УДК 621.9.05

Б.М. Гончаренко, проф., д-р техн. наук
Національний університет харчових технологій
В.Ф. Гамалій, проф., д – р ф. – м. наук, С.І. Осадчий, доц., канд. техн. наук,
І.А. Шаповалова, асист.
Кіровоградський національний технічний університет

Робастна стійкість стохастичної системи стабілізації потужності різання

В статті викладено процедуру аналізу робастної стійкості стохастичної системи стабілізації потужності різання. Визначено клас неструктурованих невизначеностей, дія яких не призводить до втрати стійкості системи з оптимальним регулятором
робастна стійкість, оптимальний регулятор, неструктуровані збурення, невизначеність

На сьогоднішній день найбільш розповсюдженими лісопильним обладнанням є стрічкові пилорами з роздільним приводом. Розпилювання деревини на пиломатеріали на верстатах даного класу є енергоємною та важливою операцією при виконанні первинної обробки деревини.

Одним із способів підвищення енергетичної ефективності та продуктивності, а також покращення якості обробки на деревообробних верстатах є застосування систем управління режимами деревообробки, які мають технологічний зворотній зв'язок для підтримання на заданому рівні одного або декількох параметрів. Для стрічкових пилорам в якості такого параметру використовується потужність різання, що вимірюється як споживана потужність електроприводу головного руху.

На основі нових підходів [1,2] до створення системи стабілізації потужності різання на стрічковій пилорамі визначено нові моделі динаміки об'єкту управління (системи ''деревообробний верстат – процес різання'') та збурень, які супроводжують процес обробки [5], а також знайдено структуру та параметри оптимального регулятору, який забезпечує підвищення точності стабілізації потужності різання на два порядки [6].

Слід зауважити, що функціонування системи стабілізації потужності різання відбувається в умовах невизначеності, яка проявляється в наступному:

– ріжучі властивості інструменту безперервно змінюються і складно визначити його характеристики в даний момент часу;
– властивості технологічної системи верстата невизначені, оскільки піддаються впливу випадкових збурень, які важко виявити;
– фізико – механічні властивості деревини змінюються випадковим чином від колоди до колоди.

Як відомо, здатність системи зберігати стійкість за наявності невизначеностей характеризується робастною стійкістю [3, 4]. В результаті аналізу існуючих методів та алгоритмів визначення робастної стійкості обрано метод викладений в [4].

В термінах сформульованих в роботі [4] регулятор робастно стабілізує об'єкт керування, якщо він стабілізує будь – яку збурену модель W_Δ, яка є комбінацією номінальної моделі W та невизначеності $\Delta \in D$, де D є класом можливих невизначеностей, який включає випадок Δ=0.

Таким чином, метою дослідження робастної стійкості системи стохастичної стабілізації потужності різання є визначення класу неструктурованих невизначеностей, вплив яких не призводить до втрати стійкості системи з оптимальним регулятором.

Для оцінки робастної стійкості використано теорему 5.15 з [4], згідно з якою регулятор W забезпечує стійкість нового об'єкту W_Δ для будь-якого $\Delta \in D_\varepsilon$ та будь – якого стандартного об'єкту W_0, який є стабілізованим та детектованим тоді і лише тоді, коли:

– система номінальний об'єкт + оптимальний регулятор (W) є стійкою;

– ∞ - норма

$$\left\| \aleph(W_0, W) \right\|_\infty \le \varepsilon^{-1}, \tag{1}$$

де $\| \ \|_\infty$ - норма допоміжної матриці передаточних функцій $\aleph(W_0, W)$; D_ε – клас допустимих невизначеностей, таких що

$$D_\varepsilon \triangleq D_{S_\varepsilon} \cup D_{U_\varepsilon} \tag{2}$$

та

$D_{S_\varepsilon} \triangleq \{\Delta : \Delta \in RH_\infty; \|\Delta\|_\infty < \varepsilon\}; D_{U_\varepsilon} \triangleq \{\Delta : \Delta \in RL_\infty; \eta_1 = \eta_2; \|\Delta\|_\infty < \varepsilon\},$

η_1 – число нестійких полюсів номінального об'єкту; η_2 – число нестійких полюсів збуреного об'єкту; RH_∞ - підпростір функцій Харді, який складається із дійсних раціональних обмежених аналітичних в правій півплощині передаточних функцій; RL_∞ - аналогічний підпростір функцій Лебега.

