неї; із повернення соку 1-ї сатурації на переддефекацію також можлива робота без повернення соку на переддефекацію, або використання комбінованої холодно - гарячої дефекації), а також можливу зміну параметрів технологічного режиму в регламентних межах **табл. 1**. Тобто в залежності від якості перероблюваного буряка технологічний процес (кількість та послідовність працюючого обладнання) та технологічний режим будуть підбиратись для досягнення показників якості дифузійного соку на виході ділянки дефекосатурації, а також техніко-економічних показників всього підприємства, будуть накладені обмеження по використанню ресурсів та часу проходження технологічного процесу.

Зміни в технологічному процесі накладають вимоги до системи управління сокоочисного відділення. Це пов'язано насамперед із тим, що при зміні роботи технологічного обладнання потрібно і змінювати задані значення для регуляторів (як наслідок можуть виникнути затяжні перехідні процеси) так і змінювати налаштування самих регуляторів: пропорційну, інтегральну та диференційну складові. Але при цьому необхідно зауважити, що при зміні ведення технологічного процесу самі підходи до управління можуть також змінитись.

Тобто для процесу очистки дифузійного соку характерна значна варіативність, але наведена варіативність відносилась до технологічного процесу, така ж ситуація і є по відношенню до системи управління. Наприклад, регулювання подачі вапна на переддефекатор може відбуватись трьома способами: 1) по значенню рН переддефекованого соку на виході із апарату, 2) по співвідношенню дифузійний сік/вапняне молоко, 3) по співвідношенню дифузійний сік/вапняне молоко і коригуванням по значенню рН переддефекованого соку.

В свою чергу контури системи управління основною дефекацією можуть регулювати подачу вапна в апарат по таким трьом підходам: 1) постійно у часі, незалежно від кількості перероблених буряків та якості дифузійного соку, 2) в залежності від якості дифузійного соку, 3) за витратою дифузійного соку.

Для першої сатурації також характерні три підходи до керування, найбільшого поширення набула схема управління подачі сатураційного газу по відхиленню величини рН на виході із сатуратора, але кращі показники регулювання коли сатураційний газ подається по співвідношенню кількість дифузійного соку до кількості газу із корекцією по рН на виході та по вмісту  $\text{CO}_2$  в сатураційному газі. Аналогічні підходи і для другої сатурації з єдиною особливістю, що на другу сатурацію передбачається ще й подача вапнякового молока.

Локальні контури управління апаратами сокоочистки інтегровані в автоматизовану систему управління всього процесу дефекосатурації, а та в свою чергу інтегрується до інших ділянок підприємства і всі разом формують автоматизовану систему управління підприємством. Система управління сокоочисного відділення включатиме в себе традиційні локальні контури управління параметрами та додаткові модулі, в яких будуть формуватись управляючі дії, що будуть слугувати завданням для ведення технологічного режиму, тобто завданням для локальних контурів управління.

Для формування управляючих дій на верхніх рівнях потрібно, по-перше зібрати інформацію, а по друге її обробити, тобто потрібно об'єднати всі рівні керування підприємством (рис.2).

