4.ПОБУДОВА ДОТИЧНОЇ ТА НОРМАЛІ ДО ПЛОСКОЇ КРИВОЇ В MATHCAD

Б.І. Вербицька
Національний університет харчових технологій

Задач, в основі розв'язування яких є обчислення похідних, багато. Деякі з них особливо важливі для практики, і тому вони зустрічатися в будь-якому задачнику з математичного аналізу. До них належать задачі диференціальної геометрії (побудова дотичних та нормалей до ліній).

Побудувати дотичну до кривої нескладно, якщо знати геометричний зміст похідної — це тангенс кута нахилу дотичної до осі *X*. Тобто похідній відповідає коефіцієнт k в рівнянні дотичної $y(x) = k \cdot x + b$. Коефіцієнт b легко знайти з рівняння $y(0) = b$. Шляхом нескладних перетворень можна зробити висновок, що дотична до кривої функції f(x) в точці $M(x_0,y_0)$ задається таким рівнянням:

$$y(x) = y_0 + \left(\frac{d}{dx} f(x_0)\right) \cdot (x - x_0)$$

Рівняння нормалі легко отримати з рівняння дотичної, якщо знати, що при повороті на 90^0 дотична переходить в нормаль. Запишемо рівняння дотичної через тангенс її нахилу до осі X:

$$y(x) = y_0 + \tan(\alpha) \cdot (x - x_0)$$

Очевидно, що рівняння нормалі тоді буде виглядати так:

$$y(x) = y_0 + \tan(\alpha + \frac{\pi}{2}) \cdot (x - x_0) .$$

Оскільки, $tg\left(a + \frac{\rho}{2}\right) = -ctg(\alpha)$ а $ctg(a) = \frac{1}{tg(a)}$, то остаточно маємо:

$$y(x) = y_0 - \frac{1}{\frac{d}{dx} f(x_0)} \cdot (x - x_0) .$$

Значну частину роботи при розв'язуванні таких задач може взяти на себе математичний пакет MathCad. У цій роботі ми розглянемо розв'язування задачі такого типу на прикладі наступної задачі:

Скласти рівняння дотичної та нормалі до лінії, заданої рівнянням в точці M (0,1).

Нехай задано лінію таким рівнянням:

$$y(x) = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 1.$$

Визначаємо вираз похідної та задаємо її як функцію:

$$\frac{d}{dx}y(x) \to 4x^3 - 9x^2 + 8x - 5$$

$$y1(x) = 4x^3 - 9x^2 + 8x - 5$$

Задаємо змінні з координатами точки М:

$$x_0 = 0,\ y_0 = 1.$$

Знаходимо рівняння дотичної та нормалі за наведеними вище формулами:

$$\tan g(z) = y_0 + y1(x_0)(z - x_0) \quad \tan g(z) \to 1 - 5z;$$

$$\mathrm{nom}(z) = y_0 + \frac{1}{y1(x_0)}(z - x_0) \quad \mathrm{nom}(z) \to 1 + \frac{1}{5}z;$$

Будуємо графік:

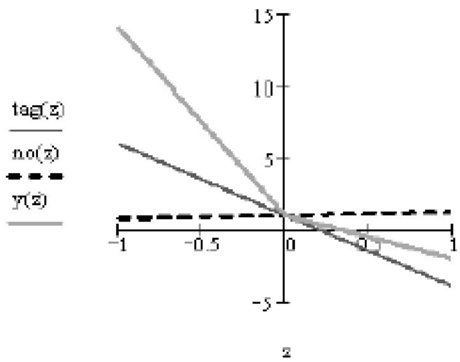

Рис. 1. Графік дотичної та нормалі до кривої

Наукові керівники: О.Л. Сєдих, С.В. Маковецька, А.С. Богатирчук.

Автори

Сєдих Ольга Леонідівна, Седых Ольга Леонидовна, Seidykh Olga Leonidovna

Маковецька Світлана Василівна, Маковецкая Светлана Васильевна, Makovetska Svetlana Vasilevna

Богатирчук Анатолій Степанович, Богатырчук Анатолий Степанович, Bogatyrchuk Anatoly Stepanovich

Назва документу

Побудова дотичної та нормалі до плоскої кривої в MathCad

Построение касательной и нормали к плоской кривой в MathCad

Construction of the tangent and normal to the plane curve in MathCad

Дата публікації документа та джерело

78 Міжнародна наукова конференція молодих учених, аспірантів і студентів «Наукові здобутки молоді – вирішення проблем харчування людства у XXI столітті». Частина 3. 2-3 квітня 2012 р.

78 Международная научная конференция молодых ученых, аспирантов и студентов «Научные достижения молодежи - решение проблем питания человечества в XXI веке». Часть 3. 2-3 апреля 2012

78 International Conference of Young Scientists and students' scientific achievements of young people - problem solving power of humanity in the XXI century ". Part 3. 2.3 April 2012

Ключові слова

Ключові слова: задачі диференціальної геометрії, рівняння дотичної та нормалі до кривої в заданій точці, математичний пакет MathCad, побудова графіка.

Ключевые слова: задачи дифференциальной геометрии, уравнение касательной и нормали к кривой в заданной точке, математический пакет MathCad, построение графика.

Keywords: problem of differential geometry, the equation of the tangent and normal to the curve at a given point, the mathematical package MathCad, the construction schedule.

Дата публікації документа та джерело

Київ НУХТ 2012. — 635 с.

Киев НУХТ 2012. — 635 с.

Kyiv NUFT 2012. — 635 st.