Для виконання необхідних розрахунків відповідно до викладеної в [4] методики матриця передаточних функцій для стандартного об'єкту

$$W_0 = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Оскільки процедура синтезу [1,2] гарантує стійкість номінальної системи + оптимальний регулятор, то для досягнення поставленої мети необхідно знайти граничне значення ε для простору D_ε. Величина ε визначається із співвідношення:

$$\varepsilon = \frac{1}{\left\| \aleph(W_0, W) \right\|_\infty}. \tag{4}$$

Виконаємо дослідження робастної стійкості для кожного виду невизначеностей відповідно до обраної методики.

Неструктурована адитивна непараметрична невизначеність в передаточній функції об'єкту керування визначається як [4]:

$$W_\Delta = W_{об} + \Delta_A. \tag{5}$$

Відповідно матриця передаточних функцій стандартного об'єкту знаходиться як

$$W_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & W \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Згідно наслідку 5.1 теореми 5.15 з [4] регулятор W стабілізує об'єкт $W_\Delta = W_{об} + \Delta_A$ для будь – якого $\Delta_A \in D_\varepsilon$ за умови

$$\left\| \aleph(W_0, W) \right\|_\infty = \left\| W(1 - W_{об} W)^{-1} \right\|_\infty \le \varepsilon^{-1}. \tag{7}$$

Неструктурована мультиплікативна непараметрична невизначеність в передаточній функції об'єкту $W_{об}$ записується наступним чином [4]:

$$W_\Delta = (1 + \Delta_{w_0}) W_{об} \tag{8}$$

Матриця передаточних функцій стандартного об'єкту за умови дії на нього зазначеної невизначеності:

$$W_0=\begin{bmatrix}0 & W\\ 1 & W\end{bmatrix}. \tag{9}$$

Для забезпечення стійкості в даному випадку відповідно до наслідку 5.2 теореми 5.15 повинно виконуватись нерівність:

$$\left\|\aleph(W_0,W)\right\|_\infty=\left\|W_{об}W(1-W_{об}W)^{-1}\right\|_\infty\le\varepsilon^{-1}. \tag{10}$$

Як встановлено в результаті структурної ідентифікації об'єкт керування описується диференційним рівнянням вигляду:

$$Px=Mu+\psi.$$

Для аналізу робастної стійкості в умовах дії на об'єкт керування дробово – раціональної непараметричної невизначеності вигляду $\Delta=[\Delta_n,\Delta_m]$ необхідно визначити клас передаточних функцій Δ, при якому замкнута система з новим об'єктом

$$W_\Delta=(P+\Delta_n)^{-1}\cdot(M+\Delta_m) \tag{11}$$

та регулятором W буде стійкою.

Складові передаточної функції стандартного об'єкта (3) набувають вигляду [4]

$$W_{11}=\begin{bmatrix}0\\ -P^{-1}\end{bmatrix}, W_{12}=\begin{bmatrix}1\\ -P^{-1}\cdot M\end{bmatrix}, W_{21}=P^{-1}, W_{22}=P^{-1}\cdot M. \tag{12}$$

З урахуванням рівняння регулятору W[6] шукана допоміжна матриця знаходиться як

$$\aleph(W_0,W)=\begin{bmatrix}F_u^\psi\\ -P^{-1}(1+M\cdot F_u^\psi)\end{bmatrix}. \tag{13}$$

Аналіз робастної стійкості виконувався для передаточної функції об'єкту та регулятору знайденого для досліду, який відповідає обробці гострим інструментом сухої деревини при малій висоті пропилу (дослід 1) W_I та при виконанні обробки затупленим інструментом вологої деревини W_{II} (дослід2). Структури моделей динаміки об'єкту $W_{об}$, оптимального регулятору W та передаточна функція замкнутої системи F_u^ψ мають вигляд [5,6]

$$W_{об}(s)=\frac{M(s)}{P(s)}=\frac{k_{об}(T_{об1}^2s^2+2\zeta_1T_{об1}s+1)(T_{об2}^2s^2+2\zeta_2T_{об2}s+1)}{(T_{об3}^2s^2+2\zeta_3T_{об3}s+1)(T_{об4}^2s^2+2\zeta_4T_{об4}s+1)}, \tag{14}$$

$$W=\frac{k(T_1^2s^2+2\zeta T_1s+1)}{(T_2^2s^2+2\zeta_2T_2s+1)}, \tag{15}$$

$$F_u^\psi=\frac{k_u(T_{1u}{}^2s^2+2\zeta_{1u}T_{1u}{}^2s+1)}{(T_{2u}{}^2s^2+2\zeta_{2u}T_{3u}{}^2s+1)(T_{3u}{}^2s^2+2\zeta_{3u}T_{3u}{}^2s+1)(T_{4u}{}^2s^2+2\zeta_{4u}T_{4u}{}^2s+1)}, \tag{16}$$

Значення параметрів моделей, які входять до виразів (14), (15), (16) наведені в таблицях 1, 2, 3 відповідно.