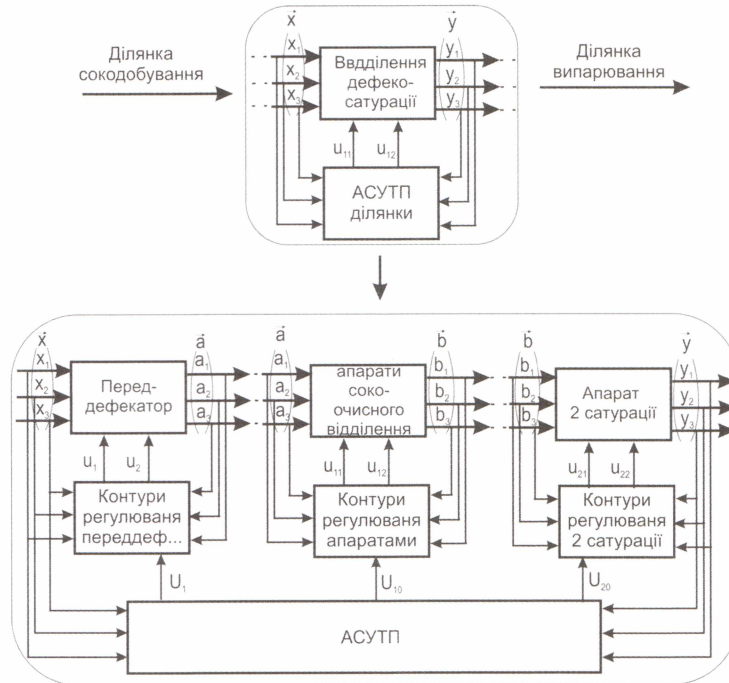


Рис. 2. Багаторівнева, інтегрована система автоматизації процесу сокоочистки

Тобто система представлятиме собою ієрархічну та модульну структуру (рис. 2), де на рівні локального регулювання формуються управляючі дії які направлені па підтримання технологічного режиму. На цей рівень надходять дані про наявні входні: витрата дифузійного соку, якість дифузійного соку та необхідні вихідні показники. Відповідно до концепції інтегрованих систем, для кожної технологічної ділянки будуть аналогічні системи управління. Потім ці системи об'єднуються системою автоматизованого управління підприємством в цілому на рівні якої формуються управляючі дії, що будуть слугувати завданням для нижніх рівнів.

Для початку приймаємо, що завжди присутній початковий та кінцевий стан технологічного процесу, наприклад, після проходження технологічного процесу змінились показники системи (середовища). Також є початковий та кінцевий стан в роботі системи керування, яка формує управляюче діяння для переходу з одного усталеного режиму в інший, для зміни стану параметра (стану обладнання – вкл./викл.) або для утримання системи в заданому режимі. Це може бути періодична робота апарату, введення в роботу чи виведення технологічної лінії з роботи, збій роботи обладнання або зміна режиму роботи теплообмінного апарату. В загальному приймаємо, що при управлінні параметрами технологічного процесу (керування апаратами, ділянками, технологічними лініями або підприємства в цілому) кожний керований процес в будь який момент може переходити (вимагає переходу) з одного поточного стану в інший (Рис 3а). Тобто не важливо чи це буде модернізація (розрахунок необхідного обладнання або розрахунок методів масштабування системи), управління технологічним процесом або технологічним

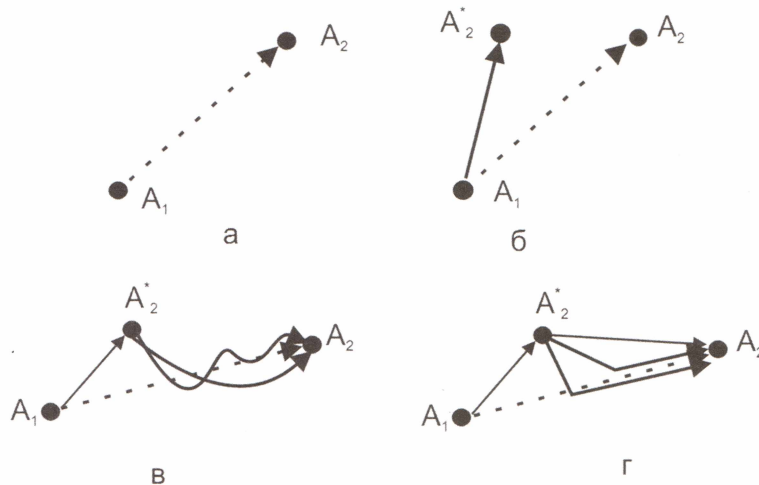


Рис. 3. Перехід керованої системи: а – очікуваний, б – реальний, в, г – керування процесом для досягнення заданого стану

апаратом задача управління в нас буде полягати в тому щоб перейти з однієї точки (поточного стану) в задану.

Поряд з цим необхідно прийняти до уваги, що технологічні процеси в харчовій промисловості є складними, інерційними, із значними внутрішніми зв'язками та крім цього самі технологічні лінії можуть змінюватись – введенням або виведенням в роботу апарату чи додаткової обробки продукту.

І саме тому середовище (стан інших параметрів) також впливатимуть на наш процес, саме тому система (точка) починає відхилятися від розрахованого шляху до заданого значення (Рис. 3б). І саме тому, відповідно до умови необхідно повернутись або продовжити рух до розрахованого стану, тому в даному випадку основною задачею є вибір методу (шляху) вирішення ситуації що виникла.

При цьому події можуть розвиватись декількома шляхами (Рис. 3 в, г), і саме вказує на недосконалість керування ідеальне керування це перехід із поточного стану в заданий по найкоротшому шляху.

Початкова точка вектору – це вхідні параметри, кінцева точка – це вихідні параметри, тобто це числові значення вхідних, вихідних змінних, тобто це координати вектора, але ці координати (тобто числа) самі по собі не мають ніякого сенсу і їх потрібно використовувати тільки з відповідними базовими векторами, що будуть утворювати систему координат простору технологічного процесу. При цьому розмірність технологічного простору буде залежати від кількості змінних на вході і виході. Координатні осі вибираються, як абсолютна система координат, що відповідатиме розмірності простору процесу пастеризації. Тобто кількість осей буде відповідатиме кількості параметрів При цьому всі базисні осі повинні бути взаємно перпендикулярні (ортогональні) та мати однакові розмірності і рівні одиничної міри (ортонормовані).

Якість проходження кожного технологічного процесу характеризується наборами значень вхідних та вихідних параметрів, якщо прийняти, що для станції сокоочистки є вектор вхідних змінних  $\vec{X}$  (рис. 2), що матиме такі складові як: витрата дифузійного соку, температура, вміст в соку нецукрів (пульпа, пектинові речовини, слабкі азотисті основи, солі органічних і неорганічних кислот, білок, амінокислоти), значення рН, витрата вапна, витрата сатураційного газу, кольоровість; та вектор вихідних змінних  $\vec{Y}$ . Вектор вихідних змінних для ділянки дефекосатурації матиме такі складові: температура соку, лужність соку, рН, вміст нецукрів, кольоровість соку, чистота соку.

На рис. 4а показане графічне представлення зміни технологічного режиму для двохмірного простору на рис. 4б до них вже доповнений новий простір, в даному випадку  $\vec{u}$  – вектор управління.

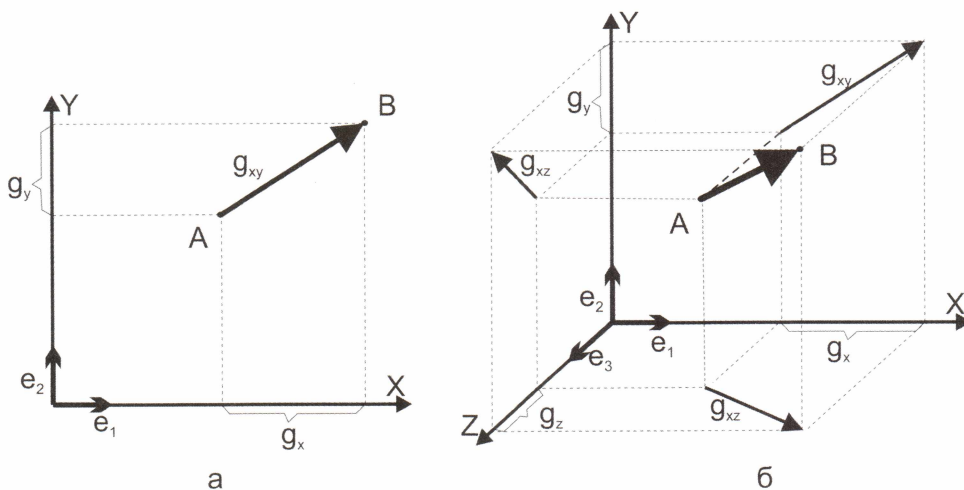


Рис 4. Зміна технологічного процесу: а- в двовимірному просторі, б – тривимірному просторі