Таблиця 1 - Параметри передаточної функції об'єкту

№ досліду	$k_{об}$	$T_{об1}$	$\zeta_{об1}$	$T_{об2}$	$\zeta_{об2}$	$T_{об3}$	$\zeta_{об3}$	$T_{об4}$	$\zeta_{об4}$
дослід 1	-0.63	5	0.45	1.25	0.75	6.6	0.84	1.82	0.2
дослід 2	-0.8	1.667	0.3	1.17	0.75	4	0.26	0.37	0.62

Таблиця 2 - Параметри передаточної функції регулятору

№ досліду	k	T_1	ζ_1	T_2	ζ_2
дослід 1	10.3	2.55	0.7	1.98	0.72
дослід 2	58.5	1.2	0.64	1.57	0.68

Таблиця 3 - Параметри передаточної функції F_u^{ψ}

№ досліду	k_u	T_{1u}	ζ_{1u}	T_{2u}	ζ_{2u}	T_{3u}	ζ_{3u}
дослід 1	207.281	2.556	0.69	5.043	0.48	1.366	0.68
дослід 2	149.603	2.595	0.79	5.237	0.61	1.582	0.53

Після виконання підстановки відповідних даних до виразів (7), (10), (13) з урахуванням (14), (15), (16) та таблиць 1, 2 ,3 знайдені граничні значення ε для кожного типу невизначеностей. За результатами виконаних розрахунків складено таблицю 4.

Таблиця 4 - Граничне значення ε

Тип невизначеності	Значення ε	
	W_I	W_{III}
адитивна	0.6229	0.5130
мультиплікативна	0.2387	0.1788
дробово - рацональна	0.0068	0.0036

Аналіз отриманих даних показує, що оптимальний регулятор забезпечує стійкість замкнутої системи в умовах дії адитивної, мультиплікативної та дробово – раціональної невизначеностей.

Таким чином, отримано процедуру дослідження робастної стійкості системи стохастичної стабілізації потужності різання. На основі її застосування визначено, що система стабілізації потужності різання синтезована на основі сучасних підходів [1, 2] володіє властивістю робатності для неструктурованих адитивних, мультиплікативних та дробово – раціональних невизначеностей, ∞ - норма яких не перевищує 0.6229, 0.2387, 0.0068 відповідно. Для подальшої схемної реалізації необхідно обрати регулятор, отриманий для умов досліду 1, оскільки саме при його застосуванні граничне значення показника ε є найбільшим.

Список літератури

1. Азарсков В.Н., Л.Н. Блохин, Л.С. Житецкий Методология конструирования оптимальных систем стохастической стабилизации – К.: НАУ, 2006. – 438с.
2. Блохин Л.Н. Оптимальные системы стабилизации – К.: Техника, 1982. – 144с.
3. Kwakernaak H. . Robust Control and H_∞ - Optimization//Automatica.-vol.29.- №.2.- 1993.- P. 255 – 273
4. Методы классической и современной теории автоматического управления: Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления/ Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: МГТУ им. Баумана, 2004. – 614с.
5. Осадчий С.І., Шаповалова І.А. Динаміка системи «деревообробний верстат-процес різання в реальних експлуатаційних умовах»\\Вісник Хмельницького національного технічного університету. - Хмельницький, 2007. - №3, Т.1. – С. 26-29.
6. Осадчий С.І., Шаповалова І.А. Синтез системи стохастичної стабілізації потужності різання на деревообробному верстаті\\Збірник наукових праць КНТУ. Вип. 19. - Кіровоград, 2007, С. 48 – 53.

Статья содержит процедуру анализа робастной устойчивости системы стабилизации мощности резания. Опеределен клас неструктурированных неопределенностей, действие которых не приводит к потере устойчивости системы с оптимальным регулятором.

The article contains the analysis of robust stubility of the optimum system of stabilization of the power of cutting for woodworking machine-tool.