Якщо  $\vec{X}$  і  $\vec{Y}$ - вхідні та вихідні вектори простору технологічного процесу пастеризації, то тензор  $A$ , буде описувати перетворення вектору вхідних параметрів  $\vec{X}$  у вектор вихідних параметрів  $\vec{Y}$ , тобто тензор  $A$  -, відображає  $\vec{X}$  в  $\vec{Y}$ .

$$\vec{y} = A\vec{x} \tag{1}$$

Для кожного вектора у просторі технологічного процесу описується свій ортонормований базис  $\{\vec{e}_i\}$ , відповідно до цього базису вектор вхідних параметрів буде набір чисел (компонент):  $\vec{x} = x_1\vec{e}_1, x_2\vec{e}_2, \dots, x_n\vec{e}_n$ , а для вихідних  $\vec{y} = y_1\vec{e}_1, y_2\vec{e}_2, \dots, y_m\vec{e}_m$ . Тому вираз (1) набуде наступного вигляду:

$$y_m e_m = A_{mn} x_n \vec{e}_n \tag{2}$$

або

$$y_m = A_{mn} x_n \tag{3}$$

Компоненти  $x_n$  і  $y_m$  визначають вектори вхідних та вихідних параметрів  $\vec{x}$  і  $\vec{y}$  щодо базису однозначно. А числа  $A_{mn}$  так само однозначно задають перетворення (1), тобто тензор  $A$ . Ці числа називаються компонентами тензора  $A$  щодо базису  $\{\vec{e}_i\}$ . Кількість їх дорівнює квадрату розмірності простору, тому тензор зручно записувати у вигляді квадратної матриці. Досить зручно записати вектори у вигляді стовпців, тому вираз (3) набуде виду

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1j} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{i1} & A_{i2} & \dots & A_{ij} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_i \end{pmatrix}$$

Але цей тензор описує тільки технологічний процес. В нашому випадку потрібно також задати управляючі діяння для цього процесу, тому до виразу (3) потрібно додати ще вектор управління. Відповідно вираз (3) набуде наступного вигляду:

$$y_m = A^k_{mn} x_n u_k \tag{4}$$

Як зазначено в постановці завдання потрібно не просто побудувати модель, в даному випадку тензор, а вміти адаптувати її в залежності від виду технологічного процесу, тобто кількості в роботі апаратів, та їх послідовності в процесі, або зміни структури системи керування об'єктом. Наприклад змінюються технологічні процеси для переддефектора (змінюється відсоткове співвідношення подачі вапняного молока на переддефектор), а також для апарату другої сатурації (ввели подачу вапнякового молока в апарат). Процес адаптації моделі та алгоритм розрахунку наведений на **рис. 5**.

Перевага тензорного аналізу в тому, що тензор розраховується тільки один раз, далі компоненти тензора перераховуються в залежності від вибраного базису. Тобто в нашому випадку змінились базиси для переддефектора та другого сатуратора інша частина технологічного процесу залишилась без змін.

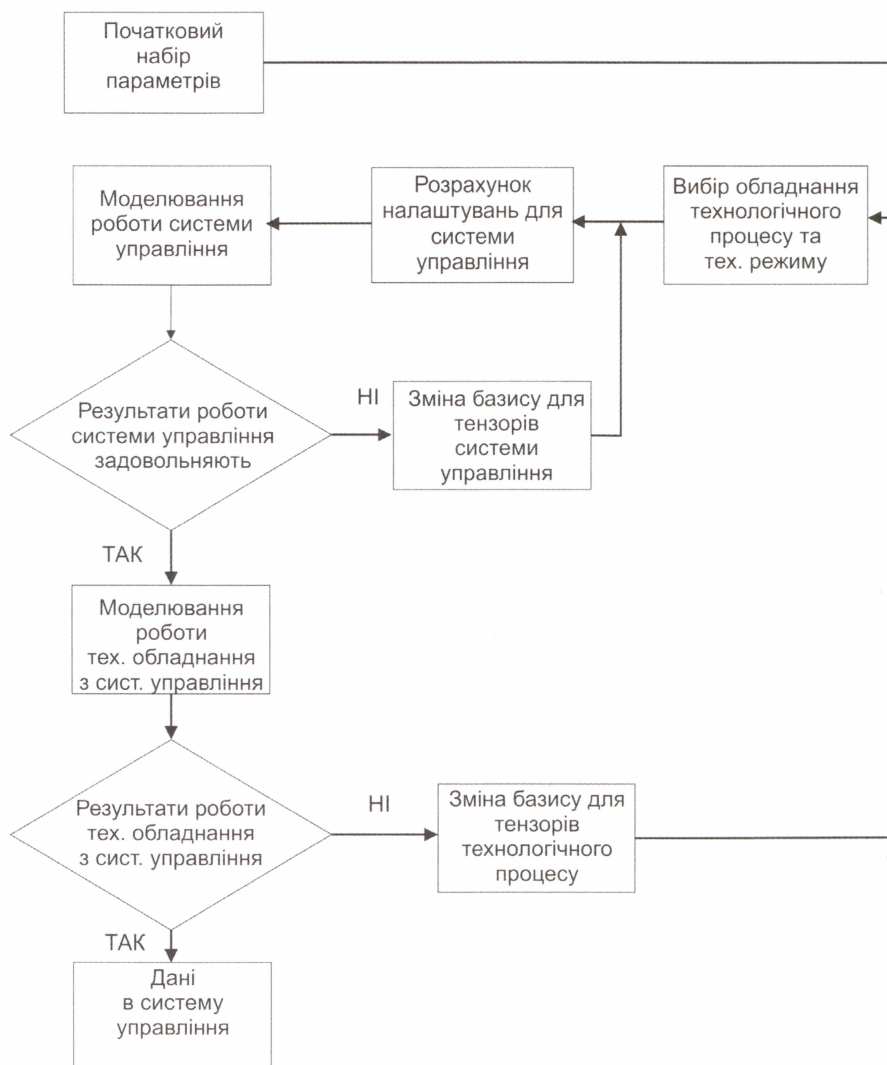


Рис. 5. Адаптація моделі та розрахунок налаштувань для системи управління при зміні технологічного процесу

В такому випадку нам потрібно виконати тензорне множення трьох лінійних просторів:  $V$  – простір перед дефектора,  $W$  – простір незмінюваної ділянки,  $U$  – простір другої сатурації, що будуть входити в

багатомірний простір  $D$  для тензора  $A$

$$A = V \otimes W \otimes U \quad (5)$$

Базиси для кожного простору будуть наступними,  $B_V = \{e_1, \dots, e_n\}$  базис простору  $V$ ,  $B_W = \{l_1, \dots, l_m\}$ , базис простору  $W$ ,  $B_U = \{t_1, \dots, t_k\}$ , базис простору  $U$ . Кожний елемент вказаних просторів буде знаходитись відповідно до значення свого базису.

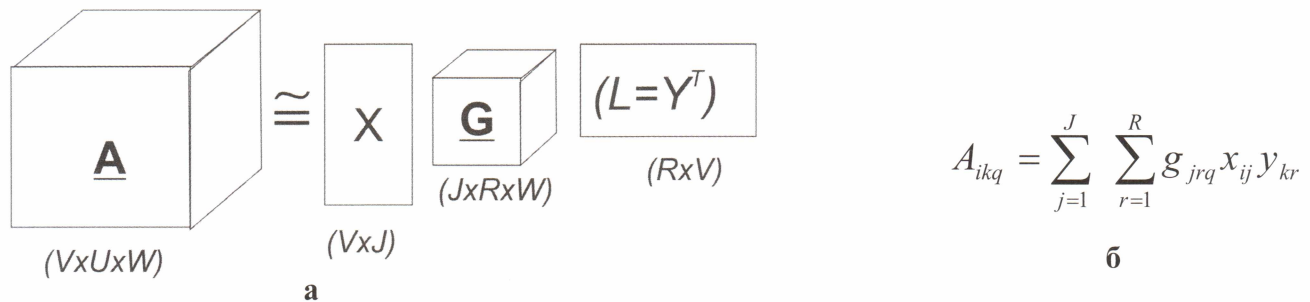
$$v = \sum_{j=1}^n c_{ij} e_j, \quad w = \sum_{r=1}^m q_{ir} l_r, \quad u = \sum_{z=1}^k p_{iz} t_z \quad \text{де } c_{ij}, q_{ir}, p_{iz} \in D \quad (6)$$

Відповідно до правил тензорного множення [2] та (3) елементи тензора будуть розраховані

$$a = \sum_{j=1}^n \sum_{r=1}^m \sum_{z=1}^k \left( \sum_{i=1}^s c_{ij} \cdot q_{ir} \cdot p_{iz} \right) \cdot e_j \otimes l_r \otimes t_z \quad (7)$$

Тобто елементи тензору  $A$  будуть перераховані відповідно до базису  $B_A = \{e_1 \otimes l_1 \otimes t_1, \dots, e_j \otimes l_r \otimes t_z\}$ . Розрахований тензор можна використати в якості моделі технологічного процесу для автоматизованої системи керування, а саме для розрахунку управляючого діяння чи знаходження прогнозованого значення.

Як зазначалось вище важливою задачею є використання даної моделі у системі керування, тобто розрахунку управляючого діяння, або знаходження прогнозованого значення, тому для використання тензорних моделей в системах керування потрібно зменшити розмірність тензору до розмірності вхідної інформації, для цього використовують математичний апарат, що зменшує розмірність тензора, – тензорне розкладання. Найбільш вживаними є: розкладання Таккера, сингулярне розкладання, скелетне розкладання. Наприклад для трьохмірного тензору в якому будуть задані матиме такі розмірності як кількість продукції, якість продукції та кількість використаних ресурсів провівши розкладання можна отримати матризовані тензори **рис 6**.



**Рис. 6.** Розкладання тензора методом Такера: а) графічне представлення, б) аналітичне

Таким чином можна сформулювати тензорну модель для всієї ділянки дефекосатурації та відповідно всіх ієрархій керування,

### Висновки

В даній статті наведений приклад використання тензорного аналізу в автоматизованій системі управління процесом дефекосатурації. Перевага тензорного аналізу в тому, що тензор, як для об'єкта управління так і самої системи управління, розраховується тільки один раз, далі компоненти тензора перераховуються в залежності від вибраного базису. При чому, якщо є тензори для технологічного апарату або лінії, то при необхідності моделі ділянки підприємства або всього виробництва тензори можна додавати та множити. При цьому будуть сформовані нові тензори, тобто буде розроблена нова тензорна модель, як для ділянки так і всього підприємства. ■

### Список використаних джерел

1. Сидлецький В. М., АСУ станціями сокодобування и сокоочистки / В.М. Сидлецький, В.М. Кушков, С.М. Швед. // Автоматизация в промышленности – 2008. – №2. – С. 26-29.
2. Разумова, М. А. Основи векторного і тензорного аналізу: навчальний посібник / М. А. Разумова, В. М. Хотяїнцев. – К. : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2011. – 216 с.
3. Cichocki A. Nonnegative Matrix and Tensor Factorizations: Applications to Exploratory Multi-way Data Analysis and Blind Source Separation. Chichester/A. Cichocki, R. Zdunek, A.-H. Phan, and S. Amari. – U.K. : John Wiley&Sons Ltd, 2009. – 407p.
4. Tensor Toolbox version 2.6 by Brett W. Bader, Tamara G. Kolda, Jimeng Sun, Evrim Acar, Daniel M. Dunlavy, Eric C. Chi, Jackson Mayo, et al. Copyright 2015, Sandia National Laboratories. Released February 6, 2015
5. TDALAB Laboratory for Tensor Decomposition and Analysis by Guoxu Zhou, Andrzej Cichocki 2012 Cichocki Laboratory for Advanced Brain Signal Processing.

Рецензент: О.М. Пупена, к.т.н.